

**DUE DATE SLIP****GOVT. COLLEGE, LIBRARY****KOTA (Raj )**

Students can retain library books only for two weeks at the most

BORROWER S No	DUE DTATE	SIGNATURE

# सांख्यिकी के सिद्धान्त

( Principles of Statistics )

लेखक

डा० एस० एम० शुक्ल

एम० ए०, एम० कॉम०, एम-एल० बी०, पी-एच० डी०

वाणिज्य विभाग,

डी० ए० बी० कॉलेज, फानपुर

एव

प्रो० शिवपूजन सहाय

एम० कॉम०, एल-एल० बी०, साहित्यरत्न

अध्यक्ष, वाणिज्य विभाग,

आर० ई० आई० कॉलेज, आगरा



३४

साहित्य भवन

श्रीमती राधाकृष्ण साहित्य के प्रकाशक

आगरा

प्रकाशक :

साहित्य भवन

२७३२, मुई कटरा,

आगरा ।

प्रथम संस्करण : १९६२

मूल्य : दस रुपये

मुद्रक :

राष्ट्रीय इलेक्ट्रिक प्रेस

मीनला गली, .

आगरा ।

# भूमिका

आधुनिक युग 'नियोजित श्रम-व्यवस्था' का युग है। विश्व के लगभग सभी देशों में कम या अधिक प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष निगी न निगी रूप में 'नियोजित श्रम-व्यवस्था' मिलती है। उसको कार्यान्वित करने के लिए पर्याप्त सांख्यिकीय सामग्री आवश्यक है। इसलिए आज के युग में 'सांख्यिकी' का बहुत बड़ा महत्व है। ज्ञान की यह शाखा मानव समाज के प्रत्येक अंग को प्रभावित करती है और मानव ज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों में महत्वपूर्ण स्थान रखती है। यही कारण है कि इस विषय में अध्ययन अध्यापन की ओर लोगों का ध्यान गया है और विश्वविद्यालयों के पाठ्य-क्रमों में इस विषय को एक विशिष्ट स्थान प्रदान किया गया है।

स्वतंत्रता के उपरान्त हिन्दी भाषा को राष्ट्रभाषा का शौरव मिला। फलतः हिन्दी में अनेक पुस्तकें विभिन्न विषयों पर लिखी गईं। 'सांख्यिकी' विषय पर भी बहुत सी पुस्तकें लिखी गईं। निरुपम यह इस विषय पर पुस्तकें लिखना दुष्कर कार्य है और जिन विद्वानों ने पुस्तकें लिखी हैं—वे बधाई के पात्र हैं। फिर प्रश्न यह उठता कि इन पुस्तकें की आवश्यकता ही क्या थी? उत्तर यही है कि सरकार अपना-अपना दृष्टिकोण है और प्रस्तुतीकरण का अपना-अपना ढंग। गत कई वर्षों के शिक्षण अनुभव के आधार पर हमने इन पुस्तकें की रचना की आवश्यकता अनुभव की।

प्रस्तुत पुस्तक में इस दुर्लभ विषय को सरल व सुगम बनाने का प्रयत्न किया गया है। भाषा को भी सरल रखने का प्रयत्न किया गया है परन्तु जटिल विषय होने के कारण यदि कहीं भाषा क्लिष्ट हो गई हो तो इसके लिए पाठक क्षमा करेंगे क्योंकि गम्भीर भावों का वहन करने के लिए भाषा भी उसी के अनुसार आवश्यक है। विषय सामग्री को उदाहरणों की सहायता से ऐसा बोधगम्य बनाने का प्रयत्न किया गया है कि पाठकों को समझने में सरलता हो, विषय में प्रवाह हो और जो पाठकों में स्वाभाविक रुचि उत्पन्न करे।

प्रस्तुत पुस्तक की रचना में अनेक अंग्रेजी व हिन्दी पुस्तकों से प्रेरणा व सहायता मिली है। उनके प्रति अपना आभार प्रदर्शित करना हमारा पुनीत कर्तव्य है।

पॉइन्ट्स तैयार करने में श्रीमती विद्यावती शर्मा एम० ए०, बी० टी० का महान सहयोग मिला है और हम उनके आभारी हैं। इस पुस्तक की प्रकाश में आने



त सबमे अधिप श्रेय प्रकाशक का है जिन्होंने नित्य-प्रति हमें उत्साहित किया । हम द्वय के प्रति भी आभार प्रदर्शित किये बिना अपने कर्तव्य को पूरा करने में चूकेगे योकि उनके अधव प्रयाम व शक्ति ने ही पुस्तक मुद्रित हो सकी ।

अन्त में हम अपने उन सभी बड़ों, महयोगियो, मित्रों और छोटी के प्रति अपनी कृतज्ञता प्रकट करते हैं जिन्होंने प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से इसे प्रकाशित करने में प्रेरणा दी ।

प्रस्तुत पुस्तक विशेषतः विद्यार्थियों के लिए लिखी गई है यदि वे इसमें लाभ उठा सके तो हम अपने प्रयाम को सफल मानेंगे । प्रत्येक प्रकार के सुभाष का सहर्ष स्वागत किया जायेगा ।

स्वामीनगर,  
पालबाग, धागरा । }

एस० एम० शुक्ल  
एस० पी० सहाय

# विषय-सूची

अध्याय

पृष्ठ

साहित्यिकी का प्रारम्भ व विकास	१—५
साहित्यिकी का अर्थ, लक्षण, परिभाषा, क्षेत्र तथा सीमायें	६—२८
साहित्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुरुपयोग	२९—४४
साहित्यिकीय अनुसंधान की योजना	४५—५४
समंको का संग्रहण	५५—७०
साहित्यिकीय अनुसंधान की समग्र और निदर्शन रीतियाँ	७१—८६
एकत्रित सामग्री का सम्पादन	८७—१०४
समंको का वर्गीकरण तथा सारणीयन	१०५—१३२
चित्रों द्वारा समंको का प्रदर्शन	१३३—१७०
समंको का विन्दुरेखीय प्रदर्शन	१७१—२१४
साहित्यिकीय माध्यम	२१५—३०५
प्रतिकरण और विषमता	३०६—३८६
संह-सम्बन्ध	३८७—४४०
निर्देशक	४४१—४८८
भारत में साहित्यिकीय सामग्री का विकास	४८९—५३४

~~५३५—५३४~~

# सांख्यिकी का प्रारम्भ व विकास

(Origin and Development of Statistics)

कौई भी व्यक्ति चाहे किनने ही तीव्र सन्तुष्टि का नहीं न हो, सभी बातों का याद रक्ता उगने लिये प्रसन्न रहित है। घटनाओं को याद रक्ता तो प्रवेष्टावृत्त गरन है गरनु अंको को याद रक्ता प्रत्यत्त दुष्कर है। कर्तमान काल में सांख्यिक, सांख्यिक व प्रौद्योगिक उत्पत्ति के कारण संख्याओं का महत्व और भी अधिक बढ़ गया है। इगलित मानव-जीवन के विभिन्न अंगों के सम्बन्धित अंक, (यदि वे उपलब्ध हों तो) बिना लिये जाते हैं ताकि मानव जीवन के विकास व जीवन की गलतियों के समाधान में सरलता रहे। अनुभव के ज्ञान व अनुभव का यह लिखित रूप ही मानव गणना व विकास का आधार है। इगल मानव-जीवन में बहुत महत्वपूर्ण स्थान है। यही के सांख्यिकी का प्रारम्भ होता है तथा मानव के लिये उसके महत्व का आभास होता है।

## 'सांख्यिकी' का प्रारम्भ (Origin of Statistics)

मेरा प्रतीत होता है कि संघीय भाषा का 'स्टैटिस्टिक' (Statistics) शब्द लैटिन शब्द 'स्टैटम' (Statum), इटालियन शब्द 'स्टैटिस्टा' (Statista), या जर्मन शब्द 'स्टैटिस्ट' (Statistik) से बना है। इन सबका अर्थ राजनीतिक भू-भाग या राज्य से होता है। इगले स्पष्ट होता है कि इस विज्ञान का राज्य से महत्त्व सम्बन्ध है। इस दिग्ग में किसी भी दिग्ग के सम्बन्धित संख्याओं का सम्बन्ध निम्न ज्ञात है। भारत में इस विज्ञान का प्रारम्भ राज्य से हुआ है। प्राचीन काल में प्रगे जागन को सुचारु रूप से चलाने के लिये राजा लोग चौकड़े इकट्ठा करवाने थे। ये चौकड़े राज्य-संसाधन व सैन्य-संसाधन दोनों के लिये बहुत उपयोगी होते थे। निम्न प्रमुखों के आधार पर और इन चौकड़ों की महत्त्वता लेकर राजा लोग अपनी सेवा की संस्था, उनके लिये रण, राज्य कर्मचारियों के वेतन, भूमि-कर आदि आवश्यकता-नुसार घटाने या बढ़ाने थे। उनकी नीति बहुत अंगों में चौकड़ों पर निर्भर थी। इगली कारणों से गरने इस विज्ञान को 'राज्य-सर्व का विज्ञान' (Scientia regis) या 'महाराजों का विज्ञान' (Science of Kings) कहा गया

## इतिहास व विकास (History and Development)

सांख्यिकी के इतिहास व इसके विकास के विभिन्न कारणों की सुविधा के दृष्टि-  
कोण से निम्न भागों में बांटा जा सकता है —

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० ई० तक) — ऐसा कहा जाता है कि इस विज्ञान का प्रयोग संसार में बहुत प्राचीन काल से चला आ रहा है। नीचे दिये हुए विवरण से इसका प्राचीन इतिहास स्पष्टतया प्रकट होता है —

### सांख्यिकी के विकास की छः अवस्थाएँ

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० तक)।

(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५००-१६००)।

(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६००-१७००)।

(४) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन (१७००-१८००)।

(५) नये नियमों का प्रतिपादन (१८००-१९००)।

(६) आधुनिक युग (१९०० से अब तक)।

(घ) मिश्र — ईसा के लगभग ३०५० वर्ष पूर्व मिश्र के सम्राट रैम्स द्वितीय (Rames II) ने समार प्रसिद्ध पिरामिडों के निर्माण के लिये विभिन्न प्रकार के भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(ब) इजरायल — 'संख्याओं की पुस्तक' (The Book of Numbers) से पता चलता है कि मोजेज ने इजरायल के लोगों की गणना इनकी युद्ध-शक्ति का अनुमान लगाने के लिये की थी।

(स) चीन — लगभग १२०० ई० पूर्व चीन में भी वहाँ के प्रदेशों के बारे में भाँवड़े एकत्रित किये गये थे।

(द) हार्लैंड — हार्लैंड के विजयी विलियम ने अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(प) जर्मनी — जर्मनी के फ्रेडरिक द्वितीय ने भी अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(र) यूनान व रोम — संख्या के प्राचीन केन्द्र यूनान व रोम में भी इस विज्ञान का प्रयोग प्राचीनकाल में होता था।

(ल) भारतवर्ष — इस विज्ञान का प्रयोग भारतवर्ष में भी हुआ जैसा कि नीचे दिये हुये विवरण में स्पष्ट होता है —

(क) मौर्यकाल — इस काल में अनेक प्रकार के भाँवड़े एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मेगस्थनीज ने मौर्यकालीन शासन के विषय में

लिखा है कि चन्द्रगुप्त मौर्य ने प्राय-उत्पत्ति, जन्म-मरण, सेना, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी घाँकड़े एकत्रित करने के लिये अनेक समितियों बनाई थीं। कौटिल्य के अर्थशास्त्र में शासन, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रबन्ध आदि के सम्बन्ध में बहुत से तथ्य व घाँकड़े मिलते हैं।

(ख) गुप्त-काल—इस काल में सरकार द्वारा विभिन्न प्रकार के घाँकड़े एकत्रित कराये जाने का उल्लेख मिलता है।

(ग) मैलाजहीन खिलजी के समय में भी घाँकड़े एकत्रित किये जाते थे। (उसके समय के बाजार भाव भाज भी इतिहासों में उपलब्ध हैं।

(घ) मुगल-काल—इस काल में विशेषतः अकबर के समय में अनेक प्रकार के घाँकड़े एकत्रित किये गये। तत्कालीन लगान मन्त्री राजा टोडरमल ने भूमि की पैमायश कराई व लगान निर्दिष्ट किया।

अबुल फजल द्वारा लिखित आइन अकबरी में इसका विवरण मिलता है।

इस प्रकार यह प्रकट होता है कि प्राचीन काल से ही यह विज्ञान मानव-जीवन के लिये आवश्यक बन गया था। लगभग सभी मध्य और उत्तरीय देशों में इसका प्रयोग होता था परन्तु इसके विकास का अवस्थित इतिहास मोलहूवी शताब्दी में ही मिलता है।

(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५०० से १६०० तक) इस शताब्दी में यह विज्ञान अपनी शोभावाचकता में था। इस समय इस विज्ञान का प्रयोग ज्योतिष-शास्त्रियों (Astronomers) ने किया और तारों व नक्षत्रों की गति, स्थान आदि के विषय में घाँकड़े एकत्रित किये तथा ग्रहण के बारे में पूर्वानुमान लगाये। इनमें टीको ब्राहे व जॉन्स कैप्लर का नाम विशेषकर उल्लेखनीय है।

(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६०० से १७०० तक)—इस शताब्दी में इस विज्ञान का प्रयोग अधिक विस्तृत हुआ जैसे —

(घ) जन्म-मरण व सामाजिक दशाघों के अध्ययन के लिए—विद्वानों ने जन्म-मरण व सामाजिक दशाघों के अध्ययन में इसकी सहायता ली। जन्म-मरण के विषय में विशेष रूप से घाँकड़े एकत्रित किए गए और उनकी सहायता से जीवन मारणी (Life Table) व मृत्यु सारणियाँ (Mortality Tables) बनाई गईं। इस क्षेत्र में कैम्बर-न्यूमेन, एडमंड हैली, जे० पी० सस्मिथ और सर विलियम पेटी का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है।

(ङ) अपराध सम्बन्धी दशाघों के अध्ययन के लिए—सन् १६२१ में प्रो० जार्ज घोब्रेट ने अपराध सम्बन्धी घाँकड़ों की सहायता से

विचार किया कि कैसे अपराधों में कमी लाने का प्रयास किया जा सकता है ? इसी अवधि में मांकडो की सहायता से पेन्शन व्यवस्था पर भी विचार किया गया ।

- ( स ) जीवन बीमा में प्रयोग के लिए—लन्दन के बैप्टेन जॉन शाट ने १६६१ में जन्म-मरण के मांकडो का बहुत ही विश्लेषणात्मक अध्ययन किया और फलस्वरूप १६६८ में लन्दन में सर्वप्रथम जीवन बीमा संस्था की स्थापना हुई ।

( ४ ) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन ( १७०० से १८०० तक )—इस शताब्दी में इस विज्ञान का प्रयोग तथा महत्व और भी बढ़ा । इन समय इस बात की आवश्यकता अनुभव की जाने लगी कि भ्रमों के एकत्रित करने तथा इनके विश्लेषण व निर्वचन (Interpretation) करने के भेद व अवैज्ञानिक ढंगों में भी विकास करके वैज्ञानिक व सरल बनाया जाय । इस शताब्दी में सांख्यिकी व गणित के बीच एक सम्बन्ध हुआ । बहुत में जुड़े खेलने वाले धनी लोग जोखिम को घटाने के लिये गणितीयों की सहायता लेने लगे । गणितीयों ने मांकडो के आधार पर अनेक फल निकाले व उन्हें रायें दीं । बार्डन ने एक ऐसी पुस्तक प्रकाशित की, जिसमें विभिन्न खेलों के जोखिमों से बचने का उपाय बताया । इस क्षेत्र में पैस्कल व फर्मेट का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है । इन दोनों के पत्र-व्यवहार के आधार पर ही 'सम्भावना सिद्धांत' (Theory of Probability) की नींव पड़ी । प्रोफेसर जेम्स बरनौली ने 'बड़ी संख्याओं का नियम' (Law of Large Numbers) तथा 'नैतिक-सम्भावना' (Moral Expectation) का नियम गणित के ढंग पर स्पष्ट किया ।

( ५ ) नये नियमों का प्रतिपादन (१८०० से १९०० तक)—सन् १८१२ में लैपलेस नामक प्रसिद्ध वैज्ञानिक ने 'सम्भावना सिद्धांत' पर एक महत्वपूर्ण पुस्तक लिखी । 'आधुनिक सांख्यिकी सिद्धांत' (Modern Theory of Statistics) का प्रतिपादन बेलजियम के महान् ज्योतिषाचार्य एवं गणितज्ञ थोमस ए० ए० जे० बबेट्लेट ने किया । इन्होंने वनस्पति, पशु एवं मनुष्यों के सम्बन्ध में अध्ययन किया और अपने विचारों को प्रकट करने में सस्यामों की सहायता ली । इस युग में बहुत से महान् तथ्याङ्कों के रूप में संग्रहित के वैज्ञानिक विकास में अपना महत्वपूर्ण योग दिया । भूतार्थ गणितज्ञ लैप, लैक्लिश, सर फ्रांसिस गाल्टन, गॉस चालियर और कार्ल पियर्सन आदि ने सांख्यिकी की उन्नति व विकास में महत्वपूर्ण सहयोग, नये नियमों के प्रतिपादन और पुराने नियमों के पुष्टीकरण व विश्लेषण द्वारा दिया ।

( ६ ) आधुनिक युग (१९०० से अब तक)—यह विज्ञान आज बीसवीं शताब्दी में बहुत विकसित हो गया है और इसका प्रयोग मानव-ज्ञान के प्रत्येक विभाग में होता है । यह कहने में कोई शक्यता नहीं है कि आधुनिक युग में विभिन्न शास्त्रों अथवा विज्ञानों की अपूर्व उन्नति इस विज्ञान की अपूर्व सहायता लेकर ही हो पाई है । आधुनिक

## सांख्यिकी का प्रारम्भ व विकास

युग में ज्ञान व विज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों के लिए यह विज्ञान अनिवार्य हो गया है। इसका प्रयोग नवीन विद्वानों के प्रतिपादन और आधुनिक विद्वानों के पुष्टीकरण के लिये किया जाता है।

इस विज्ञान की महत्वपूर्ण बनाने का ध्येय कई महान् सांख्यिकी विद्वानों को है जिन्होंने अपने प्रथम प्रयोग से इसकी वर्तमान उच्च स्थान दिया है। इस सम्बन्ध में प्रो० चार्ल्स गटन, डा० बाबले, डब्लू० आई० किंग, जी० यू० मूल, ई० फिशर और भारतवर्ष के प्रो० मण्डल मोक्षित साहि विशेष रूप से उल्लेखनीय हैं। स्वतन्त्रता के बाद भारतवर्ष में योजनाओं का युग हो गया है। प्रथम, द्वितीय व तृतीय योजनाओं में इस विज्ञान से बहुत सहायता भी गई है।

### अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग

अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग अपेक्षाकृत देर से हुआ। इसका प्रारम्भ सर विलियम पैटी ने १६६० में किया। इसी समय थोमरी किंग ने पूर्ण म कीमत में सम्बन्ध प्रकट करने के लिये इस विज्ञान का प्रयोग किया। अठारहवीं शताब्दी में उद्योग, व्यापार, कर, कृषि, उत्पादन आदि के बारे में बहुत से सम्म दशा में बहुत सी जानकारीयों अर्थों द्वारा प्राप्त की गई। परन्तु उनसे व आर्थिक नियमों में कोई सम्म व स्थापित न किया जा सका। आधुनिक अर्थशास्त्री आर्टम स्मिथ, जे० एम० मिन आदि निर्गमन तर्क प्रणाली में (Deductive Logic) में विद्वान् करते थे। परन्तु बाद में अर्थशास्त्रियों जैसे कोरनॉट और डब्लू० एस० जेवन्स आदि ने इस विचारधारा में विकास किया और अनुभव या ऐतिहासिक तर्क प्रणाली द्वारा पुष्टीकरण पर जोर दिया। फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्र में बढ़ने लगा। बाद की ती अर्थशास्त्रियों ने यहाँ तक कहा कि निजी भी समस्या का ठीक अध्ययन इन दोनों विज्ञानों के सहयोग से ही उचित रूप में हो सकेगा और इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्रियों ने अर्थशास्त्र के अध्ययन के प्रत्येक क्षेत्र में आवश्यक मान लिया।

## अध्याय २

# सांख्यिकी का अर्थ, लक्षण, परिभाषा, क्षेत्र तथा सीमाये

((Meaning, Characteristics, Definition, Scope  
& Limitation of Statistics))

---

## सांख्यिकी का अर्थ

(Meaning of Statistics)

अंग्रेजी भाषा का 'स्टैटिस्टिक्स' (Statistics) शब्द दो रूपों में प्रयोग होता है। एक बहुवचन में व दूसरे एक वचन में। प्राचीन काल में इस विज्ञान की अवस्थित प्रवस्था में यह शब्द बहुवचन के रूप में प्रयुक्त होता था और इसका अभिप्राय समक या प्रांकडो (Statistical data) से था। अब भी इसका प्रयोग बहुवचन में समक या प्रांकडो के अर्थ में होता है। जैसे कोई यदि यह कहे कि मैंने अपने सेल में 'स्टैटिस्टिक्स' दिये हैं तो इस शब्द का यह प्रयोग बहुवचन में है और इसका अभिप्राय प्रांकडो से है।

कालान्तर में जब यह विज्ञान एक पूर्ण विज्ञान के रूप में विकसित हो गया तो यह शब्द एक वचन के रूप में प्रयुक्त होने लगा जिसका अभिप्राय सांख्यिकी (Science of Statistics) के अर्थ में है। जैसे यदि कोई यह कहे कि मैं 'स्टैटिस्टिक्स' पढ़ता हूँ तो इस शब्द का यह प्रयोग एक वचन में है और इसका अभिप्राय सांख्यिकी विज्ञान से है।

अब हम 'स्टैटिस्टिक्स' शब्द की परिभाषा उसके दोनों अर्थों एकवचन व बहुवचन में अलग-अलग देगे। यहाँ हम इस शब्द की परिभाषा बहुवचन या प्रांकडो के रूप में दे रहे हैं। एकवचन या विज्ञान के रूप में इसकी परिभाषा आगे यथास्थान दी जायेगी।



(३) वे अनगिनत कारणों से पर्याप्त सीमा तक प्रभावित होते हैं (They are affected to a marked extent by multiplicity of causes)—समयों पर केवल किसी एक कारण का ही प्रभाव नहीं पड़ता बल्कि अनेक कारणों का प्रभाव पड़ता है। अर्थात् घाँवों के मूल्यों में परिवर्तन का कारण कोई एक नहीं होता बल्कि अनेक होते हैं। यह निश्चित रूप में नहीं कहा जा सकता है कि कोई घटना किस कारण का प्रभाव है। एक घटना कई कारणों से सम्मिलित प्रभाव से घटित होती है। उदाहरण के लिए यदि किसी स्थान पर किसी वर्ष कोई फसल बहुत अच्छी हुई तो यह किसी एक कारण का प्रभाव नहीं बल्कि कई कारण जैसे वर्षा, सिंचाई की व्यवस्था, खाद का प्रयोग, बीज का प्रकार, जुताई व बुवाई का ढंग, जलवायु आदि के संयोजन है।

(४) घाँवों के संग्रहण में उचित मात्रा की शुद्धता होनी चाहिये (A reasonable standard of accuracy must be maintained in collection of statistics)—घाँवों का संग्रह करते समय शुद्धता का उचित ध्यान रखना और प्रयोग करना आवश्यक है। यदि अब अनुमानित है तो अनुमान लगाते समय समस्या माथनों में उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए शुद्धता निभायी चाहिये। उदाहरणार्थ, किसी नगर की जनगणना करते समय दो-चार व्यक्तियों की कमी या अधिकता कोई भ्रम नहीं रखती। परन्तु, किसी परिवार की जागणना करते समय हमें बहुत सतर्क रहना पड़ेगा, क्योंकि वहाँ दो-चार व्यक्तियों की भूल हमारे फल को प्रगुष्ट बना देगी।

(५) संग्रहण किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिये होना चाहिए (The collection must be done for a predetermined purpose)—संग्रहण किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के अनुसार होता है। उद्देश्य पहले ही निश्चित होना है और फिर आवश्यकतानुसार घाँवों के एकत्रित किये जाते हैं। बिना किसी उद्देश्य के सम्पादनों के रूप में सूचनाएँ हमारे पास हैं तो ये सम्पादन मात्र वही जायेगी घाँवों में नहीं। यदि व का केवल ६०० रुपये माहवार या १०० रुपये माहवार हैं—तो यह सूचना 'समय' नहीं है। किन्तु, यदि दोनों के सामान्य दत्ता की तुलना करने के उद्देश्य से यह सूचना एकत्रित की गई हो, तो समय बहलायेगी।

(६) घाँवों एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किये जाने योग्य (They must be capable of being placed in relation to other)—एकत्रित किये हुए घाँवों सभी सामग्रद होयें जब उनकी तुलना उसी के घाँवों से की जाय। जब तक उनमें समन्वयता व सुलभता का गुण न हो वे निरर्थक होयें। जैसा यदि हम यह कहें कि व की मासिक आय ३०० रुपये, स का वजन १०३० सेर और ग की आय ५ फीट ६ इंच है तो ये सम्पादनों व सूचनाएँ अव्यवस्थित न होंगी, क्योंकि इन्हें एक दूसरे से सम्बन्धित रूप से नहीं रखा जा सकता है।

पर यदि तीनों की मासिक आय, या वजन या लम्बाई एक माप रखी जाय तो यह समंक हो सकता है।

(७) झाँकड़े व्यवस्थित रूप से सकलित किए गये हों (They must be collected in a systematic manner)—झाँकड़े एक व्यवस्थित ढंग से एकत्रित किये जाने चाहिए। संग्रहण से पहले एक निश्चित योजना बना लेना उचित है। बिना किसी योजना के एकत्रित किये गए झाँकड़े वास्तव में झाँकड़े नहीं कह जा सकते क्योंकि उनमें अनुसंधान पर समुचित प्रकाश नहीं पड़ेगा और वे व्यर्थ होंगे। उदाहरण के लिए, यदि हम किसी विद्यालय के कुछ विद्यार्थियों के प्राप्तान एकत्रित करें और यह ध्यान न रखें कि वे किस वर्ग के, किस परीक्षा के, किस विषय के तथा कितने में से हैं, तो यह सूचना समक नहीं बही जा सकती और इससे हम कोई फल नहीं निकाल सकते।

(८) समकों की गणना द्वारा या अनुमान द्वारा एकत्रित किया जाता है—

(प्र) गणना द्वारा समंक तभी एकत्रित किए जा सकते हैं जबकि जिस क्षेत्र का अनुसंधान किया जा रहा है वह सीमित हो क्योंकि विस्तृत क्षेत्र में गणना नहीं की जा सकती है।

(ब) अनुमान द्वारा समक उस समय एकत्रित किये जाते हैं जबकि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत होता है।

## (II) सांख्यिकी विज्ञान की परिभाषा

### (Definition of the Science of Statistics)

जैसा कि पहले ही कहा जा चुका है—प्रारम्भिक अवस्था में इस विज्ञान का क्षेत्र सीमित था और इसकी परिभाषा देनी सरल थी। परन्तु इसके क्षेत्र के विकास के साथ-साथ परिभाषायें भी बदलती गईं। इन बदली हुई परिस्थितियों में पहले की दी हुई परिभाषाओं में कुछ दोष व कमियाँ दिखाई देने लगी तथा वे अनुपयुक्त लगने लगी। यों तो इस विज्ञान की लगभग २०० परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। परन्तु उनमें से कुछ प्रसिद्ध विद्वानों द्वारा दी गई परिभाषाओं का यहाँ विवेचन किया गया है :—

#### (१) बाउले द्वारा दी गई परिभाषायें

बाउले (Bowley) ने सांख्यिकी को तीन परिभाषायें दी हैं जो इस प्रकार हैं—

(प्र) 'सांख्यिकी गणना का विज्ञान है।'<sup>१</sup>

प्राप्तीचन—स्पष्ट है कि यह परिभाषा सांख्यिकी की बड़े रीतियों में से केवल एक अर्थात् झाँकड़ों के एकत्रित करने की ही अपनने में समाविष्ट करती है—अन्य रीतियों को कोई स्थान नहीं देती। इसलिये यह परिभाषा ठीक नहीं है।

(ब) 'सांख्यिकी उचित रूप से औसतों का विज्ञान कहा जा सकता है।'<sup>7</sup>

प्रालोचना—इस परिभाषा में भी सांख्यिकी की कई रीतियाँ में से केवल एक औसत या माध्य की ही स्थान दिया गया है। अन्य रीतियों का कोई उल्लेख नहीं है। इसलिये यह परिभाषा उचित नहीं मानी जाती है।

(स) 'सांख्यिकी वह विज्ञान है जो सामाजिक व्यवस्था को सम्पूर्ण मानकर उसके सभी वर्गों में मापन करता है'<sup>8</sup>

प्रालोचना—एक तो यह परिभाषा अस्पष्ट ही है और सत्य का अभिप्राय स्पष्ट नहीं होता। दूसरे, संभव है इस परिभाषा में सांख्यिकीय रीतियों पर कोई जोर नहीं देता और तीसरे यह परिभाषा सांख्यिकी के क्षेत्र को संकुचित बना देती है क्योंकि यह विद्या केवल समाज में रहने वाले व्यक्तियों तथा उनकी सामाजिक विधियों का ही अध्ययन करती है।

(२) बॉडिंगटन द्वारा दी गई परिभाषा

बॉडिंगटन (Boddington) का अनुसार 'सांख्यिकी अनुमानों और सभी विधियों का विज्ञान है।' बॉडिंगटन ने अपनी परिभाषा में दो मुख्य विषयों पर इस विज्ञान की बतलाई है —

(१) अनुमानों का विज्ञान—जब सांख्यिकी का अनुमान धन अथवा पैमाने पर दिया जाता है तब गणना करना सम्भव नहीं होता है। अतः अनुमान का आधार पर प्राक्के एकत्रित किये जाते हैं। देना की एसी बहुत सी समस्याएँ हैं जिनसे प्राक्का का सफलान इन समस्याओं के विस्तृत होने का कारण अनुमानों के आधार पर दिया जाता है और यदि उनका गणना भी की जाती है, तो सामूहिक रूप से की जाती है।

(२) सम्भावितताओं का विज्ञान—किसी विषय का बारे में जय भविष्य का अनुमान लगाया जाता है, तो इस 'सम्भावितता' (Probability) कहते हैं। देना की विभिन्न समस्याओं में इस बात की आवश्यकता पड़ती है कि भविष्य का अनुमान लगाया जाय। यह अनुमान (संभावितता) एकत्रित सूचनाओं के आधार पर लगाया जाता है। अतः सांख्यिकी अनुमानों तथा सम्भावितताओं का विज्ञान है।

प्रालोचना—बॉडिंगटन की उक्त परिभाषा अस्पष्ट तथा अधूरी है। यह इस विज्ञान का क्षेत्र को संकुचित कर देती है क्योंकि इसमें इस विज्ञान के केवल एक पक्ष अनुमान तथा सम्भावितताओं पर ही जोर दिया गया है। सांख्यिकी के अन्य बहुत से पक्ष हैं जिनका कोई वर्णन इस परिभाषा में नहीं किया गया है।

7 Statistics may rightly be called the science of averages

—Dr Bouley

8 'Statistics is the science of the measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations

—Dr Bouley

9 'Statistics is the science of estimates and probabilities'

—Boddington

### (३) सैक्राइस्ट द्वारा दी गई परिभाषा

सैक्राइस्ट (Sacrist) के अनुसार 'सांख्यिकी में हमारा तात्पर्य उन तथ्यों के समूह से है जो अनेक कारणों में पर्याप्त मात्रा में प्रभावित होते हैं, जो संख्या में व्यक्त किये जाते हैं, जिनका गणना या अनुमान शुद्धता के एक उचित स्तर के अनुसार की जाती है तथा जिन्हें पूर्व निर्दिष्ट उद्देश्य के लिए व्यवस्थित रीति से एकत्रित किया जाना है और जो एक दूसरे में सम्बन्धित रूप में प्रकट किये जाते हैं।'<sup>10</sup>

आलोचना—यह परिभाषा भी उपयुक्त नहीं है क्योंकि हममें सांख्यिकी विज्ञान की भाँकड़ों के अर्थ में प्रयोग किया गया है न कि एक विज्ञान के रूप में।

### (४) वेबस्टर की परिभाषा

वेबस्टर (Webster) के शब्दों में 'सांख्यिकी किसी राज्य के लोगों की दशा के बारे में वर्गीकृत तथ्य हैं मुख्यतः वे तथ्य हैं जो संख्याओं में, या संख्याओं की सारणियों में या किसी सारणीत या वर्गीकृत व्यवस्था में व्यक्त किये जा सकते हैं।'<sup>11</sup> ठीक इससे ही मिलती-जुलती परिभाषा डा० मेयर (Dr. Mayer) ने भी दी है।

आलोचना—प्रथम इस परिभाषा के अनुसार इस विज्ञान का क्षेत्र एक राज्य के लोगों की दशा के अध्ययन तक ही सीमित है। दूसरे, 'स्टैटिस्टिक्स' शब्द का प्रयोग इन लोगों ने भाँकड़ों के अर्थ में किया है न कि विज्ञान के अर्थ में। इन कारणों से ये परिभाषायें ठीक नहीं हैं।

### (५) किंग के अनुसार परिभाषा

किंग (King) लिखते हैं कि 'सांख्यिकी विज्ञान वह प्रणाली है जिसके द्वारा किसी एक गणना या अनुमानों के संग्रहण के विश्लेषण से प्राप्त फलों के द्वारा सामूहिक, प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओं का विवेचन किया जाना है।'<sup>12</sup>

10. 'By statistics we mean aggregate of facts affected to a marked extent by multiplicity of causes, numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other.'

—Sacrist

11. 'Statistics are classified facts respecting condition of the people in a state specially those facts which can be stated in numbers or in tables of numbers or in any tabular or classified arrangement.'

—Webster

12 'Science of statistics is the method of judging collective, natural or social phenomena from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates.'

—King

विषय की परिभाषा का स्पष्टीकरण—इस परिभाषा में नीचे दी हुई तीन बातों पर जोर डाला गया है—

- (१) सांख्यिकी विज्ञान में प्रावृत्ति या सामाजिक घटनाओं का विवेचन किया जाता है।
- (२) यह विवेचन गणना या अनुमानों के द्वारा एकत्रित विषय हुये समूहों के विश्लेषण से प्राप्त तथ्यों के आधार पर किया जाता है।
- (३) यह विवेचन सामुचित रूप में होता है।

आलोचना—विषय से अपनी परिभाषा में सांख्यिकी टीका की सख्त निराला करने का प्रयत्न किया है क्योंकि इस परिभाषा में सामाजिक घटनाओं के माप-माप प्रावृत्ति घटनाओं का भी वर्णन है। इनका लोके हुए भी यह परिभाषा पूर्ण नहीं है क्योंकि इनमें सांख्यिकी की सभी सीमाएँ का समावेश नहीं है।

### अन्य परिभाषाएँ

(६) पर्सन तथा हार्लोव (Person and Harlow)—“सांख्यिकी तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने का विज्ञान है।”<sup>13</sup>

[यहाँ तथा हार्लोव ने सांख्यिकी को तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने वाला कहा है। यह स्पष्ट नहीं किया है कि तथ्यों का समूह संख्याओं में दिया जाय या अन्य प्रकार में। यदि यह अनुमान लगाया जाय कि इनका आशय समूहों से है तो भी यह परिभाषा समूची है क्योंकि सांख्यिकी केवल समूहों के उपयोग का ही विज्ञान नहीं है जैसा कि इस परिभाषा में बताया गया है।]

अब आगे हम कुछ सभी परिभाषाओं पर विचार करेंगे जो वर्तमान सीमा तक टीका है।

(७) लोवेट (Lowitt)—“सांख्यिकी वह विज्ञान है जो तथ्यों, सम्बन्धी तथ्यों के समूहों, वर्गीकरण और सारणीयता से सम्बन्ध रखता है ताकि घटनाओं की व्याख्या, नियंत्रण और तुलना के लिए आधार रखने प्रयोग में लाये जायें।”<sup>14</sup>

[यह परिभाषा बहुत कुछ टीका है क्योंकि यह सभी सांख्यिकीय सीमाओं को समाविष्ट करती है। इस परिभाषा का वैधानिक रूप ही दोष है कि इसमें सांख्यिकी की निमित्तों पर जोर दिया गया है और सांख्यिकी की प्रवृत्ति पर ध्यान नहीं दिया गया है।]

13 “Statistics is the science and art of handling aggregates of facts”  
—Person and Harlow

“Statistics is the science which deals with the collection, classification and tabulation of numerical facts as a basis for the explanation, description and comparison of phenomena.”  
—Lowitt

(८) सेलिगमन (Seligman)—‘सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी विषय पर प्रकाश डालने के उद्देश्य से संग्रह किये गये आँकड़ों के संग्रहण, वर्गीकरण, प्रदर्शन, तुलना और व्याख्या करने की रीतियों का विवेचन करता है।’<sup>15</sup>

[यह परिभाषा भी उपयुक्त है क्योंकि इसमें सांख्यिकी की सभी रीतियों का समावेश है। इसकी भी आलोचना यही है कि इसमें सांख्यिकी की प्रकृति पर जोर नहीं दिया गया है।]

(९) ब्लेयर (Blair)—‘सांख्यिकी’ परस्पर सम्बन्धित आँकड़ों के समूहों का विश्लेषण करने वाला एक विज्ञान तथा वह है जिससे उनके सम्बन्धों और कारणों की खोज की जा सके।<sup>16</sup>

[इस परिभाषा में यदि ‘विश्लेषण’ शब्द को व्यापक माना जाय और इसमें सांख्यिकीय रीतियों को समाविष्ट माना जाय तो यह परिभाषा ठीक लगेगी अन्यथा नहीं।]

(१०) केन्डल (Kendall)—‘सांख्यिकी वैज्ञानिक प्रणाली की वह शाखा है जो प्राकृतिक पदार्थों के समूहों के गुणों को गिनने व मापन करने से प्राप्त हुए आँकड़ों से सम्बन्ध रखता है।’<sup>17</sup>

[यह परिभाषा भी ठीक है और इस विज्ञान के क्षेत्र को पूर्ण रूप से आच्छादित कर लेती है। यह सांख्यिकी की प्रकृति की ओर संकेत करती है परन्तु इसमें समूहों के प्रयोग पर अधिक जोर दिया गया है।]

**निष्कर्ष—सांख्यिकी की उचित परिभाषा**

सांख्यिकी की एक उपयुक्त परिभाषा निम्न हो सकती है :—

इस प्रकार स्पष्ट है कि इस विज्ञान की विभिन्न परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। इसका मुख्य कारण यह है कि इसका क्षेत्र बहुत व्यापक है तथा दिन प्रतिदिन विविध होता गया है।

‘सांख्यिकी एक विज्ञान और कला है जो सामाजिक, आर्थिक, प्राकृतिक व अन्य समस्याओं से सम्बन्धित समस्याओं के संग्रहण, वर्गीकरण, सारणोपन, उपस्थिति-

15. ‘Statistics is the science which deals with the method of collecting, classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of inquiry.’  
—Seligman

16. Statistics is the science and method of analysing groups of related numbers in order to discover their relationships and meanings  
—Blair

17. ‘Statistics is the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring the properties of populations of natural phenomena.’  
—Kendall

(२) सांख्यिकी के परिणाम प्रसृत्य सिद्ध हो सकते हैं यदि उनका विना सर्वभू के किया जाय—सांख्यिकी के परिणाम को ठीक प्रकार से समझने के लिए परिस्थितियों को अच्छी तरह से जानना आवश्यक है। यदि परिस्थितियों को ठीक तरह से स्पष्ट न किया जाय या मन्दर्भ न दिया जाय तो निष्कर्ष भ्रमशुद्ध हो सकते हैं। उदाहरणार्थ यदि 'अ' व्यवसाय में तीन वर्षों का लाभ क्रमशः २०००, ३००० व ४००० रु० हैं और 'ब' व्यवसाय में उसी वर्षों का लाभ ४०००, ३००० व २००० रु० है तो दोनों दशाओं में औसत ३००० रु० होगा और फल यह निरूपेण कि दोनों व्यवसायों की दशा एक ही है। परन्तु मन्दर्भ को देखने से पता चलता है कि वास्तव में ऐसी नहीं है। वास्तव में 'अ' व्यवसाय वर्ष प्रति वर्ष उन्नति कर रहा है और 'ब' व्यवसाय वर्ष प्रति वर्ष प्रगति कर रहा है।

(३) सांख्यिकी किसी समस्या के केवल सत्यात्मक स्वरूप का ही अध्ययन सकती है—सांख्यिकी केवल ऐसी समस्याओं का अध्ययन करती है जिन्हें सत्या में व्यक्त किया जा सकता है। सांख्यिकीय रीतियाँ उन तथ्यों के अध्ययन में प्रयोग नहीं होती हैं जो संख्यात्मक में न मापे जा सकें। ऐसी जाने जो सत्या में प्रकट नहीं की जा सकती हैं हम विज्ञान के अध्ययन का विषय नहीं हैं जैसे ईमानदारी, सभ्यता, बुद्धिमानी, न्याय, मित्रता आदि के विषय का अध्ययन सांख्यिकी का विषय नहीं है। परन्तु गरीबी व भ्रमीरी का अध्ययन लोगों की आय से किया जाता है। इस दशा में इनके परिमाण-मक पहलू (Quantitative aspects) का अध्ययन आँखों द्वारा अप्रत्यक्ष रूप से करना पड़ता है—गुणात्मक पहलू (Qualitative aspect) का अध्ययन सम्भव नहीं है। स्वास्थ्य, मृत्यु-दर, आदि का मापन अप्रत्यक्ष रूप में एक दार्शनिक सीमा का निर्धारण करके ही सम्भव है।

यही विचार बाउले ने भी प्रकट किये हैं —

समस्त किसी अनुसंधान के किसी विभाग में तथ्यों का सत्या के रूप में प्रकटीकरण है जिन्हें एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किया जाता है।"

—बाउले

(४) सांख्यिकीय समस्या में एकरूपता और सजातीयता होना आवश्यक है—घाप में तुलना के लिये यह आवश्यक है कि जो चीजें एकत्रित किये गए हों व एक ही गुण को प्रकट करते हों, उनके मुख्य गुणों में कोई विशेष परिवर्तन वाछनीय नहीं है। उनमें प्रारम्भ से अन्त तक उच्च कोटि की स्थिरता आवश्यक है, सभी परिणाम ठीक होना प्रत्याशा नहीं। उदाहरण के लिए यदि विशेष प्रकार की चीजों का भारत देश में किसी विशेष काल में औसत मूल्य निर्धारण है तो ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिए आवश्यक है कि समस्त स्थानों पर उसी प्रकार की चीजों के मूल्यों को एकत्रित किया जाय। यदि ऐसा न किया गया तो परिणाम भ्रमशुद्ध होगा। इसी प्रकार भिन्न-भिन्न जाति के आँकड़ों की तुलना नहीं की जा सकती है। उदाहरण के लिए घास में और मूल्य स्तर में तुलना सम्भव नहीं है।

(५) सांख्यिकी के नियम दीर्घ काल में तथा माध्यमिक रूप में सत्य होते हैं और प्रोक्षित रूप में सत्य होते हैं—भौतिक विज्ञान व भूगोल के नियमों की तरह सांख्यिकी के नियम पूर्ण रूप से सत्य नहीं होते हैं। ये केवल सन्निकट प्रवृत्तियों (Approximate tendencies) को प्रकट करते हैं। उदाहरण के लिए यदि यह कहा जाय कि भारतीय बाले होते हैं तो यह कथन एक प्रवृत्ति की ओर इंगित करता है। यह बात प्रोक्षित रूप से ठीक है। सांख्यिकी के नियम अति दीर्घ सत्य नहीं होने इसमें काफी समय लगता है।

(६) सांख्यिकीय निष्कर्ष पूर्ण रूप से प्राप्ताधिक नहीं होते—सांख्यिकीय विवेचन से प्राप्त निष्कर्ष सर्वदा पूर्णतः सत्य नहीं होते। इसलिए इन पर अति बन्ध कर विश्वास नहीं कर लेना चाहिए। किसी समस्या के समाधान की अनेक रीतियाँ हो सकती हैं। सांख्यिकी भी उनमें से एक है। सांख्यिकी द्वारा प्राप्त फलों को अन्य रीतियों द्वारा प्राप्त फलों से मेल मिला कर ही सत्य मानना चाहिए।

इसके सम्बन्ध में प्रो० एफ० सी० मिल्स के निम्नांकित विचार हैं:—

“सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग साधन के रूप में बुद्धिमानी से करना चाहिए तथा सांख्यिकीय विवेचन से निकलने वाले निष्कर्षों के विवेचन में अत्यन्त सावधानी से काम लेना चाहिये।”  
—एफ० सी० मिल्स

(७) सांख्यिकी का उचित प्रयोग उसकी प्रणालियों को ठीक तरह से जानने वाला व्यक्ति ही कर सकता है—सांख्यिकी एक विज्ञान है और उसकी रीतियाँ वैज्ञानिक ढंग से बनाई गई हैं—एक साधारण व्यक्ति के लिये इसका उचित व ठीक प्रयोग कठिन है। केवल ऐसे व्यक्ति ही इसका उचित व ठीक प्रयोग कर सकते हैं जो सांख्यिकीय रीतियों और नियमों को ठीक तरह से जानते हों अन्यथा वे प्राप्त समकों से कोई निष्कर्ष नहीं निकाल सकते हैं या बिल्कुल गलत निष्कर्ष निकालेंगे। अज्ञान के हाथ में यह महान अविश्वसनीय हो सकता है। इसीलिये यह कहा गया है ‘समस्त अयोग्य विद्वत्सक के हाथ में दवा के समान हैं जिनका दुरुपयोग बड़ी सरलता से अज्ञान या अयोग्य व्यक्ति द्वारा हो सकता है।’<sup>21</sup>

(८) सांख्यिकी केवल साधन प्रस्तुत करती है समाधान नहीं—सांख्यिकी की यह सीमा प्रो० वाउले के कथन पर आधारित है। उनका कहना है कि सांख्यिक का कर्तव्य समकों को एकत्रित करना तथा उन्हें उचित रीति से प्रदर्शित करना है उनका कर्तव्य निष्कर्ष निकालना नहीं है। इन विचारों का विरोध दृढ़ से सांख्यिकी के विद्वानों ने किया है। विरोधियों का कहना है कि यदि सांख्यिक निष्कर्ष नहीं निकालना है तो सांख्यिकी बेकार है। दोनों प्रकार के विचारों के अध्ययन करने के



वाद यह निर्णय किया जा सकता है कि वास्तव में सांख्यिक का कार्य बिना किसी पक्षपात या स्वार्थ के आंकड़ों का एकत्रित करना व उन्हें विभिन्न प्रकार की आवश्यकता अनुसार प्रदर्शित करना है ताकि उनके द्वारा उचित निर्णय निकाले जा सकें और उद्बोधन न होने पाये। इस सम्बन्ध में यह ठीक ही कहा गया है कि :—

“कभी-कभी सांख्यिकी का प्रयोग इस प्रकार किया जाता है जैसे कि शराबी एक बिजली के खम्भे को सहारे के लिए प्रयोग करता है न कि इसकी रोशनी के प्रयोग करने के लिये।”<sup>22</sup>

शराब के नशे में खूब व्यक्ति भन्धा सा हो जाता है वह इधर-उधर लफट मारता है और यदि इसी लडखडाहट में उसे बिजली का खम्भा मिल जाता है वह उस खम्भे से वह काम नहीं लेता है जिसके लिये कि वह खम्भा बनाया गया अर्थात् प्रकाश का प्रयोग करना बरन् वह इससे सहारे अपने को संभालने की कोशिश करता है। ठीक इसी प्रकार सांख्यिकी का प्रयोग इसी लिये करना चाहिए जिसके लिए यह है। इससे अप्रत्यक्ष रूप से कोई अनावश्यक तथा उल्टे निर्णय नहीं आते। सांख्यिकी की इस सीमा का सांख्यिकी के अध्ययन में काफी महत्व है।

## सांख्यिकी ‘विज्ञान’ है या ‘कला’ ?

(Whether Statistics is a Science or an Art)

सांख्यिकी की पीछे दी हुई उपयुक्त परिभाषा में यह वाक्य कि “सांख्यिक एक विज्ञान और कला है” प्रयोग द्वारा है अतः इसे समझने के लिए यह आवश्यक कि पहले ‘विज्ञान’ व ‘कला’ का अर्थ समझ लिया जाए।

विज्ञान—विज्ञान किसी ज्ञान का नियमबद्ध समूह है।<sup>23</sup> यह कारण परिणाम का विश्लेषण करता है तथा दोनों का सम्बन्ध प्रकट करता है। इसमें रणनीकरण (Generalization) और सूक्ष्मीकरण (Precision) की विशेषताएँ होती हैं।

किसी ज्ञान की शाखा को ‘विज्ञान’ तभी कहा जा सकता है जब उसमें निम्नलिखित गुण हों :—

- (1) वह ज्ञान का नियमबद्ध अध्ययन हो तथा उसकी रीतियाँ क्रमबद्ध हों।
- (2) उसमें नियम, अर्थ, सर्वमान्य, व्यापक तथा सार्वभौम हों।
- (3) उसमें पूर्वानुमान की क्षमता हो।

ये सब गुण सांख्यिकी में पाये जाते हैं। विज्ञान के रूप में यह विभिन्न निष्कर्ष तदा पद्धतिशैली का भण्डार है। यह ज्ञान का क्रमबद्ध समूह है। इसकी उपयोगिता

22. “Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp, for support rather than for illumination.”

23. Science is a body of Systematized Knowledge.

संसार में है। इसमें अनेक नियम व आधारभूत सिद्धान्त पाये जाते हैं उदाहरणार्थ 'महाक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers)। यह नियम विश्व में सर्वत्र प्रयोग में आता है। घास बिनाना की तरह इसके भी नियम बहुत व्यापक हैं। दिन प्रति दिन इस विज्ञान की उपयोगिता बढ़ती जा रही है। पूर्वानुमान सांख्यिकीय रीतिपा में से एक रीति ही है। इन रीति की सहायता में ही जनगणना, मूल्य, आदि के बारे में पूर्वानुमान किये जाते हैं। इसमें हम इन निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी को विज्ञान कहना सर्वथा उचित है।

ऊपर दिये हुए विवरणों व विपरीत कुछ विज्ञानों का कहना है कि 'सांख्यिकी विज्ञान नहीं है यह एक वैज्ञानिक विधि है।' <sup>17</sup> इन विज्ञानों में ब्राक्सटन और काउडन का नाम उल्लेखनीय है। इनका इस प्रकार का विचार प्रकट करने का कारण यह है कि सांख्यिकी का प्रयोग सभी विज्ञानों द्वारा किया जाता है। सांख्यिकी इतनी पूर्ण तथा विश्वसनीय प्रणाली है कि सभी विज्ञान अपने निष्कर्ष निकालने के लिए इसका प्रयोग करते हैं। क्योंकि सभी विज्ञानों में इसका प्रयोग होता है अतः इसे ब्राक्सटन तथा काउडन ने विज्ञान की एक विधि कहा है। परन्तु इसका भाव यह नहीं है कि यह एक विज्ञान नहीं है। यह विज्ञान तो है ही और इतना पूर्ण विज्ञान है कि अन्य विज्ञान इनकी सहायता लेते हैं। शायद ब्राक्सटन इस बात पर जोर डालना चाहते थे कि सांख्यिकी एक अत्यन्त महत्वपूर्ण विधि है जो अन्य विज्ञानों में प्रयोग होती है इसीलिए कहाँ होने उपयुक्त विचार प्रकट किये।

उपयुक्त विचारों को देखते हुए यह अधिक भ्रष्ट होता यदि ब्राक्सटन तथा काउडन ने यह कहा होता कि सांख्यिकी केवल एक विज्ञान ही नहीं है बल्कि यह एक वैज्ञानिक विधि भी है <sup>18</sup> इस वाक्य से सांख्यिकी को विज्ञान कहे जाने की बात पूर्णतः स्पष्ट होती है।

कि 'कला' का अभिप्राय किया में है जबकि विज्ञान का ज्ञान (Knowledge) से। ज्ञान हम यह बतलाता है कि 'क्या है?' कला हम यह बतलाती है कि 'कैसे करें?' अथवा हमें किसी भी वस्तु का ज्ञान प्रदान करता है। कला हम किसी कार्य को करने में दृढ़ बतलाती है। सांख्यिकी में हम यह सीखते हैं कि सांख्यिकीय नियमों व सूचकांकों (Index Numbers) का बनाना ही नहीं सीखते बल्कि यह भी सीखते हैं कि उनका उपयोग समस्याओं के समाधान में कैसे किया जाय? इसमें हम केवल तुलना के लिए उन्हें कैसे प्रयोग में लाया जाय। इसी प्रकार हम केवल यही नहीं समझते हैं कि माध्य (Average) किस प्रकार से निकाले जाते हैं बल्कि यह भी सीखते हैं कि कौन सा माध्य किस दृष्टि से एक विशेष उद्देश्य के लिए काम में लाया

17 'Statistics is not a Science, it is a Scientific method.

— Croxon and Gordon

Statistics is not only a Science but is also a Scientific method.

जायेगा। यह कार्य कला का है। सांख्यिकी कला के रूप में विशिष्ट समस्याओं के सन्तोषजनक समाधान के लिए, नियमों, रीतियों तथा सूत्रों का प्रयोग करना बताती है जैसे बीमा सम्पत्तियाँ प्रीमियम (Premium) की दर निर्धारित करने में मृत्यु तालिकाओं का प्रयोग करती हैं इसलिये हम कह सकते हैं कि सांख्यिकी कला है।

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी विज्ञान तथा कला दोनों है। इसका सैद्धान्तिक तथा व्यावहारिक दोनों पहलू हैं। इसका प्रयोग केवल ज्ञान प्राप्त करने के उद्देश्य से ही नहीं होता बल्कि समस्या को समझने तथा उनसे महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकालने के उद्देश्य से भी किया जाता है जो भविष्य में आर्थिक तथा सामाजिक उन्नति का पथ प्रदर्शित करते हैं। सांख्यिकी विज्ञान व कला दोनों है यह विचार पर्मन तथा हार्लेज ने भी प्रकट किये थे।

## अन्य विज्ञानों से सम्बन्ध (Relation with other Sciences)

आज के युग में सांख्यिकी का क्षेत्र बहुत व्यापक है। यह मानव जीवन के प्रत्येक अंग व क्षेत्र को प्रभावित करती है। वर्तमान ज्ञान में ज्ञान के अंगभंग सभी क्षेत्रों में सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किया जाता है।

## सांख्यिकी का गणित से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Mathematics)

सांख्यिकी व गणित में बहुत घनिष्ठ सम्बन्ध है। सांख्यिकी का आधार भाँड़े है जो भ्रम होते हैं और गणित का भी आधार भ्रम ही है। सांख्यिकी व्यावहारिक गणित की एक शाखा है जो समस्याओं में विश्लेषण प्राप्त करती है।<sup>26</sup> —कॉनर सांख्यिकीय सामग्री का विश्लेषण बिना गणित की सहायता के होना असम्भव है। सांख्यिकी के दो विभाग किये जा सकते हैं पहला सामग्री का संग्रहण और दूसरा समूहों का विश्लेषण। दूसरे विभाग के लिये गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है। सांख्यिकी में माध्य निकालने, विचलन मापन करने, सहसम्बन्ध निकालने तथा अन्तर्गणन व बाह्यगणन (Interpolation & Extrapolation) आदि करने में गणित के ज्ञान की आवश्यकता अनुभव होती है सांख्यिकीय विवेचनाओं में बिन्दुरेखाओं (Graphs), चित्रों (Diagrams), लघुगुणक (Logarithms) आदि का वर्णित प्रयोग होता है और इनके प्रयोग के लिये गणित का सामान्य ज्ञान नितांत आवश्यक है। गणित की सहायता से ही सांख्यिकी विज्ञान इतनी ठेकी के और व्यवस्थित रूप में विकसित हो सका है। बताया जा चुका है कि गणित की सहायता से ही हम विज्ञान के अनेक और अर्थज्ञानिक नियमों को टीका बताया गया है। गणित व इस नियम जैसे

संभावना सिद्धान्त (Law of Probability), जाँच और अशुद्ध रीति (Trial & Error Method) पर आधारित सांख्यिकी के कई नियम उदाहरणार्थ 'सांख्यिकीय नियमितता नियम' (Law of Statistical Regularity), 'महाक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers) बने हैं। सांख्यिकी विज्ञान के विकास में अनेक गणितज्ञों ने महत्वपूर्ण योग दिया है जिनमें से जेम्स बर्नौली (James Bernoulli), लेप्लेस (Laplace), गास (Gauss), फ्रांसिस गाल्टन (Francis Galton), नेप (Knapp) और कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) आदि मुख्य हैं।

### सांख्यिकी का अर्थशास्त्र से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Economics)

सांख्यिकी और अर्थशास्त्र में अटूट सम्बन्ध है। राजस्व बिना सांख्यिकी की सहायता के अर्थशास्त्र का ज्ञान अधूरा है। इस बात की सत्यता प्रसिद्ध अर्थशास्त्री प्रो० मार्शल ने इस कथन से और प्रमाणित होती है।

“समय यह तुरण है जिनसे प्रत्येक अन्य अर्थशास्त्री की नीति मुझे भी ईंटें बनानी पड़ती हैं।”<sup>27</sup>

इन दिनों सभी आर्थिक क्रियाओं का अध्ययन सांख्यिकी की सहायता से ही होता है। अर्थशास्त्र के लगभग सभी क्षेत्र में सांख्यिकी का प्रयोग अधिकाधिक होता जा रहा है। अर्थशास्त्र में अध्ययन की आगमन-प्रणाली (Inductive Method) समर्थकों की सहायता पर ही आधारित है। सिद्धान्त व व्यवहार दोनों पक्षों के लिये अर्थशास्त्री को सांख्यिकी की सहायता सेना नितान्त आवश्यक है। आर्थिक नीतियों का क्या प्रभाव पड़ता है? इस बात की जाँच के लिये सांख्यिकी ही उपयुक्त साधन है।

यह कथन, कि भारत स्वतंत्रता के उपरान्त अधिक धनी हो गया है, दातभी प्रभावशाली हो सकता है जबकि इसे आँकड़ों से सिद्ध कर दिया जाय। दिइसी प्रकार जनसंख्या का घनत्व (Density of Population), उत्पादन की दर (Rate of Production), प्रतिव्यक्ति वार्षिक आय (Per capita annual Income) आदि सभी सूचनार्थी आय के युग में आवश्यक हैं और इनमें सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग नितान्त आवश्यक है।

15. 'उत्प्रेषिता ह्रास नियम' (Theory of Diminishing Utility), उत्पत्ति ह्रास नियम (Theory of Diminishing Returns), 'माल्थस का जनसंख्या का सिद्धान्त' (Malthusian Theory of Population) आदि सभी नियमों की पुष्टि व स्पष्टीकरण के लिये सांख्यिकी का प्रयोग अनिवार्य है।

16. एक नया विषय 'अर्थमित' (Econometrics) का प्रादुर्भाव हुआ है जिसमें आर्थिक नियमों की पुष्टि सांख्यिकीय ढंग से होती है। इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि इन दोनों विज्ञानों में अत्यन्त घनिष्ठ सम्बन्ध है।

7. Statistics are the straws out of which. I, like every other economist, have to make bricks. —Marshall

## सांख्यिकी का समाज-शास्त्रों व भौतिक विज्ञानों से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Social and Physical Sciences)

अब सभी सामाजिक विज्ञानों तथा शुद्ध विज्ञानों से सांख्यिकी का सम्बन्ध हो रहा है। विज्ञानों की कौन कौन सी शाखाएँ भी समाजों का किया जाता है। प्राचीन सिद्धान्तों व खगड़न या मखड़न के लिये प्राकडा की अत्यधिक उपयोगिता है। इसी प्रकार नव नियमों का प्रतिपादन सांख्यिकीय अध्ययन पर ही आधारित किया जा सकता है। राजनीति, भूगोल, इतिहास, नीतिशास्त्र, मनोविज्ञान सभी में विवेचन और अनुसंधान सांख्यिकी की सहायता से सम्भव है।

इसी प्रकार भौतिक शास्त्र, जीव शास्त्र, प्राण-विज्ञान, रसायन शास्त्र, खगोल-शास्त्र, ज्योतिष शास्त्र, दृष्टि शास्त्र, आदि के सिद्धान्तों के प्रतिपादन व विवरणों के लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। यह कहना कोई प्रतिनायोक्ति नहीं है कि बिना सांख्यिकी की सहायता के इन सभी विज्ञानों की प्रगति रुक जायेगी। ज्योतिष शास्त्र में "गुणतम वर्गों की रीति" (Method of least squares) का प्रयोग मन्त्रों की स्थिति का समुचित ज्ञान प्राप्त करने के लिये होता है। जीव विज्ञान में परम्परा से सन्तानों में आने वाले गुणों का विश्लेषण करने के लिए सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। मन्तरिक्ष विज्ञान-वेत्ता (Meteorologist) सूर्य, धरा और वायुमण्डल में इसी की सहायता से सम्बन्ध निकाल सकता है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि आज के विकासवादी युग में इन विज्ञानों में लगभग सभी प्रमुख विज्ञानों से सम्बन्ध है और इसीलिये कहा भी जाता है कि 'समकों के बिना विज्ञान निष्फल है, बिना विज्ञान के समक निर्मूल है।' 25

## सांख्यिक तथा उसके कार्य

### (Statistician and his Functions)

वह व्यक्ति जो किसी अनुसंधान के सम्बन्ध में उचित निष्कर्ष निकालने के लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग करता है, सांख्यिक कहलाता है।

सांख्यिक के लिये अत्यन्त आवश्यक है कि पक्षपात की भावना न रखे अपने उद्देश्य की ठीक तरह से समझे। सांख्यिकीय रीतियों का उचित ज्ञान भी लिये परमावश्यक है। उसे अनेक व्यक्तियों तथा संस्थाओं से काम पड़ता है और लिये आवश्यक है कि वह उनका पूर्ण सहयोग प्राप्त करे। यदि वह उनका सहयोग प्राप्त कर सता तो उसका कार्य असम्भव हो जायेगा अथवा उसके परिणाम होंगे। सांख्यिक को अनुभव प्राप्त तथा व्यवहार बुद्धि युक्त होना चाहिए। विद्वान् नोबर्ग के सांख्यिक के विषय में लिखा है —

“प्रत. सांख्यिक का वर्तमान प्रांकडे एकत्रित करने और गणनाये करने से वहाँ प्रागे है। प्रांकडे स्वयं नहीं बोलते, और सांख्यिक ही वह व्यक्ति है जिसे ीय परिणामों का निर्वचन करना तथा उनसे प्रयोगों को सोज करना है।”<sup>29</sup>

सांख्यिक के कार्यों को मुख्यतः चार भागों में बाँट सकते हैं—(१) निरीक्षण (२) संग्रहण (३) विश्लेषण (४) निर्वचन।

(१) निरीक्षण (Observation)—यह सांख्यिक का प्रारम्भिक कार्य है। १२ म सांख्यिक यह विचार करता है कि उसका अनुसन्धान का उद्देश्य क्या है? कर अपने समय, प्राथमिक परिस्थितियों तथा अन्य उपलब्ध साधना व साधन वह अनुसन्धान का क्षेत्र, समय, शुद्धता की मात्रा, संग्रहण की प्रणाली आदि निर्दिष्ट करता है। इस समय वह यह तय करता है कि वह इस कार्य को करने में कौन और कैसे व्यक्तियों की सहायता लेगा। फिर वह उनकी नियुक्ति करता है।

(२) संग्रहण (Collection)—इन सब कार्यों के करन के उपरांत वह के सफलता में प्रवृत्त होता है। इसमें पूर्व निर्दिष्ट संग्रहण की प्रणाली के प्रांकडे एकत्रित करता है।

(३) विश्लेषण (Analysis)—सांख्यिक के इस कार्य का क्षेत्र बहुत व्यापक व विस्तृत है। इकट्ठे किये हुए प्रांकडों को सांख्यिक त्रुटिबद्ध करता है और इस में वह गुणों के आधार पर प्रांकडों को भिन्न-भिन्न रखता है। फिर सांख्यिकीय रखकर उनका औसत निकाल कर या चित्रों या बिन्दु रेखाओं द्वारा उनकी प्रस्तुत है। तत्पश्चात् उन्हें दूसरी श्रेणियों से तुलना करने योग्य बनाता है और उनमें व स्थापित करता है।

(४) निर्वचन (Interpretation)—यह सांख्यिक का अन्तिम परन्तु सबसे महत्वपूर्ण कार्य है। इसी परिणाम को प्राप्त करने के उद्देश्य से सांख्यिक प्रांकडों को करता है तथा इतनी परेशानियाँ भेनता है। प्रांकडों के विश्लेषण के बाद उनसे परिणाम निकालता है। ये निष्कर्ष उससे अनुसन्धान पर समुचित डालते हैं।

रोड्स (Rhodes) ने सांख्यिक के तीन प्रमुख कार्य बताए हैं—(१) समकालिक मकलन (२) विश्लेषण और (३) निर्वचन। यदि सफलता को व्यापक प्रयोग किया जाय तो ये तीन कार्य सांख्यिक के पर्याप्त कार्य हैं अन्यथा उसमें चार (जिनका वर्णन किया जा चुका है) आवश्यक हैं।

“The duty of the statistician, therefore, goes much beyond collecting data and making calculations. Facts do not speak for themselves, and it is the statistician who must interpret the statistical results to discover their meanings.”

—Neiswanger.

## Standard Questions

1. Examine critically the important definition of statistics pointing out the one which you think the best (B Com Agra 1952)
2. Statistics is the science of averages. Do you agree with this view? If not, give reasons and suggest a proper definition
3. What are statistical methods? Explain their scope and limitation (B Com Agra 1913)
4. Critically examine the following definitions of Statistics  
'(a) Statistics is the science of counting' (b) 'Statistics is the science of averages' (c) "Statistics is the science of the measurement of social organism in all its aspects"  
(B Com Agra, 1943)
5. 'Statistics are aggregates of facts, affected to a marked extent by a multiplicity of causes numerically expressed, enumerated or estimated according to a reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose, and placed in relation to each other.'  
Discuss the above statement (B Com Raj, 1955)
6. "By statistics we mean quantitative data affected to a marked extent by multiplicity of causes" Explain (M Com. Agra 1918)
7. Explain and illustrate how statistical methods tend to clarify thought, accuracy of estimate, verification of theories and discovery of relations (B Com Agra, 1917)
8. "Sciences without statistics bear no fruit statistics without sciences have no root"  
Explain the above statement with necessary comments (M A Patna, 1943)
9. Explain the subject matter, scope and limitations of statistical studies (B Com. Agra and Rajasthan, 1918)
10. Statistics is said to be both a science and an art why? What relation if any, has statistics with other sciences? (B Com Agra, 1949)
11. Explain the scope of the science of statistics and its relationship to other sciences (B Com Agra, 1950)
12. 'Statistics affects everybody and touches life at many points. It is both a science and an art.' Explain the above statement with appropriate examples (B Com Agra, 1916, 1959 B Com, Allahabad 1952)
13. Write an essay on the relationship of Economics, Mathematics and Statistics
14. Discuss the scope and limitations of the science of statistics (B Com Rajasthan & Lucknow, 1956)
15. "Statistics is the science of counting" Give the important uses and limitations of statistics (B Com Madras)

Define Statistics and show how in modern times various sciences benefit by its use (B Com Agra 1954)

Explain clearly what you understand by science of statistics Discuss its scope and limitations (B Com, Alld 1944)

Explain the limitations of statistics and discuss its relationship with Economics and other social sciences (M A, Agra 1949)

'Statistical methods include all those devices of analysis and synthesis by means of which statistics are scientifically collected and used to explain or describe phenomena either in their individual or related capacities' Secrist

Explain the above statement (B Com Nagpur, 1915)

Define 'Statistics' and point out the main difficulties that a statistician has to face as compared with physicist or a chemist (B Com. Allahabad 1953)

"Statistics are numerical statements of facts in any department of inquiry, placed in relation to each other (Bowley) Comment on this statement and explain the limitations of statistics in economic analysis (M A Agra, 1956, 1959)

Trace briefly the development of the science of statistics from its primitive form to its present Complex status and estimate its increasing importance to economics (M A Agra, 1959)

'Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp post for support rather than for illumination' Explain the limitations of statistics in the light of this statement (B Com Allahabad 1958)

"Statistics are the science of measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations" A. L. Bowley Examine critically the above definition of statistics given by Prof Bowley and in the light of your criticism give a more appropriate definition of statistics

(B Com, Alld & Ray 1959, 1957)

Explain the limitations of the use of statistical methods (M Com Agra, 1955)

Statistics is not a science it is a scientific method Discuss it critically examining the scope, utility and limitations of statistics (M A. Agra, 1951)

What are the chief characteristics of data, which may form the subject matter of statistics? In the light of your statement, discuss limitations of the science of statistics in regard to its scope and utility (B Com. Lucknow, 1954)



# सांख्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुरुपयोग

( Functions, Uses, Importance and Distrust of Statistics )

## सांख्यिकी के कार्य (Functions of Statistics)

'सांख्यिकी का मौलिक सिद्धांत यह है कि यह सतानता, निरंकुश सत्ता, निराधार व अपरिपक्व निर्णय, परम्पराओं व कठिनाई सिद्धांतों को हटाकर ऐसे क्षेत्र की वृद्धि करता है जहाँ विवेकपूर्ण किये गये तथ्यों के आधार पर निर्णय दिये जाते हैं और सिद्धांत बनाये जाते हैं।'

—राबर्ट डाल्टन

आज के युग में सांख्यिकी विज्ञान के कार्य बहुत व्यापक एवं महत्वपूर्ण हैं मानव जीवन के प्रत्येक क्षेत्र को यह विज्ञान प्रभावित कर रहा है। सांख्यिकी के बहुत हैं। एक महत्वपूर्ण समाज विज्ञान के रूप में सांख्यिकी मानव ज्ञान के विकास गहननीय योग दे रही है। नीचे इनके प्रमुख महत्वपूर्ण कार्यों का वर्णन किया गया

(१) विभिन्न तथ्यों की समस्या के रूप में प्रकट करती है ( *expresses facts in numbers* )—सांख्यिकी का प्रमुख कार्य तथ्यों सम्बन्धित समस्याओं को प्रकट करना है। कुछ तथ्यों को संख्या द्वारा से प्रकट किया जाता है क्योंकि उनके लिए मात्रिक पद्धति विद्यमान है। परन्तु कुछ तथ्य ऐसे होते हैं जिनके लिए संख्याओं का प्रयोग कठिनाई के साथ आता है जैसे राष्ट्रीय आय, इसे प्रत्यक्ष रूप से संख्या द्वारा प्रकट किया जाता है।

(२) सांख्यिकी जटिलता को सरल बनाती है ( *Statistics Complexities* )—यदि पञ्चित किए हुए चीजों के तितर-बितर पड़े हों तो हमें उसमें उनमें इतनी विषमता व जटिलता होगी कि किसी भी व्यक्ति के लिये कुछ भी समझना कठिन होगा। सांख्यिकी का सबसे प्रमुख कर्तव्य है कि वह

1. "The fundamental gospel of statistics is to push back the main of ignorance, prejudice, rule of thumb, arbitrary or premature decisions, traditions and dogmatism and to increase domain in which decisions are made and principles formulated on the basis of analysed quantitative facts."

—Robert W. Burgess.

माँकड़ों का वर्गीकरण, सारणीयन तथा विश्लेषण द्वारा अत्यन्त सरल व सर्वसामान्य के समझने योग्य बनावे। उदाहरण के लिये यदि दो स्थान के लोगो की मासिक आय सम्बन्धी पूरे घाँकड़े एकत्रित हों परन्तु वे शिखरे पड़े हो और उनका ठीक प्रकार से वर्गीकरण व सारणीयन न किया जाय तथा औसत न निकाला जाय या रेखाचित्रों या चित्रों द्वारा न प्रस्तुत किया जाय तो उनमें कोई लाभ नहीं होगा। सांख्यिकीय रीतियों के प्रयोग द्वारा ही उन्हें लाभप्रद बनाया जा सकता है। सांख्यिकी अन्वयस्थित समझों की व्यवस्थित रूप प्रदान करती है ताकि वे मासानी से अर्थ प्रकट कर सके और उन्हें उपयोग में लाया जा सके।

“एक जटिल समूह के सांख्यिकीय अनुमान का यह उद्देश्य होता है कि साधारण प्रयत्न द्वारा मस्तिष्क समस्त समूह के महत्व की समझ सके।” —प्रो० बाउले

✓(३) सांख्यिकी व्यक्तिगत अनुभव व ज्ञान की वृद्धि करती है (Statistics enlarges individual experience and knowledge)—सांख्यिकी अन्य विज्ञानों की तरह मनुष्य के ज्ञान व अनुभव की वृद्धि करती है।<sup>12</sup> मनुष्य इसकी सहायता से अपनी योग्यता व क्षमताओं का विकास करता है। इस विज्ञान की सहायता से कोई भी व्यक्ति किसी भी समय भारत की राष्ट्रीय आय का अनुमान लगा सकता है। और वह अनुमान बहुत अंशों में ठीक होगा—यदि तत्सम्बन्धी घाँकड़े ठीक तरह से प्राप्त किये गए हों और नियमों का ठीक तरह से पालन किया गया हो। सांख्यिकी की सहायता लिए बिना हमारे बहुत से विचार अस्पष्ट और निराधार रहते हैं—उनमें स्पष्टता और दृढ़ता नहीं आ पाती।

(४) सांख्यिकी सरल किये हुये माँकड़ों की तुलना करती है और सम्बन्ध मापन करती है (Statistics compares the simplified data and measures their relationship)—सरल किये हुए माँकड़ों का तब तब कोई महत्व व उपयोगिता नहीं जब तक कि उसी प्रकार के दूसरे माँकड़ों से उनकी तुलना न की जाय और उनमें सम्बन्ध स्थापित न किया जाय। सप्ताह में कोई भी वस्तु अच्छी या बुरी, अधिक या कम सापेक्षित रीति से है। उदाहरण के लिए ‘अ’ शहर में लोगों की औसत आयु ३० वर्ष है। केवल इतनी जानकारी हमारे लिये कोई विशेष महत्व नहीं रखती। कुछ लोग यह कह सकते हैं कि यह आयु बहुत कम है। कुछ यह कहेंगे कि यह आयु बहुत अधिक है और कुछ यह कहेंगे कि यह आयु सामान्य है। परन्तु यदि यह पता चल जाय कि ‘ब’ शहर में लोगों की औसत आयु ४५ वर्ष है तो शीघ्र ही इस फल पर पहुँच जायेंगे कि ‘ब’ शहर की परिस्थितियाँ जीवन के लिए अधिक अच्छी हैं और वहाँ के लोगो की औसत आयु ‘अ’ शहर के लोगो की औसत आयु से डेढ़ गुनी है। अतः तुलना करने में सांख्यिकी अत्यन्त सुविधा प्रदान करती है।

## सांख्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुष्प्रयोग

(५) सांख्यिकी दूसरे विज्ञानों के नियमों की जाँच करती है (Statistics tests the laws of other sciences)—विज्ञानों के प्राचीन नियम निगमन-प्रणाली (Deductive Method) पर आधारित होते हैं। सांख्यिकी की सहायता से उन नियमों की मह्यता की जाँच घाँवड़े तक्रित करन की जाती है। प्रायश्चित्तानुसार उन नियमों में परिवर्तन भी विधे जाते हैं। सांख्यिकीय रीतियों में अन्य विज्ञानों में नये नियमों का निर्माण होता है। ये नियम सांख्यिकी की सहायता से अच्छी तरह से जाँच किये जाते हैं। इस प्रकार जो नियम सांख्यिकी की सहायता से बनते हैं उनमें स्थिरता रहती है और वे गार्वभीम होते हैं।

✓(६) सांख्यिकी नीति के निर्माण में बय प्रदर्शन करती है (Statistics guides in the formation of policies)—प्रत्येक क्षेत्र में जहाँ घाँवड़े मिलते हैं नीति की निश्चित करने में सफलता होनी है। सांख्यिकीय मामलों के वैज्ञानिक विश्लेषण के द्वारा नीति का निर्माण होता है। कोई देश किसी वर्ष किस वस्तु का कितना आयात करे और किसी वस्तु का कितना निर्यात करे—यह समुचित घाँवड़ों के उपलब्ध होने पर ही निश्चित किया जा सकता है। समरों की सहायता से ही डा. एंगेल (Dr. Engel) ने पारिवारिक बजट (Family Budget) बनाया और जीवन स्तर के विषय में कई नीतियाँ निश्चित कीं। सरकारें घाँवड़ों की सहायता से हा. कर नीति, व्याज-नीति आदि निश्चित करती हैं। किसी वस्तु का उत्पादन किस गति से बढ़ाया जाय या घटाया जाय आदि अनेक नीतियों का निर्माण समकों पर ही आधारित किया जाता है।

(७) सांख्यिकी विस्तार की अनुमति करने की योग्यता प्रदान करती है (Statistics enables realization of magnitude)—कोई भी बात जब सांख्यिकी की सहायता से व्यक्त की जाती है तो अधिक स्पष्ट तथा प्रभावशाली होती है। साथ ही साथ उसकी सहायता से अनेक बातों का पता चलता है। उदाहरणार्थ, भारत की जनसंख्या १९५१ में ३६ करोड़ थी और १९५१ में लेकर १९५१ तक दस दस वर्षों में ८२ लाख वृद्धि प्राप्त की और यह वृद्धि अत्यंत तेज गति से १६,५०० प्रतिशत बढ़। इससे यह बात और स्पष्ट हो जाती है और विचारों की स्पष्टता के कारण मनुष्य विस्तार की तीव्रता में अनुभव करने लगता है। इस सम्बन्ध में आर्ट वेल्सिन का कथन महत्वपूर्ण है—

‘जिस विषय की बात आप कर रहे हैं यदि आप उसे आप सकते हैं तथा सहायता में प्रकट कर सकते हैं तो आप उसके विषय में कुछ जानते हैं, जब आप उसे आप नहीं सकते, तथा आप उसे सहायता में प्रकट नहीं कर सकते तो आपका ज्ञान धूल तथा आपसक्ति है।’ —लाइबोवित्स

(८) सांख्यिकी वर्तमान तथ्यों का अनुमान करती है और भविष्य के लिये पूर्वानुमान करती है (Statistics estimates for the present and forecasts for the future)—सांख्यिकी अपनी विभिन्न रीतियों द्वारा वर्तमान तथ्यों पर पूर्णरूप से प्रकाश डालते हुए अध्ययन करती है। पर वेदक इतना ही नहीं है इसने

लिए धन-व्ययक (Budget) तैयार करती है। भाजकल अधिकतर सरकारें लोक कल्याणकारी कार्यों में सलग्न हैं। इससे लिये ठीक-ठीक आर्थिक परिस्थितियों और सामाजिक दशा का ज्ञान आवश्यक है। सामाजिक दशा को अधिक अच्छा बनाने के लिये स्वास्थ्य, शिक्षा आदि की अच्छी व्यवस्था करनी पड़ती है और ये सभी कार्य समुचित माँकड़ों के आधार पर ही किये जा सकते हैं।

(४) व्यवसाय और वाणिज्य में बहुत सहायक (Invaluable in Business and Commerce)—सासन प्रबन्ध की सुचारु रूप से चलाने के लिये जैसे सार्विकी बहुत आवश्यक है उसी प्रकार व्यवसाय तथा वाणिज्य की सफलतापूर्वक चलावे के लिये सार्विकी निरन्तर आवश्यक है। घटते व्यापारियों के लिये यह ज्ञान लेना आवश्यक है कि जितनी चीजों का वे व्यापार करते हैं उनकी माँग कहाँ और कौसी है? भविष्य में मूल्य बढ़ने की प्राप्ति है या घटने की? पूर्ति की क्या दशा है? उस वस्तु के बारे में सरकार की नीति कैसी है? ये सभी बातें बहुत कुछ सार्विकी के आधार पर ही जानी जा सकती हैं।

किसी भी व्यवसाय में अनुमानों व संभावनाओं का महत्वपूर्ण स्थान है। कारण यह है कि व्यवसायी इन्हीं संभावनाओं व अनुमानों के आधार पर कोई भी कदम उठाता है। माल के विक्रय की संभावना का अनुमान लगाकर व्यापारी माल खरीदता है और माँग व अनुमानों के अनुसार ही वह माल को अपने पास रखता है तथा उसका मूल्य निर्धारित करता है। व्यवसाय सम्बन्धी पिछले माँकड़ों के आधार पर व्यवसायी यह सरलता से जान लेता है कि किस प्रकार के माल की खपत किस भू-भाग में होगी और हमी ज्ञान के आधार पर अपने व्यावसायिक क्षेत्र में कदम बढ़ाता है। फिर किसी व्यवसाय से सम्बन्धित पिछले माँकड़ों के द्वारा खर्च, बिजली, बच्चे मालों की-प्राप्ति का साधन, बाजार की सुविधायें आदि के विषय में पूर्ण जानकारी प्राप्त होती है। यह जानकारी उस प्रमुख व्यवसाय की वृद्धि के लिये तथा उसी प्रकार के अन्य व्यवसायों के प्रारम्भ में बहुत सहायक होती है। सार्विकी की सहायता से माँग व पूर्ति का अनुमान किया जा सकता है और इसी आधार पर उत्पादन को बढ़ाया या घटाया जा सकता है। यदि माँग कम होने की संभावना है तो चतुर व्यापारी उत्पादन को कम कर देता है और इसके विपरीत यदि माँग के बढ़ने की प्राप्ति है तो वह उत्पादन को बढ़ाकर तत्कालीन परिस्थितियों से लाभ उठा लेता है। सार्विकी की सहायता से गत अनुभवों से बहुत लाभ उठाया जा सकता है। इसी के आधार पर व्यापारी शुद्ध अनुमान करता है, जो उसके प्रत्येक कार्य के लिये अत्यन्त आवश्यक है।

किसी बड़े कारखाने में उत्पादन नियोजन (Production Planning) वैज्ञानिक प्रबन्ध का एक महत्वपूर्ण भाग है। पीछे के माँकड़े व्यवसायी को कार्य क्षमता प्रदान करते हैं तथा श्रुतियों व श्रुतों की ओर संकेत करते हैं। कारखाने के विभिन्न विभागों उदाहरणार्थ बिजली, बच्चे माल की खरीद, विज्ञापन आदि में पूर्ण समन्वय स्थापित

करना भी चाहिए की सहजता से ही संभव है। बिनी विभाग की आवश्यकताओं का अनुमान लगाकर बच्चे मान, आवश्यक चीज़ार, धन आदि की पूर्ण व्यवस्था की जाती है ताकि कार्य बिना किसी बाधा के सुचारु रूप से चलता रहे।

घात्र के युग में व्यापार बहुत जटिल हो गया है। व्यापार में व्यवस्थित प्रगति-स्पर्धा दिखाई देती है। ऐसी दशा में उद्यमशीलता के नियंत्रण में व्यवस्था की आवश्यकता उत्पन्न हो गई है। इस आवश्यकता की पूर्ति के लिये बाँटने के प्रयोग की महत्ता और भी बढ़ गई है। व्यवसाय के लिये इन विषय की महत्ता कोडिगटन के इन भागों में स्पष्ट लक्षित होती है 'वर्तमान समय में किसी व्यवसाय में सफलता प्राप्त करने के लिये व्यवसायी को उस माल के उत्पादन का वह विषय तथा माध्यम के निर्धारित हो सम्बन्धित सभी सम्बन्धों का अध्ययन आवश्यक है जिसका वह व्यवसाय करता है।'

इसका ही महीने उने नम-विषय का उचित समय, उचित मूल्य तथा स्थान जानना चाहिये। अपने माल की माँग की तीव्रता प्रदान करने तथा नये माल की माँग उत्पन्न करने के उपाय जानने चाहिये और यह सभी जानकारीयों सांस्थिकी द्वारा ही प्राप्त की जा सकती है।

व्यापार के प्रारम्भ में सांस्थिकी बहुत ही उपयोगी है। प्रति घण्टा उत्पादन प्रति वस्तु लागत, उत्पादन में व्यय होने वाले बच्चे माल की प्रतिशत दर आदि मामलों के आधार पर व्यवसायी व्यवसाय के एक समय की स्थिति में दूसरे समय की स्थिति की तुलना करने उपयोगी जानकारीयों प्राप्त कर सकता है। इन सूचनाओं के आधार पर वह क्षीप्रता से पता लगा सकता है कि किस विभाग का कार्य ही तरल हो चल रहा है? कहीं गड़बड़ी है तथा उसे कैसे सुधारा जा सकता है? व्यवसायी जैसे धीमा कमनियो, तेजसे कमनियो, बँचो आदि के लिए सांस्थिकी बहुत उपयोगी है। प्रो० नीस्वंगर (Prof. Newmanger) के अनुसार 'किसी लक्ष्यो अन्तर्भाव के एक विशेषज्ञ का कहना है कि व्यवसायियों के अपनी स्वतन्त्र इच्छा से किये हुए निर्णयों में ५२ प्रतिशत निर्णय गलत निकले क्योंकि समर्थों को एकत्रित तथा उनके विवेचन से दूरता निर्णय निकलता था।' यही यही प्रौद्योगिक संस्थाएँ सम्बन्धित बाँटने को एकत्रित करने तथा उनका विवेचन करने के लिये 'सांस्थिकी-विभाग' स्थापित हैं। यह विभाग आवश्यक तथाकृत सुझाव देता है। इस व्यवसाय में सांस्थिकी की उपयोगिता वय-वय पर है।

(५) निरीक्षण में सहायक (Aid to Supervision)—घात्र के युग में प्रशेद संस्था यह प्रयत्न करती है कि कम खर्च में काम सुन्दरतमपूर्वक

- 3 "In order to succeed in any business to-day, the businessman study all the factors which enter into production, buying and selling, exporting and importing of goods in which he deals"
- Boddington

चले। सांख्यिकी की सहायता से यह संभव है। आंकड़ों की सहायता से निरीक्षण की योजना इस प्रकार बनायी जा सकती है कि कम खर्च में उचित निरीक्षण हो सके। प्राचुरिक युग में अधिक और थमदाता में बहुत दूर का सम्बन्ध हो गया है और इसी कारण कार्य की देखभाल के लिये इस विज्ञान की सहायता अनिवार्य हो गई है। नई नई योजनाएँ काम में लाई जाती हैं और वे तभी बनाई जा सकती हैं या अच्छे ढंग से चलाई जा सकती हैं जब तत्संबन्धी विदवासनीय आँकड़े प्राप्त हों।

(६) परिमाण सम्बन्धी अध्ययन में अनिवार्य (Essential in Quantitative Study)—यैमे तो सांख्यिकीय रीतियाँ किसी भी प्रकार के अध्ययन में विचारों में स्पष्टता व दृढ़ता लाने के लिए प्रयोग में लाई जा सकती हैं और होने भी लगी है परन्तु जहाँ परिमाण सम्बन्धी या संस्था सम्बन्धी अध्ययन हो वहाँ इनका प्रयोग अनिवार्य हो जाता है। ऐसी दशा में बिना इस विज्ञान की सहायता के अध्ययन असंभव है।

(७) सांख्यिकीय रीतियों का बृहद प्रयोग (Extensive Application of Statistical Methods)—सांख्यिकी का प्रयोग प्राचुरिक युग में सर्वत्र होता है। सामान्य मनुष्य के दैनिक जीवन में इस विज्ञान का महत्वपूर्ण स्थान है और साथ ही साथ उच्च ज्ञान की विभिन्न शाखाओं में भी इसका प्रयोग अनिवार्य रीति से काफी होता है। विद्वानों को अपने विचारों के पुष्टीकरण की-साधार-भूमि इसी के प्रयोग में मिलती है। किसी भी विचारधारा को अधिक मान्य व लोकप्रिय बनाने के लिये तत्सम्बन्धी आँकड़ों का देना बहुत आवश्यक हो गया है और फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग बहुत हो रहा है।

(८) वैज्ञानिक ज्ञान का विस्तार करती है (It Extends the Scientific Knowledge)—तुलनात्मक माप निर्दिष्ट करके प्रवृत्तियाँ प्रदर्शित करती है तथा आपेक्षिक तथ्यों (Relative facts) का सम्बन्ध प्रकट करती है। वैज्ञानिकों को अपने प्रतिदिष्ट व अमूर्ण अनुमानों व विचारों को शुद्ध करने तथा परिमाणमात्मक विषयों में, सम्बन्ध स्थापित करने में आँकड़ों की सहायता लेनी पड़ती है। लगभग सभी वैज्ञानिकों के सिद्धान्तों के प्रतिपादन तथा पुष्टीकरण के लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग में लाया जाता है और इस प्रकार सांख्यिकी वैज्ञानिक ज्ञान के विस्तार में बहुत सहायक है। पर्यवसायी राष्ट्रीय अर्थव्यवस्था, उत्पादन, व्यवसाय की मात्रा, द्रव्य की न्य-शक्ति आदि का अध्ययन करने के लिये आँकड़ों पर निर्भर रहता है। इसी प्रकार अन्य विज्ञानों का बहुत कुछ विकास इस विज्ञान की सहायता से ही संभव हो सका है। एक समाजशास्त्री (Sociologist) सांख्यिकीय सामग्री की सहायता से शराब की बिक्री व अपराधों के बढ़ने में सम्बन्ध स्थापित करने का प्रयत्न करता है। इस प्रकार लगभग सभी विज्ञानों के लिए इस विज्ञान का ज्ञान और सहायता अनिवार्य है।

(क) परिमाप सरल ब रूपष्ट—इकाई की परिमाप सरल ब स्पष्ट होनी चाहिए ताकि उसने विषय में किसी प्रकार का संदेह उत्पन्न न होने पाये। हो सकता है कि एक ही शब्द के कई अर्थ निकलते हो। ऐसी दशा में कौन सा अर्थ मान्य होगा प्रारम्भ में ही निश्चित कर लेना चाहिए। उदाहरण के लिये भारत में विशेषतः उत्तरी भारत में नाज की तोलने की इकाई मन प्रयोग में आती है परन्तु इसका भाव बही कुछ घोर बही कुछ है। इसलिये प्रारम्भ में ही निश्चित हो जाना चाहिए कि मन का कौन सा भाव स्वीकार किया जायेगा।

(ख) निश्चित—इकाई का निश्चित होना ओ अत्यन्त आवश्यक है। ऐसी इकाई जिसमें निश्चितता नहीं है प्रयोग नहीं की जानी चाहिए। जैसे हमारे देश में कुछ भागों में बगड़े को 'हाथ' की इकाई में भी ताव लेते हैं परन्तु इसमें कोई निश्चितता नहीं है इसलिये ओ लोग इसका प्रयोग नहीं जानते यह इन भाव की निश्चित नहीं कर पायेंगे और 'हाथ' किसी का छोटा और किसी का बड़ा होगा।

(ग) स्थायी—इकाई ऐसी होनी चाहिए जिसका मूल्य स्थिर हो। यदि इसमें उतार चढ़ाव होता रहा हो तो अनुसंधान पर इसका बहुत बुरा प्रभाव पड़ेगा और निष्कर्ष गलत होगा।

(घ) सर्वमान्य—एक ऐसा होना चाहिए ओ पूरे अनुसंधान के क्षेत्र में प्रयोग में आता हो। ऐसा न हो कि कुछ भाग में वह प्रयोग में हो और शेष भाग में दूसरा। जैसे उत्तर प्रदेश में नाज की तोल मन सेर में ही होती है। यदि 'पट्टी' का प्रयोग किया जाय तो बड़ी अनुविधा होगी क्योंकि कुछ कुछ भागों में मन की यह इकाई प्रचलित है।

(ङ) उपयुक्त—इकाई का अनुसंधान के उपयुक्त होना बहुत आवश्यक है। जैसे जिन वस्तुओं की जिन इकाई में नापने का प्रचलन हो वही इकाई ठीक रहेगी। फिर यदि जाँच बहुत बड़े पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा बड़ी और यदि छोटे पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा छोटी होनी चाहिए।

(च) तुलनीय—इकाई ऐसी चुनी जानी चाहिए जिसमें अन्य ध्रुवियों (Series) में तुलना सम्भव हो सके। यदि जाँचें तुलनीय न हो उन्हें तो उनकी उपयोगिता इतनी नहीं होती है।

एक के प्रकार—एक निम्न प्रकार के हो सकते हैं —

(क) अनुमान या गणना के एक (Units estimation or enumeration)

(ग) विश्लेषण और निर्वचन के एक (Units of analysis and interpretation)

(६) अनुमान या गणना के एक

य एक मात्र को एकत्रित करने में प्रयोग में लाये जाते हैं। वे दो प्रकार के होते हैं।

(i) सरल एकक (Simple units)—सरल एकक नापने की सरल इकाई होती है। ये विभिन्न वर्गों (Groups) में भिन्नता प्रकट करते हैं और इनका अर्थ साधारण होता है जैसे—मील, मन, टन, गज आदि।

(ii) मिश्रित एकक (Composite Units)—भिन्न एकक दो सरल एककों को मिलाकर बनाये जाते हैं। इनका उपयोग सारे अनुसंधान में एकसमान साने के लिये होता है। जैसे—रूपये प्रति मन, घाने प्रति मील आदि।

### (ख) विश्लेषण और निर्वचन के एकक

ये एकक हैं जो सांख्यिकीय घाँटों की तुलना और निर्वचन के लिये प्रयोग में लाये जाते हैं। उदाहरण के लिए यदि केवल यह कहा जाय कि 'घ' बच्चा में ५० में से ३० विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' बच्चा में २५ में से २० उत्तीर्ण हुए, तो इसमें तुलना ठीक ढंग से नहीं हो पाती। यदि इसी की प्रतिपत्ति में बदल कर इस प्रकार कहा जाय कि 'घ' बच्चा में ६० प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' बच्चा में ८० प्रतिशत तो यह तुलना शीघ्र व सरल हो जाती है।

विश्लेषण व निर्वचन के एकक—ये एकक निम्न हैं :—

(i) गुणक (Coefficient)

(ii) अनुपात (Ratio)

(iii) दर (Rate)

(i) गुणक (Coefficient)—गुणक एक ऐसी संख्या है जिसे यदि कुल योग से गुणा किया जाय तो एक सम्बन्धित संख्या बतलाती है। जैसे—यदि किसी स्थान की जनसंख्या १००० है और वहाँ एक वर्ष में २०० व्यक्ति मर गये तो मृत्यु का गुणक  $\frac{200}{1000} = 0.2$  हुआ। अब यदि इस गुणक को कुल जनसंख्या से गुणा करें  $1000 \times 0.2 = 200$  मृत्यु संख्या ज्ञात हो जायेगी। इसके लिये आवश्यक है कि घंश (Numerator) तथा हर (Denominator) सजानीय हों। इसका सूत्र (Formula) निम्न है :—

$$C = \frac{Q}{N}$$

C = (Coefficient) गुणक

Q = (Quantity Dealt with) उन वस्तु की मात्रा जिसका गुणक निकालना है।

N = (Total Number of Population) समस्त समूह की मात्रा।

(ii) अनुपात (Ratio)—दो समान इकाइयों के सम्बन्ध को अनुपात द्वारा प्रकट किया जाता है। अर्थात् जब दो एक की राशियाँ हों तो एक का दूसरे के साथ अनुपात एक की दूसरे से भाग देकर प्राप्त किया जा सकता है। जैसे क और ग के सम्बन्ध की क : ख या क/ख के रूप में प्रकट करेंगे। इसमें पहले का भाग पूर्वज (Antecedent) और बाद का भाग (Consequent) कहलाता है। यहाँ भी इकाइयों



का एकात्मिक होना आवश्यक है। जैसे यदि किसी नगर में ५,००० व्यक्ति शिक्षित हैं और १७,००० अशिक्षित तो उस नगर के शिक्षित और अशिक्षित व्यक्तियों में अनुपात  $\frac{5000}{17000}$  अर्थात् ५ : १७ वा होगा।

(iii) दर (Rate)—दर के द्वारा दो संख्याओं के सम्बन्ध की प्रतिशत वा प्रति हजार में व्यक्त किया जाता है। जैसे—ध्याज दर, जन्म दर, मृत्यु दर इत्यादि। यह गुणक से हो मिलती-जुलती है।

(७) शुद्धता का स्तर (Degree of Accuracy)—जबि प्रारम्भ करने से पूर्व शुद्धता के स्तर की निश्चित कर लेना भी आवश्यक है। सांख्यिकीय अनुसंधान में पूर्ण शुद्धता की प्राप्ति ही अभी आवश्यकता पड़ती है और पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना बहुत दुष्कर भी है। बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्त करने के लिये अधिक परिश्रम व धन की आवश्यकता पड़ती है तथा उतने पल में कोई विशेष अन्तर नहीं पड़ता इसलिए सामान्यतः बहुत उच्च स्तर की शुद्धता की ओर ध्यान नहीं दिया जाता है। परन्तु समस्या की ध्यान में रखना पड़ता है और उसके अनुसार ही शुद्धता के स्तर की निश्चित किया जाता है। उदाहरणार्थ व्याज की दर निवासने में उच्च स्तर की शुद्धता का विशेष महत्व है और इसकी ओर विशेष रूप से ध्यान दिया जाना चाहिए। परन्तु जनसंख्या प्राप्त करते समय उतने ऊँचे स्तर की शुद्धता की आवश्यकता नहीं है।

(८) साँझों की एकत्रित करने की समुचित रीति का चुनाव (Selection of Suitable Method of Collecting Data)—पूरी योजना बना लेने पर यह भी निश्चित कर लेना पड़ता है कि साँझों की एकत्रित करने का कौनसा ढंग अपनाया जाय। साँझों की एकत्रित करने के कई ढंग हैं जिनमें कुछ विशेषणों तथा गुण व दोष हैं। प्रत्येक ढंग प्रत्येक अनुसंधान के लिये उपयुक्त नहीं है। इसलिये अपनी समस्या व अन्य परिस्थितियों जैसे धन, समय आदि की ध्यान में रखते हुए किसी ढंग की चुनाव पड़ेगा। इसका विस्तृत विवेचन अगले अध्याय में किया गया है।

(९) प्रश्नावली का निर्माण (Preparation of Questionnaire)—सही-सही सूचना प्राप्त करने के लिये यह आवश्यक होता है कि उन प्रश्नों की सूची सूची पहले से ही बना ली जाय जिन्हें पूछकर सूचनाएँ एकत्रित की जानी हैं। इन सूची का निर्माण सांख्यिकीपूर्वक अनुसंधान की समस्या, इसका उद्देश्य व क्षेत्र की ध्यान में रखकर करना चाहिए। प्रश्नों की सूची जितनी ही उपयुक्त होगी, कम उतने ही संतोषजनक प्राप्त होगे।

(१०) अनुसंधान का संगठन (Organisation of Enquiry)—अनुसंधान करने में कितने प्रकार के व्यक्तियों की प्रयोग किया जायेगा? उन्हें कुछ विशेष प्रकार की ट्रेनिंग की आवश्यकता पड़ेगी या नहीं, उन पर किस प्रकार का निरीक्षण रगने की आवश्यकता है? इन समस्याओं पर भी मुझिमानी से विचार करना आवश्यक है। ये

सब या इनसे मिलते-जुलते विचार अनुसंधान के संगठन के अन्तर्गत आते हैं। यह संगठन जितना ही सतोपजनक होता है निष्कर्ष उतने ही सही निकलते हैं।

(११) सामग्री का सम्पादन (Editing of Data)—अनुसंधान के अनुसार सामग्री को एकत्रित करने के बाद इसके सम्पादन का प्रश्न उठता है। इस सम्पादन में आँकड़ों का वर्गीकरण व सारणीयन आदि सांख्यिकीय विधियाँ आती हैं जिनका विस्तृत वर्णन अन्य अध्यायों में किया गया है। परन्तु यहाँ यह याद रखना आवश्यक है कि एकत्रित आँकड़ों का सम्पादन करने में अत्यन्त सतर्कता से काम करना चाहिए।

(१२) रिपोर्ट (Report)—अनुसंधान से सम्बन्धित सूचनाओं का पूरा ज्ञान कर लेने के बाद अनुसंधानकर्त्ता को एक रिपोर्ट तैयार करनी पड़ती है। इस रिपोर्ट को तैयार करते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना चाहिए—

- (अ) रिपोर्ट का स्वरूप—इसका स्वरूप इस बात पर निर्भर करेगा कि अनुसंधान किसके लिए किया गया है? अपने लिए या दूसरों के लिए। अनुसंधान के समय ही यह तय कर लेना चाहिए कि रिपोर्ट किस प्रकार की होगी और उसमें कौन सी बातों का उल्लेख विदोष रूप से किया जायेगा?
- (ब) रिपोर्ट का महत्व—रिपोर्ट के आचार पर ही निष्कर्ष तैयार किये जाते हैं। अतः रिपोर्ट बहुत महत्व पूर्ण होती है। वास्तव में इसी के अनुसार अनुसंधान की पूरी योजना बनाई जाती है।
- (स) रिपोर्ट की शुद्धता—रिपोर्ट में कितनी शुद्धता होनी चाहिए यह भी निर्धारित किया जाना आवश्यक है ताकि यह भविष्य में अधिक उपयोगी हो सके।

### Standard Questions

1. What is 'Statistical Investigation'? Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical investigation.  
(B. Com. Banaras, 1957)
2. Describe the various stages in conducting a primary economic investigation. What precautions will you take at each stage?  
(M. A. Punjab, 1950)
3. Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical inquiry.
4. Explain in detail how would you proceed to organise a census of wages.  
(B. Com. Agra, 1937)
5. The Municipal Board of a big City wants to introduce compulsory primary education. Describe the procedure it should adopt to obtain the necessary data step by step.  
(B. Com. Rajputana 1948)
6. Draw up a scheme (a) for taking a census of refugees (b) for making a survey of rural wages.  
(B. Com. Agra, 1952)

- 7 Describe the procedure you would adopt in order to obtain the necessary information for introducing compulsory primary education in a big city  
(B Com Banaras, 1952)
- 8 Discuss the main steps necessary to conduct a family budget enquiry in an industrial town  
(M A Agra 1957)
- 9 How should the economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people of that village  
(B Com Agra, 1945)
- 10 What is a Statistical Unit? Is it necessary the data should be homogeneous?  
(B Com Agra, 1939)
- 11 Planning is essential in statistical investigation. Justify this with suitable examples
- 12 Define a statistical unit. State its essential characteristics. Give examples of simple and composite units
- 13 How would you conduct an enquiry about 'Payment of Wages in an Industry'? On what points would it be necessary for you to be clear before actually beginning investigation work  
(M Com Agra 1957)
- 14 How would you organise a marketing survey of the fruit trade in a particular region with a view to making suggestions for its development? Explain the procedure you would follow step by step  
(M Com Agra, 1956)
- 15 How would you organise an enquiry into the cost of living of the student community in Amritsar?  
(M A Punjab, 1951)
- 16 Briefly discuss the statistical problem in a marketing survey of an agricultural crop like rice or wheat in India  
(M Com Agra, 1946)
- 17 Explain in detail how would you organise a census of a cottage industry like the handloom industry or the 'Gur' industry  
(M A Agra, 1946)
- 18 You are required to conduct a survey of the handloom industry of U P. Explain the points on which it would be necessary for you to be clear before proceeding to commence the investigation  
(B Com Lucknow, 1956)
- 19 You have been appointed secretary of a committee to conduct a statistical enquiry to measure the success or otherwise of 'Prohibition in U P'. How would you proceed. Give details  
(M A Agra, 1953)
- 20 Explain in detail how you would proceed to organise a 'census of wages'. Draw up a blank form or forms to obtain the information required  
(M A Agra, 1950)
- 21 Outline a plan for carrying out an industrial survey of your district to examine the working of various cottage industries  
(M A Agra, 1952)

- 22 How would you plan an enquiry about the unemployment in Kanpur ? What published data would you utilise for this purpose ?  
(M A Agra 1955)
- 23 Describe the procedure you would adopt for assessing the changes in the economic condition of the people in a village during the last five years. Give questions and tables you might use for the purpose.  
(M Com Agra, 1955)
- 24 If a comparative enquiry regarding wages in different industries in India is to be made by the Government what would be the procedure ? Give the forms of questionnaire tables etc to be used.  
(M Com Agra 1947)
- 25 How would you conduct a survey to measure the changes in the cost of living of the agricultural labourers of U P ?  
(M Com Agra 1958)
- 26 Give a lucid account of either the methods of crop estimation or that of conducting the census of manufactures in India.  
(B Com Allahabad, 1957)
- 27 What point should be considered in drafting a good questionnaire ? Criticize the following questions and suggest improvements
- (a) In a housing survey
    - Is this house in good conditions ?
    - Of what material is it made ?
    - Is it located in a desirable section of town ?
  - (b) In a health survey
    - Are you in good health ?
    - Do you have tuberculosis ?

(B. Com Gujarat 1954)

---

## अध्याय ५

# समकों का संग्रहण

(Collection of Data)

समकों के संग्रहण पर ही पूरा अनुसंधान आधारित होता है। यदि इसमें कोई दोष या त्रुटि रहती तो यह सारे अनुसंधान को प्रभावित करेगी और निष्कर्ष भ्रष्ट होगा। इसलिये यहाँ पर अनुसंधानकर्ता के लिये उच्च कोटि की उत्तर्कता बर्तना बहुत आवश्यक है।

**संग्रहण के विचार से समकों के प्रकार**

संग्रहण के विचार से समकों निम्न प्रकार के होते हैं —

(अ) **प्राथमिक सामग्री (Primary Data)**—वे चीजें हैं जिन्हें अनुसंधान करने वाला अपने प्रयोग में लाने के लिये पहले पहल इकट्ठा करता है। आरम्भ से अन्त तक सामग्री नये सिरे से ही एकत्रित की जाती है। इसे प्राथमिक सामग्री कहते हैं। जैसे यदि कोई व्यक्ति ग्रामीण ऋण के विषय में सामग्री एकत्रित करता है और इस कार्य के लिए योजना बनाता है तथा नये सिरे से चीजें एकत्रित करता है तो उसकी एकत्रित सामग्री उसके लिए प्राथमिक कहनामेगी।

(ब) **अप्राथमिक अथवा द्वितीयक सामग्री (Secondary Data)**—वे समकों हैं जिनका एकलन पहले से ही हुआ है और अनुसंधानकर्ता उसे अपने प्रयोग में लाता है। यहाँ वह स्वयं संग्रहण कार्य नहीं करता। किसी अन्य उद्देश्य के लिये एकत्रित सामग्री को प्रयोग में लाता है। इस प्रकार की सामग्री अपने मौलिक रूप में नहीं होती है। बरन् छानबीन प्रतिपाद आदि में व्यक्त होती है।

प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में व्यय धन, समय, परिश्रम व बुद्धि की आवश्यकता होती है क्योंकि सम्पूर्ण योजना नये सिरे से बनानी पड़ती है। अप्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में धन, समय, बुद्धि सबकी अपेक्षाकृत कम आवश्यकता होती है।

**प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ**—प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की निम्न प्रमुख रीतियाँ हैं —

(क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान।

(ख) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान।

(ग) स्थानीय स्रोतों या सम्वाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना ।

(ङ) गणको द्वारा अनुसूचियों का भरना ।

इनमें से प्रत्येक का विस्तृत वर्णन नीचे किया गया है —

(क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)—

यह रीति बहुत सरल है । इसमें अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उन लोगों के सम्पर्क में आता है जिनके विषय में छाँकड़े एकत्रित करना चाहता है । यदि अनुसंधानकर्त्ता व्यवहार कुशल, धैर्यवान् व मेतृवती है तो इस रीति द्वारा प्राप्त छाँकड़े बहुत विश्वसनीय होते हैं । इस रीति में सूचना देने वाला में प्रत्यक्ष रूप में सम्पर्क स्थापित करके अनुसंधानकर्त्ता छाँकड़े एकत्रित करता है । योरप में ले प्ले (Le Play) नामक सांख्यिक ने इस रीति द्वारा मजदूरों के घाव-व्यथ संबंधी छाँकड़े एकत्रित किये थे । इस रीति का उपयोग आर्थर यंग (Arthur Young) द्वारा कृषि उत्पादन के अध्ययन में किया गया ।

यह प्रणाली कहां अधिक उपयुक्त है ?

- (१) जहाँ गुड़ता पर अधिक जोर देना हो ।
- (२) जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र सीमित हो ।
- (३) जहाँ अनुसंधान के विषय की अटिक्तता के कारण यह आवश्यक समझा जाता हो कि अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उपस्थित रहे ।
- (४) जहाँ छाँकड़ों की गुप्त रक्षणा हो ।
- (५) जहाँ छाँकड़ों की मौलिकता पर जोर देना हो ।

गुण (Merits) :

- (१) परिणाम में उच्च स्तर की गुड़ता मिलती है ।
- (२) यह रीति वहाँ के लिए अधिक उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र छोटा हो ।
- (३) सूचना की गुड़ता की जाँच करने का काफी अवसर रहता है ।
- (४) समस्या में मौलिकता रहती है ।
- (५) लोचदार—यह प्रणाली लोचनीय है क्योंकि अनुसंधानकर्त्ता आवश्यकतानुसार प्रश्नों में हर-फेर कर सकता है यदि वह ऐसा करना संतोषजनक सूचना पाने के लिये उचित समझे ।
- (६) अन्य सूचनाओं की प्राप्ति—वाञ्छित सूचनाओं के अतिरिक्त और भी बहुत सी सूचनाएँ प्राप्त हो आती हैं जिन्हें भविष्य में अन्य किसी अनुसंधान में आवश्यकतानुसार प्रयोग किये जाने की सम्भावना रहती है ।
- (७) व्यय में बचत—चूँकि अनुसंधानकर्त्ता स्वयं उपस्थित रहता है । अतः दूर व्यय के व्ययों की नहीं होने देना है और अपना नाम न्यूनतम व्ययों पर निश्चाना है ।

## दोष (Demerits)

- (१) विस्तृत क्षेत्रों के लिये अनुपयुक्त—विस्तृत क्षेत्रों के अध्ययन के लिये यह रीति उपयुक्त नहीं क्योंकि इनमें धन, समय व परिश्रम अधिक लगता है।
- (२) व्यक्तिगत पक्षपात—इस रीति में अनुसंधानकर्ता व व्यक्तिगत पक्षपात (Bias) के घात की पूरी संभावना रहती है और इस प्रकार निष्कर्ष के अशुद्ध हो जाने का डर रहता है।
- (३) समय की विशेषताओं का प्रभट न होना—अनुसंधान का क्षेत्र होने के कारण हो सकता है कि प्रातःकाल निर्धारित क्षेत्र की विशेषताओं को न प्रभट कर सके।
- (४) इसमें समय अधिक लगने की सम्भावना रहती है।

## सावधानियाँ (Precautions):

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं —

- (१) अनुसंधानकर्ता की व्यवहार कुशल, परिश्रमी व धैर्यवान् होना चाहिए ताकि वह सूचना देने वालों का विश्वास व सहयोग प्राप्त कर सके।
- (२) प्रश्न छोटे, सरल, स्पष्ट और ऐसे होने चाहिए कि जिससे उत्तर देने वाले को घुंरा न लगे।
- (३) सदिग्ध उत्तरों की सच्चाई जाँचने के लिये ऐसे प्रश्न पूछे जाने चाहिए जिससे उत्तरों की सत्यता की जाँच हो सके।
- (४) यथासंभव अनुसंधानकर्ता को अपनी व्यक्तिगत भावनाओं और पक्षपात भाव को दूर रखना चाहिए ताकि उनका प्रभाव अनुसंधान पर न पड़े।
- (५) संप्रत्यक्षों को सम्बन्धित प्रदेश की वेश-भूषा, भाषा, पानपान व रीति रिवाज का पर्याप्त ज्ञान होना चाहिये ताकि वह सूचना देने वालों में घुल मिल सके।

## (ख) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान (Indirect Oral investigation)—

अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत होने पर अनुसंधानकर्ता के लिये यह सम्भव नहीं हो जाता कि वह प्रत्यक्ष रूप से सबसे सर्व्व स्थापित करे और छाँटके पत्रित करे। ऐसी दशा में वह किसी ऐसे व्यक्ति से सूचनाएँ प्राप्त करता है जिसे उस विषय की जानकारी है। यह प्रणाली क्या उपयुक्त है?

यह रीति तब अपनायी पड़ती है जब या तो अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचना देने वाले इसमें रुचि न ले रहे हो या वे प्रश्नों के लिये अयोग्य हो या कोई और ऐसी ही बात हो। साधारणतः जाँच समितियाँ (Committees) और आयोग (Commissions) इसी रीति का प्रयोग करते हैं।

## गुण (Merits)

- (१) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम खर्च होता है।
- (२) इसमें अनुसंधानकर्ता की अधिक परेशानी नहीं उठानी पड़ती।

- (३) यह रीति वहाँ के लिए उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचक रुचि न ले रहे हो या और कोई ऐसी ही पेचीदा बात हो।
- (४) कार्य का शीघ्रता से होना इसका विशेष गुण है।
- (५) विशेषज्ञों की सम्मति तथा सुझावों का लाभ मनायास ही प्राप्त हो जाता है।
- (६) अनुसंधानकर्ता के व्यक्तिगत पक्षपात का प्रभाव नहीं पड़ता है।

### दोष (Demerits) :

- (१) परिणाम में उच्च मात्रा की झूठता की आशा नहीं रहती क्योंकि अनुसंधानकर्ता प्रत्यक्षरूप में सूचना देने वालों के सम्पर्क में नहीं आता।
- (२) जिन व्यक्तियों की सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जाते हैं उनकी पक्षपात की भावना का प्रभाव अनुसंधान पर पड़ता है।
- (३) जिन व्यक्तियों से सूचना एकत्रित की जाती है वे प्रश्नों के उत्तर देने में सापरवाही करते हैं क्योंकि उनका निजी हित या ग्रहित प्रत्यक्षरूप में इन प्रश्नों में नहीं होता है। अधिकतर टासू काम होता है।

### सावधानियाँ (Precautions) :

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं—

- (१) जिनकी सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हो उनकी बात पर बिना पुष्टि किये हुये पूर्ण विश्वास नहीं कर लेना चाहिए।
- (२) यह पूर्ण रूप से निश्चिन कर लेना चाहिए कि सूचना देने वाले की तथ्यों का पूर्ण ज्ञान है तथा सूचना देने में वह रुचि रखता है।
- (३) इस बात की ध्यान में रखना आवश्यक है कि जिस व्यक्ति की सहायता से सामग्री एकत्रित की जा रही है वह उस विषय के पक्ष व विपक्ष में पक्षपातपूर्ण धारणायें नहीं रखता है। यदि ऐसा हुआ तो परिणाम भ्रामक होगा।
- (४) यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाला प्रश्न को ठीक तरह से समझ ले।
- (५) सूचना देने वाले की सद्भावना व विश्वास प्राप्त करना अनिवार्य है।
- (६) सूचना देने वालों की पर्याप्त संख्या होनी चाहिए।
- (७) पक्ष व विपक्ष दोनों प्रकार के व्यक्तियों से सूचनाएँ एकत्रित करना अधिक उचित है।

(ग) स्थानीय स्रोतों या संवाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति (Information through Local Sources or Correspondents)—इस



रीति के अनुवार स्वानीय व्यक्ति समझी एकत्रिण करने के लिय निपुक्त किए जाते हैं। वे अपने ढग से सूचनाय प्रकृति करते हैं और बाद म अनुसधानकर्ता के पास भेज देते हैं। सवाददाता भी प्राय सूचनायें प्रकृति नहीं करते। अपने अनुभव के आधार पर अनुमानत सचनाय भेज देते हैं। इसलिए कुछ अनुद्विया की समाचना हाती है। परतु कई व्यक्तिवा द्वारा प्राप्त सूचनामा के मिलात म अनुद्विया प्राप्त समात हो जाती हैं तथाजि जब तक उनम पक्षपात भावना नहीं होगी तब तक अनुद्विया की दिशा परिवर्तित होती रहेगी और अत म परिणाम शुद्ध होंगे। मट्टिया म याजार भाव समझ थी सूचनायें सरकार इसी रीति से प्राप्त करली है।

मह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

मह प्रणाली वहाँ के लिय उपयुक्त है जहाँ उच्च स्तर की शुद्धता की प्रायश्यकता न हो केवल सापक्षिब शुद्धता ही अपक्षित हो।

गुण (Merits)

- (१) जब अनुसधान का क्षेत्र विस्तृत हा और वे स्थान जहाँ सूचनाय प्राप्त करनी हैं बहुत दूर-दूर हो तो यह रीति उपयुक्त है।
- (२) इसमे धन, समय व परिश्रम कम लगता है।

दोष (Demerits)

- (१) उपनय मीवडा म मोलिवता का समाव रहता है।
- (२) सवाददातामा म यदि पक्षपात की भावना हुई तो वह निरर्थक को प्रभावित करके उसे अनुद्व बना देनी है।
- (३) परिणामा म उच्चकोटि की शुद्धता की आशा नहीं की जा सकती क्योंकि सामग्री सग्रहण म अनुमान की महत्वपूर्ण स्थान दिया जाता है।
- (४) सूचनामा के प्राप्त होने म काफी समय लग जाता है और कभी-कभी उनका महत्व कम हो जाता है।
- (५) जहाँ बहुत से सम्वाददाता होते हैं और वे विभिन्न स्थानो मे सूचनायें प्राप्त करने के लिये भेजे जाते हैं तो उनके द्वारा बहुधा विभिन्न विधियों का प्रयोग किया जाता है। इस कारण इस विधि मे एकरूपता का समाव रहता है।

सावधानियाँ (Precautions)

- (१) सवाददाता एगे व्यक्ति होने चाहिए जो व्यक्तिगत धारणाओ और पक्षपात की भावना से दूर रहे।
- (२) सवाददातामा मे ऐसी योग्यता होनी चाहिये कि वे समस्या की ठीक प्रकार स समझ सकें और उसके अनुसार सूचनायें प्राप्त कर भेज सकें। वे ऐसे हो कि इस कार्य म रुचि लें।

(३) यथार्थत्व कई सबाददाता होने चाहिये जिसमें सूचनाओं को मिलाकर अशुद्धियों की जाँच की जा सके।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना (*Schedules to be filled in by the Informants*)—इस रीति में अनुसन्धानकर्ता आँकड़ों का एकत्रित करने के लिये प्रश्नावली तैयार करता है और उन्हें छपवाकर उन व्यक्तियों को देना है या उनके पास भेजता है जिनके विषय में आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हैं।

उन्हें वह यह विदवाय दिनाना है कि ये सूचनाएँ गुप्त रखी जायेंगी। वह यह भी प्रत्यक्ष करता है कि सूचना देने वालों का पूर्ण सहयोग और विद्वान् प्राप्त कर सके ताकि वे प्रश्नावलियाँ भर दिये हुए प्रश्नों के उत्तर शीघ्र और सही-सही दे सकें।

यह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

यह प्रणाली उम्र समय प्रयोग करना उचित है जबकि अनुसन्धान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो तथा उस क्षेत्र की जनता पढ़ी लिखी हो क्योंकि यदि लोग पढ़े लिखे नहीं होंगे तो प्रश्नों का उत्तर नहीं भेज सकेंगे।

गुण (Merits)

(१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये प्रयोग की जा सकती है।

(२) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम लगता है।

(३) इस रीति में सूचनाएँ स्वयं सूचना देने वालों द्वारा दी जाती हैं। इसलिए अशुद्धि की कम संभावना रहती है।

दोष (Demerits) :

(१) सूचना देने वालों पर किसी प्रकार का प्रतिबंध न होने से उनमें प्रायः रुचि की कमी होती है।

(२) यदि प्रश्नावली सरल न, हुई तो उत्तर अशुद्ध भिन्न-भिन्न और परिणाम अशुद्ध होंगे।

(३) यदि सूचना देने वालों में पक्षपात की भावना है तो वह परिणाम को अशुद्ध कर देगी।

(४) सूचनाएँ लिखकर देने से लोग बहुत घबराते हैं कि वही उनका दुष्टयोग उनके विरुद्ध न हो। अतः वे सूचनाएँ नहीं भेजते हैं।

(५) प्रश्न का अर्थ ठीक से न समझने के कारण उत्तर गलत हो जाते हैं।

(६) प्रणाली लोचदार नहीं है क्योंकि अपर्याप्त सूचना प्राप्त होने पर पूरक प्रश्नों का पूछना सम्भव नहीं है।

सावधानियाँ (Precautions) :

(१) सूचना देने वालों की सद्भावना और सक्रिय सहयोग की अत्यन्त आवश्यकता है।

(२) प्रश्न छोटे, सरल व स्पष्ट होने चाहिये।

- (३) सूचना देने वालों को नम्र परतु प्रभावनासी भाषा में समझाकर उनका सतिय सहयोग प्राप्त करना चाहिए ।
- (४) यह ध्यान रखना आवश्यक है कि सूचना देने वालों का वरणात का भाव तो नहीं है ।
- (५) ऐसा प्रयत्न होना चाहिये कि सूचनायें दीक्षातिशीघ्र प्राप्त हो सकें ।

### प्रश्नों का चुनाव (Choice of Questions)

प्रश्नों का चुनाव करते समय नीचे दिये हुये सख्ती प्रश्नावली के गुणों को ध्यान में रखना चाहिए ।

—सख्ती प्रश्नावली के गुण—प्रश्नावली तैयार करते समय निम्नलिखित बातों की ओर विशेष रूप से ध्यान देना आवश्यक है —

- (१) प्रश्न ऐसे होने चाहिए जिन्हें सूचना देने वाले ठीक तरह से समझ सकें तथा उनके उत्तर देने में उनके आराम-सम्मान को भी ध्यान में लें । जैसे—  
चरित्र, बीमारी, आसक्तियों के विषय में सूचना देने में लोग उदासीन होते हैं ।
- (२) प्रश्नों की संख्या कम हो ताकि सूचना देने वाला उनमें ऊब न आए ।
- (३) प्रश्न सरल व स्पष्ट होने चाहिए ताकि उनके उत्तर देने में कोई दुविधा न उत्पन्न हो ।
- (४) प्रश्न ऐसे होने चाहिए कि उत्तर देने वाले को यह न लगे कि व्यर्थ की बातें की खाल निरासी जा रही है ।
- (५) प्रश्न यथासम्भव छोटे होने चाहिये जिसमें उनका उत्तर छोटा हो या उत्तर 'हां' या 'नहीं' में दिया जा सके ।
- (६) यथासम्भव कुछ ऐसे भी प्रश्न होने चाहिए जिसमें प्राप्त सूचनाओं की सत्यापन में आसक्ति की जा सके ।
- (७) प्रश्न ऐसे होने चाहिए ताकि किसी वर्ग या सम्प्रदाय की धार्मिक या सामाजिक भावनाओं को घटापट्ट नहीं पहुँचे ।
- (८) प्रश्न अनुसंधान से प्रत्यक्ष रूप से सम्बन्धित हो ताकि बड़ी व्यर्थ की सूचना एकत्रित करने में धन, समय व परिश्रम का दुरुपयोग हो ।
- (९) यदि अनुसंधान का काम जारी है तो साथ में अनुसंधान भी होना चाहिये ।
- (१०) प्रश्नावली में निम्न प्रकार के सख्ती का उपयोग यथासम्भव न हो—  
 (क) आदेशित या अप्रत्यक्ष सख्ती ।  
 (ग) असम्मान सूचक सख्ती जैसे—नीचर आदि ।  
 (न) जटिल सख्ती ।  
 (प) भाव, भावना आदि ।

- (११) प्रश्नों को बनाने के बाद उनकी जाँच कर लेनी चाहिए कि वे ठीक हैं या नहीं ।
- (१२) प्रश्नावली बनाते समय यह ध्यान में रखना चाहिए कि प्रश्नों के उत्तर इस प्रकार के भाष्यें ताकि वे सारणी में रखे जा सकें ।
- (१३) यदि प्रश्नावली में ऐसे प्रश्न आ गये हों जिनके उत्तर कई हो सकते हैं तो यह अधिक अच्छा होगा कि उन उत्तरों को भी प्रश्नों के साथ दे दिया जाय और सूचना देने वालों से कहा जाय कि वे उचित उत्तर के सामने एक निशान लगा दें ताकि उनकी इच्छा ज्ञात की जा सके जैसे—  
प्राप नहाने के लिये कौन भा सायुन प्रयोग करते हैं ?

(ग) लवण ।

(घ) लाइफवॉय ।

(ग) हमाम ।

(द) महान ।

(प) अन्य ।

‘४) जहाँ तक सम्भव हो प्रश्न ऐसे बनाने चाहिए जो कि एक दूसरे से सम्बन्धित हों ताकि उचित निष्कर्ष निकाले जा सकें ।

(१५) प्रश्न पूछना उत्तर देने की तुलना में अधिक कठिन होता है अतः प्रश्नों कि पूछने में बड़ी बुद्धिमत्ता व सावधानी दिखानी चाहिए ।

(ड) गणकों द्वारा अनुसूचियों का भरना (Schedules to be filled in

Enumerators)—यह रीति इससे पहले वाली रीति से बहुत मिलती-जुलती

अन्तर केवल इतना है कि पहले में प्रश्नावलियों सूचना देने वाले भरते हैं और इस प्रणाली में गणक उनमें पूछ कर स्वयं भरते हैं । गणकों को अलग-अलग क्षेत्र बाँट दिये जाते हैं । गणक अपने क्षेत्र में जाकर सूचना देने वालों से सम्पर्क स्थापित करते हैं उनमें पूछ-पूछकर प्रश्नावलियों को भरते हैं । गणक शिक्षित होने हैं तथा इस कार्य के लिये ही नियुक्त किये जाते हैं और उन्हें इस कार्य की विशेष शिक्षा दी जाती है । इस रीति की सफलता गणकों पर ही निर्भर करती है । गणकों को चतुर, परिश्रमी व व्यवहार बुद्धिमान होना आवश्यक है । उनमें इतनी योग्यता होनी चाहिए कि वे सूचना देने वालों को समझा-बुझाकर सच्ची सूचना देने के लिये तैयार करें । इसके लिये उन्हें अपने क्षेत्र के रहने वालों की रहन-सहन, ग्यान-गान व रीति-रिवाज का अच्छा ज्ञान होना चाहिए तभी वे सूचना देने वालों में धुन मिलाकर सच्ची सूचनाएँ प्राप्त कर सकते हैं ।

गुण (Merits) :

(१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये बहुत उपयुक्त है ।

- (२) गणक सिद्धित तथा इन कार्य के लिय विशेष्य हैं प्रसिद्धित होते हैं ।  
इसलिए सुदृढता की पूर्ण प्राप्ति होती है ।
- (३) इसमें समय कम लगता है ।
- (४) सूचना देने वालों से गणकों का व्यक्तिगत सम्पर्क रहता है जो कि अनु-  
संधान के लिये बहुत लाभकारी होती है ।
- (५) गणकों का दोनो प्रकार का होने के कारण पदापात का डर कम हो  
जाता है ।

### होय (Demerits)

- (१) निपुण गणकों की नियुक्ति व प्रशिक्षण में काफी खर्च पड़ता है ।
- (२) गणकों के प्रशिक्षण में काफी परेशानी होती है तथा समय लगता है ।
- (३) यदि गणकों में पदापात की भावना हुई तो उसका प्रभाव निष्कर्ष को  
प्रविश्यमनीय बना देता है ।
- (४) यदि गणक आवश्यक योग्यता वाले न हुए तो बहुत फल निकलते हैं ।

### सावधानियाँ (Precautions)

- (१) गणक युद्धिमान, ईमानदार, परिश्रमी व व्यवहार कुशल होने चाहिए ।
- (२) एक प्रश्नावली को भरकर गणक को समूचे के रूप में दे देना चाहिए ।
- (३) प्रश्न सरल कम व स्पष्ट होने चाहिए ।
- (४) उत्तरों की शुद्धि की जाँच के प्रश्न पूछ लेना चाहिए ताकि तदभिप्राय में  
स्पष्ट होती चनें ।
- (५) गणकों को आवश्यक ट्रेनिंग देना आवश्यक है ।
- (६) गणक के काम का उचित निरीक्षण भी आवश्यक है ।
- (७) गणक स्थानीय भाषा, रहन सहन, धान-धान में अच्छी भाँति परिचित हो ।
- (८) गणकों में व्यक्तिगत धारणाएँ व पदापात की भावनाएँ नहीं  
होनी चाहिए ।
- (९) गणक ऐसे होने चाहिए जो अनुसंधान में रुचि रखते हो ।

इस रीति में खर्च अधिक होता है इसलिए साधारणतः व्यक्तियों व समस्याओं  
द्वारा प्रयोग में नहीं लाई जाती । यह रीति सरकारी कामों के लिए प्रायः प्रयोग में  
आती है । भारत की जनगणना इस रीति से की जाती है ।

### अनुसूचियाँ (Schedules)

/ अनुसूचियाँ दो प्रकार की होती हैं —

- (१) प्रश्नावली (Questionnaires)—प्रश्न प्रश्न दिये होते हैं पर प्रश्नों  
सामने या नीचे उत्तर के लिये स्थान नहीं होता । प्रश्नों के उत्तर भलग कागज  
पर लिखकर दिये जाते हैं ।

(२) रिक्त प्रारूप (Blank Form)—इसमें प्रश्न दिये होते हैं और वही पर रिक्त स्थान होता है जहाँ उन प्रश्नों के उत्तर लिख दिये जाते हैं।

भारत में १९६१ की जनगणना करने की अनुसूची का नमूना

गोपनीय

जन-गणना, १९६१

एकत्रीय कोड नं०—

१—(४) पंच—

१—(१२) वर्ग का नाम— २—निम्ने जन्म तिथि पर उल्लेख

३—वैवाहिक स्थिति— ४—(४) जन्म स्थान—

५—(क) जन्म मी०/न०



५—(ग) विवाहकाल  
यदि जन्म  
अपेक्ष हो



६—(क) राष्ट्रीयता—

६—(ग) धर्म—

७—(ग) माता/पिता जन्म जन्म—

७—मातापिता की प्रशिक्षण—

८—(क) मूलभूत शिक्षा—

८—(ग) प्रथम भाषा (वै०)—

९—यदि कामगार—

९—यदि परिवार में सदस्य—

१०—यदि पारिवारिक  
उद्योग में

(क) काम का स्वीकार—

(ग) यदि मोहरी

(ख) पारिवारिक उद्योग का स्वीकार



(क) काम का स्वीकार—

(ख) उद्योग बना या

(ग) काम करने वाले का स्वीकार



११—८ से या १० की  
छोटीतर आय की  
व्यक्ति

(क) परिवार का नाम  
का नाम—

१२—काम गरी काम  
नो बना बना है



१३—

गणकों का चुनाव (Choice of Enumerators)—गणकों के द्वारा सामग्री के एकत्रित करने में गणकों की योग्यता एवं कुशलता पर ही तथ्यों की शुद्धता निर्भर करती है। इसलिये गणकों के चुनाव में बड़ी सावधानी की आवश्यकता है ताकि वे सच्चाईपूर्वक अपने कर्तव्यों का पालन कर सकें और अपनी बुद्धिमानी में सूचना देने वाला नौ बातों की सच्चाई की जाँच कर सकें। साथ ही साथ यह भी आवश्यक है कि उनमें अनुभवधान के विषय में पक्षपातपूर्ण धारणाएँ न

॥। गणकों को अपने कार्य में अच्छी सफलता तभी प्राप्त हो सकती है जब वे व्यवहार कुशल व्यक्ति हो और सूचना देने वालों के खान-पान, रहन सहन व रीति-रिवाज को जानते हों और उनमें धुल-मिल कर उनका विश्वास और सहयोग प्राप्त कर सकें। उनमें आवश्यक योग्यता भी होनी चाहिए।

**गणकों का प्रशिक्षण (Training of Enumerators)**—गणकों का शिक्षित व बुद्धिमान होना ही पर्याप्त नहीं। उन्हें इस अनुसन्धान के सम्बन्ध में भी विशेष जानकारी होनी चाहिए ताकि वे इस कार्य को सुगमता से कर सकें। इसलिए उनकी ट्रेनिंग होना जरूरी है।

**उपयुक्त प्रणाली का चुनाव**—यह प्रश्न यह उठता है कि किस प्रकार के अनुसन्धान के लिये कौनसे एकत्रित करने की कौन-सी रीति उपयुक्त है? वास्तव में समस्या का अध्ययन करके ही इस प्रश्न का उत्तर दिया जा सकता है। सफलता की कोई प्रणाली सबसे अच्छी नहीं है। कहीं पर कोई रीति सर्वोत्तम होगी और कहीं पर कोई। ये तो उपयुक्त प्रणाली का चुनाव करते समय निम्न बातें विचार करने की हैं —

- (१) अनुसन्धान का प्रकार
- (२) अनुसन्धान का क्षेत्र
- (३) व्युत्पत्ति का स्तर
- (४) उपलब्ध धन
- (५) उपलब्ध समय
- (६) अनुसन्धान का उद्देश्य
- (७) परिस्थितियाँ जिनके घातर्गत अनुसन्धान करना है।

इन पर विचार करने के बाद ही उपयुक्त प्रणाली का चुनाव किया जा सकता है।

**प्रामाण्यिक अध्ययन द्वितीयक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ (Methods of Collecting Secondary Data)**

एक बार एकत्रित हुई सामग्री का दुबारा प्रयोग होने पर यह द्वितीयक सामग्री कहलाती है। किसी अन्य व्यक्ति या सरकार द्वारा एकत्रित किए गये, लिखे हुये या छप गए कौन-से यदि मिल सकें तो उनका प्रयोग साधनाधी से किया जा सकता है। ऐसे कौन-से व्यापारिक मस्यौदा, सरकारी विभागों या वैज्ञानिकों के यहाँ मिल सकते हैं। समाचार-पत्र, पत्रिकाएँ, सरकारी गजटो, व्यापारिक पत्रों आदि में ऐसे कौन-से मिलते रहते हैं। कौन-से को प्राप्त करने की यह दक्षता आवश्यक है।

**द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत**

द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत निम्नलिखित हैं —

(क) प्रकाशित : (१) सरकारी प्रकाशन—प्रत्येक देश की सरकार के विभिन्न विभाग अपने विभाग या क्षेत्र से सम्बन्धित कौन-से एकत्रित और प्रकाशित करवाते रहते

हैं। ये समक बहुत विश्वसनीय और महत्वपूर्ण होते हैं। आजकल भारत में लगभग सभी मन्त्रालयों से अनेक प्रकार की सूचनाएँ व आँकड़े प्रकाशित होते हैं।

(२) आयोग व समितियों द्वारा—आय: सरकार या किसी अन्य संस्था द्वारा आयोग या समितियाँ नियुक्त की जाती रहती हैं—देख को विभिन्न समस्याओं के अध्ययन के लिये ये आयोग या समितियाँ सम्बन्धित आँकड़े संकलित करके अपना आवेदन प्रस्तुत करती हैं।

(३) अर्थ सरकारी संस्थाओं के प्रकाशन—नगर पालिकाएँ, नगर निगम, जिला बोर्ड आदि विभिन्न प्रकार के आँकड़े संकलित करके प्रकाशित करवाते हैं जैसे जन्म-मरण, स्वास्थ्य, शिक्षा आदि से सम्बन्धित आँकड़े।

(४) व्यापारिक संस्थाओं द्वारा—व्यापार परिषदों, संस्थाओं, स्वयं-विनिमय-विपणि (Stock Exchanges), उपज-विनिमय-विपणि (Produce Exchanges) द्वारा भी अनेक प्रकार के समक एकत्रित करके प्रकाशित किए जाते हैं।

(५) अनुसंधान संस्थाओं द्वारा—विश्वविद्यालयों, रिसर्च ब्यूरो, अनुसंधान संस्थाओं द्वारा अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित किए जाते हैं और आय: प्रकाशित किए जाते हैं।

(६) पत्र-पत्रिकाओं द्वारा—बहुत से पत्र तथा पत्रिकाएँ अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित करके प्रकाशित करती हैं। जैसे पत्र आय: बाजार भाव देते रहते हैं।

(७) व्यक्तियों द्वारा—बहुत से व्यक्ति खोज या अनुसंधान के लिए आँकड़े एकत्रित करते हैं और उन्हें प्रकाशित करवाते हैं।

(८) संघों व संगठनों द्वारा—बहुत से संघ व संगठन अपने से सम्बन्धित आँकड़े एकत्रित करवा कर अपने संगठन के सदस्यों के लिए प्रकाशित करवा देते हैं।

(९) अप्रकाशित—सरकार, संस्थाओं या व्यक्तियों द्वारा एकत्रित बहुमूल्य सामग्री बिना छपी पड़ी रहती है। यदि वे उपलब्ध हों तो उनका भी प्रयोग किया जा सकता है।

**द्वितीयक सामग्री की विश्वसनीयता**

द्वितीयक सामग्री का प्रयोग करने से पूर्व उनकी विश्वसनीयता की जाँच आवश्यक है क्योंकि वे निम्न कारणों से दोषपूर्ण हो सकती हैं :—

- (१) निदर्शन सामग्री की अपर्याप्तता के कारण भ्रष्ट हो गई हो।
- (२) माप तथा विश्लेषण के एकत्रों की परिमाप में अन्तर हो।
- (३) अनुपयुक्त तथा सदेहात्मक शब्दों के प्रयोग के कारण भी भ्रष्ट हो जाती है।
- (४) अनुमान सम्बन्धी भ्रष्टियाँ तब हो जाती हैं जब किसी कारण से अनुमान पर ही निर्भर रहना पड़ता है और अनुमान में भ्रष्टियाँ हो जाती हैं।



डा० बाउले का मत है “प्रकाशित समकों को जैसा का तैसा मान लेना कभी ज़रूरी से खासी नहीं, जब तक उनका प्रथम तथा सीमायें अच्छी तरह न ज्ञात हो जाय। जो तर्क उन पर आधारित हैं उनकी आलोचना करना आवश्यक है।”<sup>1</sup>

### Standard Questions

- 1 What are the various methods of collecting statistical data? Which of these is most reliable and why? (*B Com Agra 1952*)
- 2 What methods would you employ in the collection of data when the field of enquiry is (a) small (b) fairly large and (c) very large with regard to accuracy, labour and cost  
(*B Com Agra, 1917*)
- 3 How should an economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people?  
(*B Com Agra 1915*)
- 4 Discuss the advantages of direct personal investigation as compared with other methods generally used in collecting data  
(*B Com (S) Agra, 1950*)
- 5 Examine critically the important methods of collection of statistical data  
(*B Com Banaras, 1953*)
- 6 Discuss in brief the methods generally used in the collection of primary data  
(*B Com Agra 1957*)
- 7 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits  
(*B Com Agra, 1956*)  
(*B Com Alid, 1916*)
- 8 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation  
(*B Com Agra, 1939*)
- 9 “In collection of statistical data commonsense is the chief requisite and experience the chief teacher.” Discuss this statement with comments  
(*B Com Alid, 1939, M A — Patna, 1911, B Com Luck 1910*)
- 10 Mention the different kinds of Statistical methods generally used in investigation. Are there any fields of enquiry when these methods can not be used satisfactorily? (*B Com Agra 1910*)
- 11 Compare different methods used in the collection of numerical data. Explain the importance of determining the statistical unit  
(*B Com Agra 1912*)
- 12 Though figures cannot lie, yet they can deceive. Expand the above statement so as to explain its bearing on the use of secondary data  
(*M Com Allahabad, 1915*)

1 “It is never safe to take published statistics of their face value, without knowing their meaning and limitations and it is always necessary to criticise arguments that can be based upon them”,  
—Bowley.

- 13 'It is never safe to take published statistics at their face value without knowing their meaning and limitations and it is always necessary to criticise the arguments that can be based upon them' Bowley Elucidate (B Com Alld, 1946)
- 14 'Secondary data should never be accepted without careful enquiry Enumerate and explain the pitfalls that otherwise await the user (B Com Raj 1949)
- 15 Distinguish clearly between primary and secondary data Explain the various methods of collecting primary data and point out their relative merits and demerits (B Com (Raj), 1954)
- 16 What are the various methods of collection of statistical data? State the circumstance in which each method should be used (B Com. Agra, 1954)
- 17 What are the essentials of a good questionnaire? Draft a suitable questionnaire to enable you to study effects of prohibition in Madras among industrial workers (B Com, Madras)
- 18 Distinguish between (a) primary and secondary data and (b) primary and secondary sources Examine the methods used for the collection of statistical data for different types of investigations (M S II Lucknow)
- 19 Describe the procedure involved in collecting data in each of the following cases —  
 (a) Survey of handloom industry in India  
 (b) Survey of housing conditions in a city  
 (c) Credit survey of a village  
 (d) Survey of the educated unemployed in a city
- 20 In making house-to-house enquiry every thing depends upon the skill tact and reliability of the investigators' Prove the correctness of the above remark in collecting the family budgets of cultivators in U P (B Com. Agra, 1947)
- 21 What is the difference between a questionnaire and a blank form? What precautions should be observed in drafting a questionnaire?
- 22 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits (Agra B Com 1955)

## निदर्शन अनुसंधान के लिये उपयुक्त दशाएँ (Proper Conditions for Sample Enquiry)

- (१) जब अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो ।
- (२) जहाँ व्यापक दृष्टि से नियमों का प्रदिपादन करना हो ।
- (३) समग्र रीति से जाँच करने पर वह वस्तु जाँच में ही समाप्त हो जाने वाली हो । जैसे एक क्षीण ग्रह की जाँच पल्लवर करनी है ।
- (४) अनुसंधान से सम्बन्धित वस्तुओं की परिवर्तनशीलता हो और समग्र रीति प्रयोजन पर वस्तुओं के गुणों व प्रकृति में काफी परिवर्तन हो जाने की सम्भावना हो ।
- (५) पर्याप्त मात्रा में धन, समय व कर्मचारी उपलब्ध न हों ।
- (६) बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्त करना आवश्यक न हो ।

## न्यायदर्श लेने की शर्तें (Conditions of Sampling)

(१) स्वतन्त्रता (Independence)—समग्र के भिन्न-भिन्न पद एक दूसरे से स्वतन्त्र होने चाहिए और प्रत्येक पद को न्यायदर्श में चुन लिये जाने का अवसर होना चाहिये ।

(२) समानोद्यता (Homogeneity)—उस समग्र में जहाँ अनुसंधान हो रहा है किसी विशेष प्रकार का परिवर्तन नहीं होना चाहिये क्योंकि पदों के गुण व प्रकृति में परिवर्तन वांछनीय नहीं ।

(३) समानता (Similarity)—न्यायदर्श ऐसा होना चाहिए कि उसमें मूल वस्तु के सभी गुण वर्तमान हों । यदि एक ही समग्र के दो न्यायदर्श लिये जायें तो दोनों मिलकुल समान हों ।

## न्यायदर्श की विश्वसनीयता की जाँच (Reliability Test of Samples)

यह बहुत कठिन परन्तु आवश्यक कार्य है । इसके दो प्रमुख ढंग हैं :—

(१) दो निदर्शन से प्राप्त न्यायदर्श को दो बराबर भागों में बाँट कर दोनों की तुलना करने पर यदि समानता मिले तो न्यायदर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें शंका है ।

(२) सम्पूर्ण में से फिर उतना ही न्यायदर्श वही ढंग में लिया जाय और पहले वाले न्यायदर्श से तुलना की जाय । यदि दोनों में समानता हो तो न्यायदर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें शंका है ।

## सम्भावना सिद्धान्त व निदर्शन अनुसंधान

### (Theory of Probability and Sample Investigation)

प्रकृति में एक प्रकार की एकरूपता (Uniformity) है और इसी कारण निदर्शन पद्धति द्वारा प्राप्त निष्कर्ष बहुत कुछ ठीक निकलता है । यदि प्रकृति में यह एकरूपता न रहती तो बिना पूरे का जाँच बिचे हुये संतोषजनक व शुद्ध परिणाम पर पहुँचना कठिन हो जाता ।

**सम्भावना सिद्धान्त (Theory of Probability)**—सम्भावना का अर्थ है किसी भी घटना के होने या न होने के विषय में अनिश्चितता की दशा में कोई अनुमान लगा लेना। निदर्शन अनुसंधान, सम्भावना सिद्धान्त पर आधारित है। यदि कोई घटना दो प्रकार से घट सकती है और यह कोई निश्चित नहीं कि वह किस प्रकार घटेगी तो उस घटना के प्रत्येक प्रकार से घटने की सम्भावना प्राची है। उदाहरण के लिये यदि किसी सिक्के को हवा में १०० बार उछाला जाय और उछाली जाने वाली भूमि में कोई दोष न हो तो सिक्का ५० बार चित्र की ओर गिरेगा और ५० बार पीठ की ओर। यह सिद्धान्त मानव जीवन के लिये एक महत्वपूर्ण स्थान रखता है। इसके आधार पर बहुत से सिद्धान्त बने हैं। निदर्शन पद्धति इसी सिद्धान्त के आधार पर अपनाई गई है। परिकल्पना (Speculation) करने वाले तथा बीमा व्यवसाय करने वाले लोग इसी सिद्धान्त को आधार मानकर अपना कार्य करते हैं। सम्भावना सिद्धान्त की एक महत्वपूर्ण मान्यता यह है कि प्रयोग से सम्बन्धित समूह बड़ा हो। यह समूह जितना ही बड़ा होगा, यह सिद्धान्त उतने ही सच्चे अर्थों में लागू होगा। इनलिये न्यादर्श भी जितना ही अधिक होगा उसमें समग्र का गुण उतना ही अधिक होने की आशा होगी।

### सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity)

यह नियम सम्भावना सिद्धान्त का उप-प्रमेय (Corrolary) है। यह प्रतिपादित करता है कि यदि सम्पूर्ण में से दैव निदर्शन (Random Sampling) द्वारा न्यादर्श लिया जाय तो वह समग्र का ठीक प्रकार में प्रतिनिधित्व कर सकेगा पर्याप्त इस न्यादर्श में उन्ही गुणों की सम्भावना होगी जो समग्र में हैं। प्रसिद्ध अर्थशास्त्री किंग के शब्दों में 'गणित के सम्भावना सिद्धान्त के आधार पर बना सांख्यिकीय नियमितता नियम बताता है कि यदि किसी बहुत बड़े समूह में से दैव निदर्शन द्वारा पर्याप्त बड़ी संख्या में पदों को चुन लिया जाय तो यह लगभग निश्चित है कि इन पदों में औसत रूप से बड़े समूह के गुण होंगे।'<sup>1</sup>

जितने अधिक पद न्यादर्श में होंगे उतनी ही अच्छी तरह वे सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व कर सकेंगे। एक विशेष बात यह है कि चुनाव दैव निदर्शन से होना चाहिये ताकि सम्पूर्ण में से प्रत्येक अंश को न्यादर्श में चुन लिये जाने का समान अवसर मिले। इस नियम के अन्वय में यह निदर्शन 'दैव' का अर्थ है कि न्यादर्श के चयन के लिये एक अंश की ही जाँच कर लेने से काम चल जाता है। उदाहरण के लिये यदि हम किसी वृक्ष के पत्तों की औसत संख्याई जानना चाहें तो

1. "The law of statistical regularity formulated in the Mathematical Theory of Probability lays down that a moderately large number of items chosen at random from a very large group are almost sure, on the average, to have the characteristics of the large group."

## समान दशायें (Same Conditions)

न्यादर्श के प्रत्येक अंग की प्रभावित व नियंत्रित करने वाली दशायें समान होनी चाहिये ।

## न्यादर्श लेने के ढंग (Methods of Sample)

न्यादर्श चुनने के मुख्य निम्न ढंग हैं :—

- (१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)
- (२) सविस्तार निदर्शन (Deliberate, Purposive, Conscious or Representative Sampling)
- (३) दैव अवकाश आकस्मिक निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)
- (४) नियमानुसार दैव निदर्शन (Systematic Random Sampling)
- (५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed Or Stratified Sampling)
- (६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)
- (७) कौटा निदर्शन (Quota Sampling)
- (८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय दैव निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)

### (१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)

यह प्रणाली संगणना प्रणाली से ही मिलती-जुलती है । इस रीति के अनुसार न्यादर्श बहुत अधिक मात्रा में लिया जाता है बल्कि यो समझिये कि जितनी भी इकाइयाँ उपलब्ध होनी है सबका अध्ययन होता है । यह रीति सगणन संगणना रीति के समान है । अन्तर केवल यह है कि संगणना पद्धति में निश्चिन रूप से प्रत्येक पद का अध्ययन किया जाता है परन्तु इस पद्धति में उन सभी पदों का अध्ययन किया जाता है जो संपन्नता से भिन्न आते हैं । जो पद आसानी से नहीं मिल पाते उन्हें इस पद्धति में छोड़ दिया जाता है ।

गुण (Merits) :

- (१) इस रीति में सरलता होती है । जो पद आसानी से उपलब्ध होते हैं उन्हें न्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है । जो नहीं उपलब्ध हैं या जिन्हें प्राप्त करने में कठिनाई होती है, उन्हें छोड़ देते हैं ।
- (२) इस पद्धति में संगणना पद्धति के समान सगणन सभी पदों की जाँच की जाती है ।

दोष (Demerits) :

- (१) इस रीति में घन, समय व परिश्रम का व्यर्थ में अध्ययन होता है ।

(२) अनुसंधानकर्ता में यदि पक्षपात की भावना है तो न्यादर्श पर उसका बहुत बड़ा प्रभाव पड़ने का भवसर होता है।

(३) हो सकता है कि अधिक महत्वपूर्ण पदों की जाँच न हो पाय और निष्कर्ष अनुद्ध हो जाय।

## (२) सविचार निदर्शन (Deliberate or Purposive Sampling)

इस पद्धति में चुनाव करने वाला न्यादर्श का चुनाव समझ बूझ कर करता है। चुनाव करते समय वह यह प्रयत्न करता है कि सम्पूर्ण की सब विशेषणों में भाग लिये और इस उद्देश्य की पूर्ति के लिये वह समय की प्रत्येक प्रकार की विशेषणा को प्रकट करने वाले पदों को अपने न्यादर्श में सम्मिलित करता है। साधारणतः वह कोई प्रमाण निश्चित कर लेता है और उसी के आधार पर पदों की चुनना है। सविचार निदर्शन की तीन प्रमुख रीतियाँ हैं —

(क) केवल मौखिक गुण वाली इकाइयों को चुनना ताकि निकाले हुए पक्ष समग्र को प्रकट कर सकें। बहुत उच्च व बहुत कम गुण वाली हुई इकाइयों को छोड़ देना ताकि बहुमत पर बुरा प्रभाव न पड़े।

(ख) उद्देश्य के अनुसार जान बूझ कर न्यादर्श को छांटना ताकि कोई महत्वपूर्ण इकाई न छूटने पाये।

(ग) प्रत्येक समूह को उसी अनुपात में न्यादर्श में शामिल किया जाता है जिस अनुपात में वे अनुसंधान के क्षेत्र में हैं। इस प्रकार के चुनाव में चुनने वाले की भावना का चुनाव पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है। यह प्रभाव प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप में पड़ता है। चुनाव पर चुनने वाले की प्रवृत्तियों और उनकी पक्षपात की भावना का प्रभाव पड़ता है और इसीलिये इस प्रकार से निकाले गये परिणाम वैज्ञानिक दृष्टि से विश्वसनीय नहीं होते। उदाहरणार्थ यदि कोई ऐसा व्यक्ति है जिसकी धारणा यह है कि किसी विशेष स्थान के मजदूरों की दशा अच्छी है तो इस प्रकार का न्यादर्श लेते समय उसके चुनाव में अच्छी दशा वाले परिवार या जायेंगे और निष्कर्ष यह होगा कि वहाँ के मजदूरों की दशा अच्छी है। परन्तु यदि इसके विपरीत उसकी पूर्ण धारणा यह है कि उस स्थान के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है तो चुनाव करते समय बहुत बुरी दशा वाले परिवार ही उसके चुनाव में आयेंगे और परिणाम यह निकलेगा कि वहाँ के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है।

## गुण (Merits) :

(१) निदर्शन की यह पद्धति बहुत सरल है।

(२) प्रमाण निश्चित कर लेने व योजना बना लेने से न्यादर्श का चुनाव ठीक होने की संभावना होती है।

(३) उस अनुसंधान के लिये उपयुक्त है जहाँ कुछ इकाइयाँ इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हें शामिल करना अनिवार्य हो।

## दोष (Demerits) :

(१) चुनाव करने वाले की पूर्वधारणाओं का बहुत बड़ा प्रभाव चुनाव पर पड़ता है और निष्कर्ष को प्रभावित बना देता है ।

(२) ग्यादर्श लेने वाले में उचित ज्ञान की आवश्यकता होती है ताकि वह समय के प्रायेण भंग की विवेकता को ठीक प्रकार समझ सके ।

## (३) वैय निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)

इसमें चुनने वाले को कोई सुझि नहीं लगानी पड़ती है । चुनाव यादृच्छिक ढंग से हो जाता है । किसी पद की चुनाव में शामिल करने का कोई कारण नहीं होता । इसमें सम्पूर्ण के किसी भी भाग को ग्यादर्श में आ जाने की समान रूप में सम्भावना होती है ।

वैय निदर्शन रीति से ग्यादर्श लेने के निम्न ढंग हैं :—

(क) चिट्ठी डालना (Lottery System)—इस रीति में सभी पदों के लिये पलग-पलग संख्या या चिट्ठी निविष्ट कर लेते हैं और सबको एक साथ रखकर उनमें से कुछ उठा लेते हैं ।

(ख) धाल धार करके चुनना (Blindfold Selection)—इस रीति में चुनने वाला पदों में से धाल धार करके कुछ को उठा लेता है और वे ही ग्यादर्श में शामिल किये जाते हैं ।

(ग) पदों की बिजो रीति से सजाकर (Arrangement of Items in some Order)—इस रीति में पहले पदों को बिजो ढंग से सजा लेते हैं और उनमें से यादृच्छिक ढंग से कुछ पदों को चुन लेते हैं ।

(घ) टिपेट की संख्याओं द्वारा (By means of Tippett's Numbers)—प्रसिद्ध गारियन टिपेट महोदय ने ४१,९०० संख्याएँ बना बिजो ढंग से सारणी में दी हैं । इस सारणी की सहायता से ग्यादर्श का चुनाव सरल होता है । सबसे पहले सभी पदों के लिये संख्याएँ निविष्ट कर लेते हैं और फिर बाद में सारणी की सहायता से बिजो ढंग का पचास या अन्य संख्याओं को चुन लेते हैं । ये संख्याएँ जिस पदों की प्रकट करती हैं उन्हें ग्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है ।

काउले समिति (१९३३) ने वैय निदर्शन ढंग को भारत की सांख्यिक दसा की जीव करने के लिए टीका बताया था ।

## गुण (Merits) :

(१) इस रीति से चुनाव करने में पदागत के लिये सुझाव नहीं रहती । सभी पदों के चुने जाने का समान अवसर होता है ।

(२) चुनाव करने वाले को कोई सुझि नहीं लगानी पड़ती है । वह प्रभावित चुनाव करता है ।

- (३) चुनाव के लिये कोई विस्तृत योजना नहीं बनानी पड़ती है।
- (४) इस रीति से घन, समय व परिश्रम कम खर्च होता है।
- (५) इस रीति में न्यादर्श की शुद्धता की जाँच भी दूसरे न्यादर्श लेकर की जा सकती है।

### दोष (Demerits) :

- (१) यह पद्धति कम अनुसंधान के लिये उपयुक्त नहीं जहाँ कुछ इकाइयाँ इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हें न्यादर्श में शामिल करना आवश्यक हो।
- (२) यदि न्यादर्श बड़ा न हुआ तो संभव है वह समग्र का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व न कर सके।

### द्वैव निदर्शन की शर्तें (Conditions for Random Sampling)

- (१) सग्रहकर्ता में पक्षपात की भावना तनिक भी न हो।
- (२) प्रत्येक पद या अंश को चुनाव में आ जाने का समानरूप से अवसर हो।

### परिसीमायें (Limitations) :

- (अ) यदि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत संकीर्ण हो तो परिणाम विश्वसनीय नहीं हो सकते।
- (आ) यदि सम्पूर्ण असजातीय हो अर्थात् उसके प्रत्येक पद में भिन्नता हो तो न्यादर्श प्रतिनिधि नहीं होगा।
- (इ) सम्पूर्ण के प्रत्येक अंश के लिये यह आवश्यक है कि वह दूसरे से स्वतंत्र हो।
- (ई) चुनावकर्ता में यदि किंचित मात्र भी पक्षपात की भावना आई तो फल विश्वसनीय नहीं होगा।

### (४) नियमानुसार द्वैव निदर्शन (Systematic Random Sampling)

द्वैव निदर्शन का ही एक प्रकार 'नियमानुसार द्वैव निदर्शन' है। जिस क्षेत्र का अनुसंधान करना होता है उसकी सभी इकाइयों को क्रम से लिखकर उन पर नम्बर (१, २, ३, ४, ५, ६ आदि) डाल दिये जाते हैं। फिर आवश्यकतानुसार जितनी इकाइयाँ लेनी हों उन्हीं के अनुसार हर पाँचवाँ या सातवाँ या अन्य किसी इकाई पर जाने वाली इकाई को छोट लिया जाता है। यही इकाइयाँ न्यादर्श होती हैं जिनकी जाँच की जाती है। जैसे माना कि १०५ इकाइयाँ हैं और इनमें से कुल ७ इकाइयों को चुनना है तो प्रत्येक पन्द्रहवीं इकाई न्यादर्श में आ जायेगी अर्थात् ये इकाइयाँ न्यादर्श होंगी १५, ३०, ४५, ६०, ७५, ९० व १०५।

### गुण (Merits) :

- (१) इसमें पक्षपात की सम्भावना कम रहती है।



- (२) प्रत्येक प्रकार की इकाई की न्यादर्श में शामिल होने की सम्भावना रहती है।
- (३) इकाइयों का उचित विभाजन भी किया जा सकता है और अपनाया चुनाव भी भी अपनाया जा सकता है।

**दोष (Demerits) :**

- (१) स्वार्थी या पक्षपाती लोग इकाइयों की प्रमानुसार लिखते समय अपने स्वार्थ को ध्यान में रखते हैं। इसका फल यह होता है कि उनकी इच्छित इकाइयों ही चुनाव में आती हैं।
- (२) इकाइयों में परिवर्तन होने की दशा में यदि प्रणाली में सावधानी न की जाय तो बल संतोषजनक प्राप्त नहीं होते हैं।

**(५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed or Stratified Sampling)**

यह प्रणाली मविचार निदर्शन और दैव निदर्शन दोनों का सम्मिश्रण है। इसमें सबसे पहले सविचार निदर्शन द्वारा सम्पूर्ण को किसी कुछ विशेष के आधार पर कई भागों में बाँट देते हैं। इनके उपरान्त दैव निदर्शन द्वारा प्रत्येक भाग में से कुछ पदों को चुन लिया जाता है।

उदाहरणार्थ यदि किसी कक्षा में २५ विद्यार्थी हैं और इनमें से न्यादर्श लेना है तो सबसे पहले सविचार निदर्शन द्वारा इन विद्यार्थियों को तीन श्रेणियों में विभक्त कर दिया जैसे प्रथम श्रेणी, द्वितीय श्रेणी व तृतीय श्रेणी। मान लिया कि प्रथम श्रेणी में ५ विद्यार्थी, द्वितीय में १० और तृतीय में १० हैं। अब दैव निदर्शन प्रणाली में प्रत्येक श्रेणी में से विद्यार्थी संख्या के अनुपात में चुन लिये जायेंगे अर्थात् प्रथम श्रेणी से १ विद्यार्थी, द्वितीय श्रेणी से २ और तृतीय श्रेणी से २ चुन लिये जायेंगे। इस प्रकार से चुने हुए पाँच विद्यार्थी कक्षा का अधिकतम प्रतिनिधित्व करेंगे।

**गुण (Merits) :**

इस रीति में दोनो प्रमुख रीतियों के गुण प्राप्त होते हैं। विशेषता यह है कि इस रीति से चुनाव अधिक विश्वसनीय होता है क्योंकि सम्पूर्ण के विभिन्न स्तरों का प्रतिनिधित्व हो जाता है। इस कारण से यह रीति प्रायः बहुत लोक प्रिय है।

**दोष (Demerits) :**

- (१) यदि वर्ग बनाने में त्रुटियाँ हो जायें तो इस प्रणाली द्वारा निहाले दूरे वल संतोषजनक नहीं होते हैं।
- (२) जब प्रकार के गुणों वाली इकाइयों के न चुने जाने पर भी संतोषजनक फल प्राप्त नहीं होते हैं।

**(६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)**

इस विधि के अनुसार अनुसंधानकर्ता को जो भी विधि सुविधानुसार मातृम पड़े उनके अनुसार न्यादर्श को चुनकर उनकी जाँच की जाती है। जैसे किसी

यूनिवर्सिटी के कॉमर्स के प्रोफेसरो मे से न्यादर्श लेने के लिये कालेजों के प्रास्पेक्टस का प्रयोग करना ।

**गुण (Merits) :**

यह विधि अत्यन्त आरामदायक है । इसमे समय, थम व व्यय की बहुत बचत होती है ।

**दोष (Demerits) :**

यह प्रणाली बहुत ही बुरी है इसके द्वारा निवाले हुये फल अविश्वसनीय होते हैं । इसका प्रयोग न्यादर्श निवाले के लिये नहीं किया जाता है ।

**(७) कोटा निदर्शन (Quota Sampling)**

यह प्रणाली यद्यपि मिश्रित प्रणाली की तरह है परन्तु फिर भी इसमें और मिश्रित प्रणाली मे एक बहुत बड़ा अन्तर है । मिश्रित प्रणाली मे इकाइयों के वर्ग करने के बाद अनुसंधानकर्ता स्वयं प्रत्येक वर्ग से आवश्यकतानुसार इकाइयाँ छाँटता है परन्तु इस प्रणाली मे इकाइयाँ छाँटने का काम गणकों पर छोड़ दिया जाता है । गणको को ऐसा करने के लिये अनुसंधानकर्ता द्वारा पर्याप्त सूचनायें दे दी जाती हैं ।

**गुण (Merits) :**

यदि गणक अपना काम ईमानदारी व बुद्धिमत्ता से करें तो यह प्रणाली उसी प्रकार संतोषजनक फल दे सकती है जैसे कि मिश्रित प्रणाली द्वारा दिये जाते हैं ।

**दोष (Demerits) :**

(१) गणको से उतनी ईमानदारी व सावधानी की माशा करना जितनी कि अनुसंधानकर्ता स्वयं दिखाता है, भूल है । अतः यह प्रणाली उतनी अच्छी नहीं है जितनी कि मिश्रित प्रणाली ।

(२) गणको से बहुधा पक्षपात हो जाता है जिसके फलस्वरूप विश्वसनीय सूचनायें प्राप्त नहीं होती हैं ।

**(८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय देव निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)**

इस विधि मे इकाइयों का चुनाव अथ विधियों की तरह एक बार न होकर कई बार विभिन्न स्तरों पर होता है, तथा इकाइयों का चुनाव क्षेत्रीय स्तर पर होता है । जैसे यदि किसी भी शहर की जनसंख्या के बारे मे यदि कोई ज्ञान प्राप्त करना हो तो सर्वप्रथम उस नगर को कुछ क्षेत्रों में विभाजित कर दिया जायेगा । क्षेत्रों में बाँटते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि क्षेत्र इस प्रकार बनाये जाय ताकि एक क्षेत्र मे लगभग एक ही प्रकार के लोग रहते हों । फिर इस प्रकार के प्रत्येक क्षेत्र से देव निदर्शन विधि के अनुसार एक गृह-समूह चुनना चाहिए । इस प्रकार के प्रत्येक गृह-समूह से कुछ गृहों को चुनना चाहिए । इन गृहों मे से कुछ व्यक्तियों को चुनकर उनकी

जांच करना चाहिए। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि इस विधि की दो प्रमुख विशेषतायें हैं —

(१) चुनाव कई स्तरों पर होता है।

(२) प्रत्येक स्तर पर चुनाव करते समय देव निदर्शन का प्रयोग किया जाता है।

### गुण (Merits)

(१) एक बड़े शहर के क्षेत्रीय स्तर पर जनसंख्या ज्ञात करने के लिए यह प्रणाली अत्यंत उपयुक्त है।

(२) इसमें प्रत्येक इकाई के चुने जाने की समान सम्भावना रहती है मत फल सतोषजनक रहते हैं।

(३) देव निदर्शन प्रणाली के सभी लाभ इनमें प्राप्त होते हैं।

### दोष (Demerits)

(१) क्षेत्रीय स्तर पर विभाजन करने की एक शर्त है कि विभिन्न क्षेत्रों में एक रूपता हो। यह शर्त बहुत कम पूरी होती है। मत क्षेत्रों का विभाजन जैसा इस विधि के अनुसार होना चाहिये वैसा नहीं हो पाता है।

(२) देव निदर्शन के सभी दोष इसमें भी हैं।

### Standard Questions

1 Distinguish between a census and a sample enquiry and discuss their comparative advantages (B Com Jaipur, 1953)

2 State and explain the Law of Statistical Regularity and the Law of Inertia of Large Numbers How do these laws help the investigator in his work (B Com Agra, 1950)

3 Discuss the importance of the methods of Random Sampling in an investigation extending over a wide area (B Com Agra, 1951)

4 What is Random sampling? How would you make use of this method in an economic survey of the newly created Rajasthan Union? (B Com Raj, 1950)

5 How far do the results of statistical investigations depend upon correct sampling? Compare the different methods used to secure representative data (B Com Agra, 1939)

6 Distinguish between a census and a sample inquiry and discuss briefly their comparative advantages Explain the conditions under which each of these methods may be used with advantage (B Com, Banaras, 1955)

7 Describe in detail how the Census Enquiry and the two kinds of Sample Enquiry are conducted? What are the problems peculiar to each one of them? Compare their relative merits (B Com Banaras, 1916)

8 Show the necessity of the use of Random Sampling in any expensive investigation How would you make use of the method

in carrying out an economic survey of the rural area of U P

(B Com Allahabad, 1935)

9 Briefly describe the random sampling and comment its use in social investigation

(M Com. Agra, 1945)

10 Distinguish between census and sampling enquiry and briefly discuss their comparative advantages Which of these methods, would you prefer for calculating the total wages of workers in a given industry

(M Com Agra, 1946)

11 Discuss the application of the theory of probability to statistics

(M A, Allahabad)

12 Explain the meaning and use of the Law of Statistical Regularity How is it effected by the number of items under investigation ?

(B Com, Lucknow)

13 What do you understand by sampling ? Explain the statement "a moderately large number of items chosen at random from a very large number of items should have the characteristics of the larger group"

(M S W, Lucknow)

14 Compare the advantages and disadvantages of the census method (complete enumeration) and the sample method of collecting statistics

(B Com Calcutta, 1937)

15 What is sampling and what are its uses ? Explain how would you design a sample survey to estimate the average size of holdings in a locality

(M A Agra, 1947)

16 How can the method of "Random Sampling" be used for estimating correctly the yield of wheat in the U P

(M A Agra, 1949)

17 Bring out clearly the difference between a census and sample enquiry and discuss briefly their comparative advantages State the difficulties which led the Government of India recently to undertake a village sample survey

(M A, Agra, 1954)

18 Random Sampling owes importance to the fact that we can assess the results obtained from it in terms of probability, otherwise the reliability of estimates remain a matter of individual opinion' Elucidate this statement

(M A Agra, 1956)

19 State and explain the law of statistical regularity Discuss the method generally used in sampling

(B Com Agra, 1940)

20 What is random sample ? Explain the difference between random sample and representative sample How would you apply the technique of random sampling in an enquiry into the working class family budgets

(M A Agra, 1946)

21 Describe briefly the various methods of sampling Explain, giving examples, their merits and demerits

(B Com Lucknow, 1955)

22 "In any sample survey there are many sources of error A perfect survey is a myth" Discuss this statement

(M A Agra, 1957)

23 State and explain the law of statistical regularity and the law of inertia of large numbers

(B Com. Agra, 1953)

## एकत्रित सामग्री का सम्पादन

(Editing of Collected Data)

गणकों द्वारा एकत्रित सामग्री बड़ी सम्पवस्थित रूप में रहती है और बहुत सावधानी रखने के उपरान्त भी संकलन में घनेक प्रगुडियाँ या जाने की समावना होती है। ये प्रगुडियाँ साधारणतः निम्न तीन कारणों से होती हैं :—

- (१) कुछ संग्रहकर्ता की प्रसावधानी के कारण।
- (२) कुछ संग्रहकर्ता की पक्षपात भावना के कारण।
- (३) और कुछ संग्रहकर्ता की बुद्धिमत्ता की कमी के कारण।

संग्रहीत प्रावियों की अवस्थित और उपयोग में लाने योग्य बनाने के लिए यह परमावश्यक है कि उनकी प्रगुडियों को ठीक किया जाव। अवस्थित प्रावियों की अवस्थित करने तथा प्रगुडियों के संशोधन के कार्य को सम्पादन कहते हैं।

सम्पादन में मुख्यतः निम्न कार्य होते हैं —

- (१) तमकों को कम से रचना—सबसे पहले एकत्रित प्रावियों को कम से उजावर रखना पड़ता है ताकि एव तो यह ठीक से पता रहे कि कौन सी सूचनायें कहीं हैं तथा कौन-कौन सी सूचनायें अभी प्राप्त नहीं हुई हैं। संग्रहकर्ता प्राप्त सूचनाओं को प्राप्त करने का प्रयत्न करता है।
- (२) त्रुटि की जाँच तथा संशोधन—तमकों को कम से रखने के उपरान्त संग्रहकर्ता यह देखता है कि सूचनायें लिखे जाी वाले प्रपत्र में त्रुटि (Errors) ठीक से किये गये हैं या नहीं। यदि कोई प्रगुडि प्रकट हो तो उसे ठीक करना चाहिए। प्रगुडियाँ करते समय निम्न प्रगुडियाँ हो जाती हैं —
  - (१) सूचना को उचित स्थान पर न लिखकर किसी अन्य स्थान पर लिख देना।
  - (२) प्रदा की टिप्पणी को न समझने के कारण उल्लेख उत्तर प्रगुडि लिख देना।
  - (३) उत्तर लिखने में प्रसावधानी या भूल हो जाना।

(४) योग में अनुद्विगो का हो जाना ।

(५) किसी प्रश्न का उत्तर ही न देना ।

(६) सूचना को अनुद्विगु दग से भर देना जैसे वर्ष के स्थान पर माह लिख देना । सग्रहकर्ता का यह कर्तव्य है कि वह इन अनुद्विगो को शुद्ध कर ले ।

(३) सकेत निश्चित करना—बहुत सी सूचनाओं को सकेत में व्यक्त किया जाता है । इससे सारणीयन में बहुत आसानी हो जाती है । सकेत प्रारम्भ में ही निश्चित कर लिये जाते हैं । उदाहरण के लिये मान लीजिये प्राप निश्चित व लिए व और अशिशित के लिये ख सकेत बना लेते हैं । इसमें सम्पादन कार्य में बड़ी सरलता हो जाती है । यह सकेत प्रत्येक प्रश्न पर लिख देने चाहिए ।

(४) न्यादर्श के विषय में जाँच—सग्रहकर्ता यह भी जाँच करता है कि पूर्ण निश्चिन्त योजना के अनुसार न्यादर्श लिया गया या नहीं । न्यादर्श में किसी प्रकार की अनुद्वि या भ्रमर्यासता तो न थी । यदि थी तो वह फिर से न्यादर्श लेकर शुद्धता की जाँच करेगा ।

(५) माप का एकक—माप का एक निश्चित व स्पष्ट एकक अनुसंधान के प्रादि से भिन्न तब प्रयोग किया गया है या नहीं । यदि नहीं तो समक विश्वसनीय नहीं कह जा सकते ।

(६) सूचना देने वाला ने प्रश्नों को ठीक तरह से समझ लिया या तथा वे उनके महत्व को समझते थे । यदि सग्रहकर्ता इस बात से संतुष्ट है तब तो ठीक भ्रमर्यास वह आँकड़े विश्वसनीय नहीं माने जा सकते ।

(७) शुद्धता का स्तर—सग्रहकर्ता यह देख लेगा कि शुद्धता का स्तर (Degree of Accuracy) तथा उपसादन (Approximation) का ढग पहले से जो निश्चित किया गया था उसे ठीक तरह से निभाया गया है या नहीं ? तथा वे समस्या के उपयुक्त हैं या नहीं ।

(८) सग्रहकर्ता ने पक्षपात की भावना रही है या नहीं । यदि रही है तो किस हद तक ।

सम्पादन कार्य में सग्रहकर्ता साधारणतः ये कार्य करता है और यथा सम्भव अनुद्विगो को ठीक करता है । यदि वह यह अनुभव करता है कि अनुद्विगो बहुत हैं तथा महत्वपूर्ण हैं तो वह नई योजना बनाकर नए सिरे से समक के सफलता का कार्य प्रारम्भ करता है । इसमें उसका यह प्रयत्न रहता है कि वे अनुद्विगो फिर न आजायें ।

**शुद्धता (Accuracy)**

पूर्ण शुद्धता (Perfect accuracy) का अर्थ यह होता है कि किसी वस्तु या घटना को ठीक उसी प्रकार प्रकट किया जाय जैसी वह है या सुनी या देखी गई है ।

सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना असम्भव है। कारण यह है कि सांख्यिकी में शुद्धता मनुष्य और उसके साधनों से प्राप्त की जाती है और ये दोनों अपरिणामित्व मनुष्य और उसके साधन अपूर्ण हैं। इसलिए सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता के माध्यमापन होता है, परन्तु भविष्य के परिणामों के बारे में केवल अनुमान लगाया जा सकता है और मापना भी जा सकता है। प्रवृत्तियों के विषय में अनुमान लगाए जा सकते हैं।

यह तो सच्चे अर्थों में शुद्धता यह है कि पूरे दशमलव अंकों तक मुख्य निष्कर्ष प्राप्त जाय। परन्तु सांख्यिकी में ऐसी शुद्धता अपेक्षित नहीं। साधारण रूप से शुद्धता काफी होती है। इसलिये पूर्ण शुद्धता प्राप्त करने का प्रयास व्यर्थ और व्यर्थपूर्ण होता है। सांख्यिकीय रीतियाँ जटिलताओं को सरल बनाती हैं। इसलिये उपसमापन (Approximation) का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है। वास्तव में इससे परिणामों में कोई उल्लेखनीय अन्तर नहीं पड़ता और व्यवस्था की महत्ता नहीं करती पड़ती। दूसरे, हमें किसी भी बात को समझने में सरलता हो जाती है।

हम इन विचार विमर्श के उपरान्त निम्न परिणामों पर पहुँचते हैं :—

- (१) सांख्यिकीय गणनाओं में पूर्ण शुद्धता संभव नहीं। इसका कारण यह है कि बहुत से गणन इस कार्य में लगे होते हैं और संग्रह की हुई सामग्री पर उनकी व्यक्तिगत प्रवृत्तियों व धारणाओं का प्रभाव पड़ता है और बहुत से अनिश्चित और अनिश्चित माप के एक प्रयोग में लाये जाते हैं।
- (२) पूर्ण शुद्धता के अभाव में निश्चित शुद्धता पर भरोसा करना पड़ता है।
- (३) भौतिक और सामाजिक विज्ञानों के सम्बन्ध में जाने वाले मामलों में जहाँ परिस्थितियाँ कुछ अंश तक गणना के अधिकांश में रहती हैं, उनमें भी अधिक शुद्धता होती है जबकि व्यवसाय व वाणिज्य सम्बन्धी मामलों के सम्बन्धों में जहाँ वास्तविक परिस्थितियों पर अनुमानप्राप्ति का कोई अधिकार नहीं होना अपेक्षाकृत कम शुद्धता होती है।
- (४) विज्ञानों के विचार के साथ शुद्धता के स्तर में भी विचार होता जाता है। इसलिये विवर्धनशील शुद्धता (Progressive accuracy) वैज्ञानिक और गणितीय सम्बन्धी विचार का उद्देश्य होता है।
- (५) इसलिये सर्वोत्तम ढंग यही है कि शुद्धता का एक स्तर निर्दिष्ट कर लिया जाय और उससे अनुमान परिणामों में संभव शुद्धता प्राप्त की जाय।

### शुद्धता का स्तर (Standard of Accuracy)

वास्तव में सांख्यिकी का संग्रहण करने में पूर्व ही शुद्धता का स्तर निर्दिष्ट कर लेना आवश्यक है। निम्न बातों को ध्यान में रखते हुये शुद्धता का स्तर निर्दिष्ट किया जाना चाहिये :—

- (क) अनुमान का उद्देश्य क्या है ?

(व) कितनी शुद्धता संभव है ?

(स) संग्रहण का कौन सा ढंग प्रयुक्त होगा ?

बुद्ध ऐसी समस्याएँ होती हैं जहाँ बहुत उच्च स्तर की शुद्धता से कोई विशेष फल नहीं निकलता और व्यर्थ में परेशानियाँ बढ़ जाती हैं तथा धन व समय का दुरुपयोग होता है जैसे प्रातः या देस की जनसंख्या सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित करने में ५० या १०० व्यक्तियों की घट-बढ़ कोई विशेष अर्थ नहीं रखता है। परन्तु यदि एक गाँव के लोगों की जनगणना की जाय तो उसमें ५० या १०० व्यक्तियों की घट-बढ़ हमारे परिणाम को दूषित कर देगा। जहाँ शुद्धता का स्तर निर्दिष्ट किया गया हो वहाँ यथासम्भव प्राप्त होने वाली शुद्धता को प्राप्त करने का प्रयत्न किया जाना चाहिये।

### उपसादन अथवा सन्निकटीकरण (Approximation)

उपसादन में बड़ी-बड़ी जटिल संख्याओं के स्थान पर निकटवर्ती पूर्णाङ्क संख्या रखकर उन्हें सक्षिप्त तथा सरल बनाया जाता है जिससे परिणाम में कोई विशेष अन्तर न पड़े और स्थिति को समझने में अधिक सरलता हो जाय। उपसादन के सम्बन्ध में निम्नलिखित महत्वपूर्ण तथ्य हैं :—

- (१) जब कभी किसी समस्या में उपसादन करना हो तो पहिले इकाई का सन्निकटीकरण करना चाहिए फिर दहाई का और फिर सैकड़ा का।
- (२) यदि संख्या दशमलव की है तो पहिले सवा भाग का सन्निकटीकरण करना चाहिये फिर दसवें भाग का।

#### उपसादन के उद्देश्य

(१) सांख्यिकी अनुमानों का विज्ञान है। यह बहुत कुछ अंशों में सत्य है। यह पीछे समझाया जा चुका है कि सांख्यिकीय रीतियों में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना अत्यन्त दुष्कर होता है तथा यदि अनेक परेशानियों के पश्चात् यदि पूर्ण शुद्धता प्राप्त भी की जाय तो कोई विशेष लाभ नहीं होता। अतः अनुसंधानकर्ता उपसादन का प्रयोग उचित समझते हैं।

(२) सांख्यिकीय रीतियों का एक उद्देश्य जटिलताओं व दुर्गताओं को सरल व स्पष्ट बनाना है और इन सब कारणों से उपसादन का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है।

#### लाभ :

उपसादन से निम्न लाभ होते हैं :—

(१) जटिल समस्याओं की सरलता—उपसादन से जटिल और बड़ी संख्याएँ सरल और सरलता से याद करने योग्य हो जाती हैं। जैसे १,६५,८७२ को याद करना



कठिन है परन्तु इसे यदि २ लाख बना में तो इसे व्यवहार में आना तथा याद करना दोनों सरल है।

(२) अवगणित की सरलता—उपसादन से अवगणित सम्बन्धी प्रियायें जैसे जोड़ना, घटाना, गुणा, वर्गमूल आदि सभी सरल हो जाता है।

(३) सुझना की सरलता—उपसादन में सुझना सरल हो जाती है क्योंकि संख्यायें छोटी व घासानी से समझने योग्य हो जाती हैं।

### उपसादन के प्रकार (Kinds of Approximation)

(१) संख्याओं की एकत्रित करने समय उपसादन (Approximation of Enumeration)—पूर्णाङ्कों की गणना तो पूर्ण जुड़ना के साथ हो सकती है जैसे किसी गाँव में पुष्टी की संख्या या किसी नगर में निवासियों की संख्या। परन्तु मात्र की इकाइयों की गणना में पूर्ण जुड़ना प्राप्त करना असम्भव कठिन है। कुछ न कुछ मात्रा में यहाँ अनुमान प्रयोज्य रहेगा। जैसे अनाज की तोल—इसे सेर, छटाक या तोलों तक तोला जाय या सेर या छटाक तक ही पूर्णाङ्क कर लिया जाय। अब यह विचार करके निश्चित करना होगा कि उपसादन किन संख्याओं तक किया जाय अर्थात् किन संख्याओं तक जुड़ना की निमाया जाय।

(२) विश्लेषण का उपसादन (Approximation of Analysis)—सामग्री के एकत्रित हो जाने पर भी उपसादन किया जाता है। वहाँ जिस सीमा तक उपसादन करना चाहिये यह अनुमान के उद्देश्य पर निर्भर करता है परन्तु अधिकतर ऐसा होता है कि एकत्रित संख्याओं का घासानी में समझने व सुझना करने के दृष्टिकोण से उपसादन कर लिया जाता है।

### उपसादन की रीतियाँ (Methods of Approximation)

उपसादन की निम्नलिखित रीतियाँ बहुत प्रयोज्य आती हैं :—

- (१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन ;
- (२) संख्या में कुछ घटाकर उपसादन ;
- (३) निश्चित पूर्णाङ्क तक उपसादन ;
- (४) गुमांक नियम द्वारा।

इनमें से प्रत्येक का वर्णन नीचे किया जाता है :—

(१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन (Approximation by adding figures)—एक नियम के अनुसार उपसादन की जाने वाली संख्या से प्रयोज्य पूर्णाङ्क संख्या को लिया जाता है। उपसादन इकाई, दहाई, गैरचा, हजार अर्थात् किसी बिन्दु तक हो सकता है। इस प्रकार उपसादन की हुई संख्या वास्तविक संख्या से उदैव बढ़ी होती है। मान लीजिये १८,७५,१५५.७ की उपसादन करना है तो यह निम्न प्रकार होना :—

निकटतम इकाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५६
दहाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३६०
सैकड़ा तक उपसादित मूल्य	१८,७५,४००
हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७६,०००
दस हजार तक मूल्य	१८,८०,०००
लाख तक उपसादित मूल्य	१९,००,०००
दस लाख तक उपसादित मूल्य	२०,००,०००

**प्राप्तिचिन्ता**—इस विधि में जितनी छोटी संख्या का उपसादन होगा प्रशुद्धि उतनी ही अधिक होगी। इसके विपरीत जितनी बड़ी संख्या का उपसादन किया जायेगा प्रशुद्धि उतनी ही कम होगी।

(२) संख्या में से कुछ घटाकर उपसादन (Approximation by discarding figures)—इस रीति के अनुसार संख्या को जिस स्थानीयमान तक रखना होता है—वहाँ तक तो रख लिया जाता है और शेष अंकों को छोड़ देते हैं। मान लीजिये १८,७५,३५५.७ को इस रीति से उपसादित करना है तो वह निम्न प्रकार से होगा :—

इकाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५५
दहाई तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३५०
सैकड़ा तक उपसादित मूल्य	१८,७५,३००
हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७५,०००
दस हजार तक उपसादित मूल्य	१८,७०,०००
लाख तक उपसादित मूल्य	१८,००,०००

**प्राप्तिचिन्ता**—इस विधि में जितनी छोटी संख्या का उपसादन किया जायगा प्रशुद्धि उतनी ही कम होगी। इसके विपरीत जितनी बड़ी संख्या का उपसादन किया जायगा प्रशुद्धि उतनी ही अधिक होगी।

(३) निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन (Approximation to the nearest round figure)—इस रीति के अनुसार पहले निम्न बातें निश्चित करनी पड़ती हैं :—

- (१) किस स्थानीय मान तक उपसादन करना है ?
- (२) जो अंक छोड़े जा रहे हैं वह अपने निकटतम पूर्णाङ्क अर्थात् भगली शून्य संख्या के आधे से अधिक है अथवा कम ?
- (३) यदि वे आधे से अधिक हो तो उन्हें भगले शून्य संख्या तक बढ़ाकर पूर्णाङ्क कर देते हैं। जैसे ५७० में ७० अपने भगले शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या अर्थात् १०० के आधे से अधिक है इसलिये उसे १०० मान कर ५७० को ६०० बना लेंगे।
- (४) यदि छोड़े जाने वाले अङ्क भगले शून्य पूर्णाङ्क संख्या के आधे से कम हैं तो उन्हें छोड़ दिया जायेगा जैसे यदि ५४० है तो ४० अपने भगले

शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या प्रयत् १०० के आधे से कम है तो इसे छोड़ देंगे और उपसादन संख्या ५०० होगी। यह प्रणाली अधिक वैज्ञानिक है क्योंकि पहली दो पद्धतियों में प्रयुक्तियाँ संचित होती जानी हैं और इस पद्धति में प्रयुक्तियाँ समकारी (Compensatory) होती हैं यर्थात् एक दूसरे की पूरक होती हैं।

**मालोचना—**इस विधि में जितनी छोटी या जितनी बड़ी सम्पत्तियों का उपसादन किया जायेगा प्रयुक्ति उतनी ही कम होगी, परन्तु यदि उपसादन की जाने वाली संख्याएँ न तो छोटी हैं न बड़ी बरु बीच की तो प्रयुक्त अधिक होगी।

### उपसादन की रीतियों का तुलनात्मक अध्ययन

प्रयुक्तता के दृष्टिकोण से उपसादन की विभिन्न रीतियों में निम्नांकित अंतर हैं :—

(१) 'संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन' व 'संख्या में कुछ घटाकर उपसादन' करने वाली विधियों में प्रयुक्तियों के बढ़ने की प्रवृत्ति होती है। जितनी अधिक संख्याओं का उपसादन किया जायेगा, प्रयुक्तियाँ उतनी ही बढ़ती आयेगी और जितनी कम संख्याओं का उपसादन किया जायेगा प्रयुक्तियाँ उतनी ही कम रहेंगी।

(२) उपर्युक्त विवरण से भिन्न नियम 'निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन' वाली रीति में लगता है। इस विधि में जितनी अधिक संख्याओं में उपसादन किया जायेगा प्रयुक्तियाँ उतनी कम होगी क्योंकि इस विधि में प्रयुक्तियों की प्रवृत्ति पूरक होती है।

उपर्युक्त विवरण नीचे दिये हुये उदाहरण में स्पष्ट हो जाता है :—

मूल संख्या	प्रथम विधि के अनुसार उपसादन	प्रयुक्ति	द्वितीय विधि के अनुसार उपसादन	प्रयुक्ति	तृतीय विधि के अनुसार उपसादन	प्रयुक्ति
५२७०	५३००	—३०	५२००	+७०	५३००	—३०
४३१०	४४००	—९०	४३००	+१०	४३००	+१०
३५२०	३६००	—८०	३५००	+२०	३५००	+२०
२३६०	२४००	—४०	२२००	+६०	२४००	—४०
२२२०	२३००	—८०	२२००	+२०	२२००	+२०
२५०५	२६००	—९५	२५००	+५	२५००	+५
योग २०,१८८	२०,६००	—४१२	२०,०००	+१८८	२०,२००	—११

## निष्कर्ष

(घ) प्रथम प्रणाली के अनुसार घनगुटि—४१२ है।

(ब) द्वितीय प्रणाली के अनुसार घनगुटि + १८८ है।

(स) तृतीय प्रणाली के अनुसार घनगुटि केवल — १२ है।

(३) उपर्युक्त निष्कर्षों से प्रकट है कि पहली विधि में घनगुटि सदैव शून्य में आती है और दूसरी विधि में घनगुटि सदैव धन में आती है। तीसरी विधि में कोई नियम धन व शून्य का नहीं है। घनगुटि धन में भी हो सकती है और शून्य में भी।

(४) युग्मक नियम द्वारा (Even Digit Rule)—यह नियम वहाँ लागू होता है जहाँ दशमलव के बाद दो या अधिक स्थानों तक संक हो और अन्तिम संक ५ हो। इस नियम के अनुसार यदि अन्तिम स्थान वाले संक से पहले वाले स्थान का संक अयुग्म (Odd) हो तो अन्तिम ५ को एक मान लिया जाता है परन्तु यदि वह युग्म (Even) हो तो छोड़ दिया जायेगा।

संख्या	उपसादन
१७.५५	१७.६
१७.४५	१७.४

## उपसादन के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण नियम

(१) यदि मूल संख्या का सरलता से संकलन किया जा सकता है तो उपसादन का प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि उपसादन में घनगुटि होने की सम्भावना रहती है चाहे जिस उपसादन विधि का प्रयोग क्यों न किया जाय।

(२) उपसादन करते समय यह अवश्य ध्यान में रखना चाहिये कि उपसादन से घनगुटियाँ होती हैं और जितने अधिक संकें तब उपसादन होगा उतनी ही अधिक घनगुटियाँ होगी।

(३) अधिक शुद्धता के लिये उपसादन को कम संकें तक करना चाहिये।

(४) उपसादन करते समय यह भी ध्यान में रखना चाहिये कि कहीं उपसादन से संकें का स्वभाव तो नहीं बदला जाता है यदि ऐसी सम्भावना हो तो उपसादन नहीं करना चाहिये।

(५) उपसादन करते समय यह अवश्य देख लेना चाहिये कि अनुमान धन में कितनी शुद्धता की आवश्यकता है।

## सांख्यिकीय विभ्रम (Statistical Error)

सांख्यिकी 'विभ्रम' (Error) शब्द से अभिप्राय 'घनगुटि' या 'त्रुटि' से नहीं है। यहाँ विभ्रम शब्द एक विशेष अर्थ में प्रयुक्त होता है। यदि किसी बात की ठीक-उसी प्रकार न बताया जाय जैसा कि वह वास्तव में है तो उसे विभ्रम कहेंगे। अधिक स्पष्ट शब्दों में सांख्यिकी में विभ्रम 'किसी पद के वास्तविक मूल्य (Actual Value) और अनुमानित मूल्य (Estimated Value) के अन्तर' को कहते हैं।

श्री बाटिंगटन ने स्पष्ट कहा है कि सांख्यिकीय विभ्रम की समुद्रि नहीं मानना चाहिये। वास्तव में समुद्रि और विभ्रम में निम्नांकित अन्तर है।

समुद्रि	विभ्रम
(१) समुद्रि जान बूझकर की जाती है।	(१) यह प्रायः जानबूझ कर नहीं की जाती है।
(२) सांख्यिकीय रीतियों की ठीक प्रकार प्रयोग न करने के कारण समुद्रियाँ हो जाया करती हैं।	(२) माप की प्रवृत्ति इनके लिये उत्तरदायी होती है।
(३) उन्हें प्रयत्न करने पर रोका जा सकता है।	(३) इसे रोका नहीं जा सकता है क्योंकि सांख्यिकी की प्रवृत्ति ही इस प्रकार की है।
(४) ये सांख्यिकीय अनुसंधान में किसी भी स्तर (Stage) पर हो सकती हैं।	(४) ये अधिकतर समस्याओं के एकत्रिन करने पर, विलेपण करने पर व निर्वचन करने पर होती हैं।

### विभ्रम के स्रोत (Sources of Errors)

विभ्रम के निम्न स्रोत हैं :—

- (१) मूल विभ्रम।
- (२) अन्वेषण विभ्रम।
- (३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम।
- (४) प्रवृत्ति विभ्रम।

(१) मूल विभ्रम (Errors of Origin)—इस प्रकार के विभ्रम प्रायः एकत्रिन करते समय हो जाते हैं। इनके बचने के लिये आवश्यक है कि प्रायः एकत्रिन करते समय पूरी सावधानी रखी जाय। ये विभ्रम निम्न कारणों से हो जाते हैं—

- (क) माप के एकक का ठीक न होना—यदि माप का एकक अनुसंधान के अनुसार नहीं है अर्थात् गणना के लिये जो एकक निर्धारित किया गया है वह अदृश्य है तो फल ठीक नहीं निकलेगा।
- (ख) उपपात की भावना होना—यदि गणकों में उपपात की भावना होगी तो गणना का फल सतोषजनक नहीं निकल सकता है।
- (ग) उपसादन का अत्यधिक उपयोग करना—यदि उपसादन का प्रयोग बहुत अधिक किया जाता है तो गणना ठीक नहीं होती है।
- (घ) प्रभावशील में दोष—प्रभावशील के ठीक न होने पर ठीक सूचना एकत्रिन नहीं की जा सकती है।

- (इ) ठीक सूचना का न मिलना—बहुधा यह देखा गया है कि श्राय, उभ्र तथा बीमारी आदि की सूचनायें सूचना देने वाले सही-सही नहीं देते हैं वे या तो उन्हें बढ़ाकर बताते हैं या घटाकर। फल यह होता है कि सांख्यिकी अनुसंधान गलत हो जाता है।
- (च) निदर्शन का दोष—यदि सूचना एकत्रित करने के लिये निदर्शन का प्रयोग किया गया है और निदर्शन में दोष है तो भी सही सूचना प्राप्त नहीं हो सकती है।
- (छ) गणना करने वालों का दोष—यदि गणना करने वाले लापरवाह हैं तथा पर्याप्त योग्यता नहीं रखते हैं तो ठीक सूचनायें प्राप्त नहीं होती हैं।
- (ज) अनुसंधान का विषय जटिल होने पर—अनुसंधान का विषय जब जटिल होता है, उस समय चाँकड़े ठीक प्रकार एकत्रित नहीं हो पाते हैं और विभ्रम की सम्भावना रहती है।

(२) अपर्याप्तता विभ्रम ( *Errors of Inadequacy* )—इस प्रकार के विभ्रम निदर्शन प्रणाली का प्रयोग करने पर उत्पन्न होते हैं। जब न्यायदाता (Sample) बहुत कम होता है तो वह सच्चे श्रियों में सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व नहीं कर पाता और इसलिये विभ्रम उत्पन्न हो जाता है। क्योंकि जब न्यायदर्श बहुत छोटा हो तो उनके आधार पर प्राप्त किया गया फल सम्पूर्ण के लिये लागू नहीं किया जा सकता। न्यायदर्श की मात्रा को उचित रूप से बढ़ा देने पर ऐसे विभ्रम कम हो जाते हैं। बोर्डिंगटन ने इस प्रकार के विभ्रम को बहुत ही सुन्दरता से प्रस्तुत किया है “दो सैनिक डाक्टरों में टाइफाइड में टीका लगाने की उपयोगिता पर वादविवाद चल रहा था। उनमें से पहले ने कहा कि उसके टीका लगाये हुए व्यक्तियों में से ५०% को टाइफाइड हो गया। परन्तु दूसरे डाक्टर की यह राय थी कि उसके टीका लगाये हुये व्यक्तियों में से  $\frac{1}{3}$  प्रतिशत व्यक्तियों को टाइफाइड हुआ। अतः में जाँच करने पर पता चला कि पहले डाक्टर ने केवल दो व्यक्तियों को टीका लगाया था और उनमें से एक को टाइफाइड हुआ था जबकि दूसरे डाक्टर ने लगभग १००० व्यक्तियों को टीका लगाया था।”

(३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम ( *Errors of Interpretation* )—सांख्यिकी की सब विधियों में ठीक व सही काम होने पर भी सही फल नहीं निकल सकते हैं यदि निष्कर्ष निकालने में असावधानी कर दी जाये। आकड़ों के आधार पर निर्वचन करना आसान काम नहीं है जो व्यक्ति सांख्यिकी की सीमाओं को बिना ध्यान में रखकर निर्वचन करते हैं उनमें त्रुटियाँ हो जाया करती है। निर्वचन करते समय किन-किन बातों को ध्यान में रखना चाहिये ताकि फल सही निकालें, इन बातों का वर्णन अन्य स्थान पर निर्वचन के साथ इसी पुस्तक में किया गया है।

(४) प्रहस्तन विभ्रम ( *Errors of Manipulation* )—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के उत्पन्न हो जाते हैं। ये विभ्रम सामग्री की

विवेचना करते समय उत्पन्न होते हैं। इनका कारण गणना करना, मापन करना, वर्गीकरण करना या उपसादन करना है। ये विभिन्न मुख्य निम्न कारणों से उत्पन्न होते हैं :—

- (१) आवश्यकता से अधिक उपसादन करने पर।
- (२) अनुचित भार प्रदान करने या जहाँ भार देने की आवश्यकता हो पर भार न दिये जाने पर।
- (३) गणना, मापन, वर्गीकरण आदि में कोई दोष होने पर।
- (४) गलत माध्य का प्रयोग करने पर—माध्य कई प्रकार के होते हैं प्रत्येक का भिन्न-भिन्न परिस्थितियों में प्रयोग होता है यदि उनके प्रयोग की दस्तावेजों का बिना ध्यान किये हुये माध्य निकाला गया होगा तो विवेचना ठीक नहीं हो सकती है।
- (५) प्रतिशत का गलत प्रयोग—जरा सी भी लापरवाही प्रतिशतों के प्रयोग में किये जाने पर गलत विवेचना होती है अतः प्रतिशतों का प्रयोग इनके प्रसंग को ध्यान में रखकर करना उचित है।
- (६) संख्याओं के उचित वर्ग न बनाना—यदि अनुसंधान के उद्देश्यों के अनुसार संख्याओं के वर्ग नहीं बनाये जाते हैं तो विवेचना गलत हो जाती है।

### विभिन्नों के प्रकार (Kinds of Errors)

विभिन्न निम्न प्रकारों के हो सकते हैं :—

- (१) धनात्मक विभिन्न।
- (२) ऋणात्मक विभिन्न।
- (३) अभिन्न विभिन्न।
- (४) अनभिन्न विभिन्न।

(१) धनात्मक विभिन्न (Positive Error)—जब किसी बात की बढ़ा-चढ़ाकर कहते हैं तो धनात्मक विभिन्न (Positive Error) होता है। अर्थात् जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से अधिक होता है तब धन विभिन्न होता है। मान लीजिये किसी व्यक्ति का वजन १ मन १५ सेर ८ छटाक है और उसे २६ मन बनाया जाता है तो यहाँ १ सेर ८ छटाक का धनात्मक विभिन्न (Positive Error) हुआ।

(२) ऋणात्मक विभिन्न (Negative Error)—जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से कम होता है तब ऋणात्मक विभिन्न होता है। मान लीजिये किसी व्यक्ति का वजन १ मन १५ सेर ८ छटाक है और उसे १ मन १५ सेर बनाया जाता है तो यहाँ २ सेर ८ छटाक का ऋणात्मक विभिन्न हुआ।

(३) अभिनत विभ्रम (Biased Error)—जो विभ्रम गणक, सग्रहकर्ता, प्रथवा सूचना देने वालों की पक्षपात भावना के कारण होते हैं या माप यन्त्रों के अशुद्ध होने के कारण होते हैं उन्हें अभिनत विभ्रम कहते हैं। इन विभ्रमों का प्रभाव एक ही दिशा में रहता है इसलिये इन्हें संचयी विभ्रम (Cumulative Error) भी कहते हैं। जैसे-जैसे नाप व तौल की मात्रा बढ़ती है, विभ्रम भी बढ़ता जाता है अर्थात् उसका प्रभाव बढ़ता रहता है। इसलिये यथासाध्य आँकड़ों को ऐसे विभ्रम के प्रभाव से बचाने का प्रयास किया जाना चाहिये। क्योंकि मात्रा के साथ-साथ ऐसे विभ्रम बढ़ते जायेंगे और फल अशुद्ध होगा। साधारणतः यह देखा गया है कि वृद्ध पुरुष अपनी छाया बढ़ाकर बताते हैं और युवा पुरुष कम करके बताते हैं। यह अभिनत विभ्रम का ही उदाहरण है। इसी प्रकार यदि कोई व्यापारी माल बेचते समय जान बूझकर ऐसे मन के घाट का प्रयोग करता है जो वजन में एक छटाँक कम है तो वह जिसनी बार तोलेगा कुल वजन में उतने ही छटाँक की कमी होनी जायेगी। १०० मन तोलने में १०० छटाँक की कमी हो जायेगी। अभिनत विभ्रम मुख्यतः निम्न कारणों से होते हैं :—

(अ) सूचना देने वालों का दोष—गणकों के पूरे प्रयत्न करने पर भी सूचना देने वाले अपने आँकड़े पक्षपात से देते हैं जैसे यदि लड़कियों से उनकी उम्र पूछी जाय तो वे सदैव अपनी उम्र असली उम्र से कम बतायेंगी। चूँकि यह आँकड़े जान बूझकर गलत दिये जाते हैं अतः यह अभिनत विभ्रम है।

(ब) एकक का दोष—जिस एकक का प्रयोग गणना के लिये किया जा रहा है वह निर्धारित एकक से कम या अधिक है तो भी भूल हो जायेगी। जैसे यदि अनाज तोलने वाला मन चालीस सेर के स्थान पर ३६ सेर १५ छटाँक का है तो जितना ही अधिक तोला जायेगा उतना ही भूल बढ़ती जायेगी।

(स) गणकों का दोष—गणक स्वयं आँकड़ों को एकत्रित करते समय पक्षपात करते हैं। वे अपने मित्रों या रिश्तेदारों को यदि सव्याधों के एकत्रित करने में लाभ पहुँचा सकते हैं तो ऐसा करने का प्रयत्न करते हैं। जैसे यदि कंट्रोल के दिनों में शककर बाँटने लिये प्रत्येक घर के व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने के लिये गणकों को नियुक्त किया जाय तो हो सकता है कि गणक अपने मित्रों के घरों के व्यक्तियों की संख्या अधिक लिख दें ताकि उनके मित्र अधिक शककर पा सकें। यह पक्षपात है और ऐसा करने में आँकड़े अशुद्ध हो जाते हैं। इसी को अभिनत विभ्रम कहते हैं।

(४) निदर्शन का दोष—यदि आँकड़े निदर्शन के आधार पर एकत्रित किये जाते हैं और निदर्शन दोषपूर्ण है तो भी अभिनत विभ्रम होगा।

(५) निर्वचन का दोष—निर्वचन करते समय निर्वचन कर्ता के स्वार्थी होने के कारण उसके द्वारा पक्षपात किया जा सकता है। इससे भी भूल हो जायेगी।

(६) अनभिनत विभ्रम (Unbiased Error)—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के कारण होते हैं। इनकी उत्पत्ति का कारण सग्रहकर्ता



की संभाव्यता होती है। ये गणना में स्वाभाविक रूप से उत्पन्न होते हैं। इस प्रकार के विभ्रमों का एक विशेष गुण यह है कि ये एक दूसरे को काटने की प्रवृत्ति रखते हैं। इसलिये इन्हें समकारी विभ्रम (Compensatory Error) भी कहते हैं। पदा की गणना या मापन की वृद्धि व साथ साथ यह विभ्रम कम होता जाता है और सम्पूर्ण पर इनका प्रभाव नगण्य हो जाता है। यदि सामग्री विस्तृत क्षेत्र में एकत्रित की जाय तो अनभिन्नत ऋण विभ्रम (Unbiased Negative Errors) अनभिन्नत धन विभ्रमों (Unbiased Positive Errors) के बराबर हो जायेंगे और प्रतिग परिणाम साथ के बहुत निकट होगा। बड़े पैमाने की जाँच में ऐसे विभ्रमों के लिये विशेष सावधान रहने की आवश्यकता नहीं है। उपसादन (Approximation) करते समय ये विभ्रमों का जान बूझकर प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिये यदि किसी लोहागर के पास मन का घाट टीका है परन्तु तोलने में प्रमादधानी हो जाती है तो कभी तो वह अधिक तोलेगा कभी कम। यदि लोहागर वह १०० बार तोलता है तो सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) के अनुसार पूरी सम्भावना है कि वह ३० बार अधिक तोलेगा और ३० बार कम और ४० बार विभ्रम समाप्त होते-होते बहुत कम रह जायेगा। यून और अधिक दोनों प्रकार की अनुमानियाँ रहने से जितना ही वह अधिक तोलेगा उतना ही कुल मिलाकर विभ्रम कम होगा क्योंकि धन व ऋण विभ्रम एक दूसरे को काटते चलेँगे। यह विभ्रम सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) पर आधारित है।

उदाहरण—

Name of Persons	Actual Age in years	Unbiased Estimate	Biased Estimate
A	60	63	63
B	62	60	65
C	67	65	68
D	71	70	74
Total	260	258	270
Error		-2	+10

### विभ्रम का मापन (Measurement of Error)

पहले ही कहा जा चुका है कि सांख्यिकी में विभ्रम वास्तविक मूल्य (Actual value) और अनुमानित मूल्य (Estimated value) के अंतर की प्रकट करता है। इस विभ्रम को निरपेक्ष रूप से (Absolutely) या सापेक्ष रूप से (Relatively) मापन करते हैं।

**निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)**—निरपेक्ष विभ्रम वास्तविक मूल्य व अनुमानित मूल्य का अन्तर होता है। यह घनात्मक या ऋणात्मक दोनों हो सकता है। उदाहरणार्थ यदि किसी व्यक्ति की वास्तविक मासिक आय ₹५० ह० है और अनुमानित आय ₹३५ ह० है तो निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) ₹१५ ह० हुआ।

$$\text{Absolute Error} = \text{Actual Value} - \text{Estimated Value}$$

सूत्र के रूप में हम इसे इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$\begin{array}{lll} \text{A. E.} & = & a - e \\ \text{Where A. E.} & \text{represents Absolute Error} & \\ a & \text{represents Actual Value} & \\ e & \text{represents Estimated Value} & \end{array}$$

यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से अधिक हो तो घनात्मक विभ्रम (Positive Error) होता है और यदि कम हो तो ऋणात्मक विभ्रम (Negative Error) होता है।

**सापेक्षिक विभ्रम (Relative Error)**—सापेक्षिक विभ्रम निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) का अनुमानित मूल्य (Estimated value) से अनुपात होता है। जैसे ऊपर के उदाहरण में सापेक्षिक विभ्रम  $\frac{15}{50} = 0.30$  हुआ।

$$\text{सापेक्षिक विभ्रम} = \frac{\text{निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)}}{\text{अनुमानित मूल्य (Estimated Value)}}$$

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$\text{R. E.} = \frac{a - e}{e}$$

Where R. E. represents Relative Error

$$\begin{array}{lll} a & \text{,,} & \text{Actual Value} \\ e & \text{,,} & \text{Estimated Value} \end{array}$$

यदि सापेक्षिक विभ्रम प्रतिशत में प्रकट करते हैं तो वह प्रतिशत विभ्रम कहलाता है।

#### Illustration 1.

The height of a tree is estimated as 25ft. While its actual height is 30ft. Find out the absolute and relative error.

**Solution 1.**

$$\begin{aligned} \text{Absolute Error} &= \text{Actual} - \text{Estimate} \\ &= 30 - 25 \\ &= 5 \text{ ft.} \end{aligned}$$

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Actual} - \text{Estimate}}{\text{Estimate}}$$

$$= \frac{30-25}{25}$$

$$= \frac{5}{25}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$= 2 \text{ or } 20 \text{ p. c.}$$

**Illustration 2.**

In which area the error is greater when the investigation of the four areas gave the following figures.

	A	B	C	D
Actual Value	40	50	100	200
Estimated Value	35	44	80	175

**Solution 2.**

Error	A	B	C	D
Absolute Error	40—35 = 5	50—44 = 6	100—80 = 20	200—175 = 25

Absolute error is greatest in D area

Error	A	B	C	D
Relative Error	$\frac{5}{35}$ = 14.3	$\frac{6}{44}$ = 13.6	$\frac{20}{80}$ = 25	$\frac{25}{175}$ = 14

Relative error is highest in C area

**Illustration 3**

Relative error is .25 while absolute error is 20, find out the Actual value ?

**Solution 3.**

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Absolute Error}}{\text{Estimate}}$$

$$.25 = \frac{20}{\text{Estimate}}$$

$$\begin{aligned}\text{Estimate} &= 20 - .25 \\ &= 80\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Actual Value} &= \text{Estimate} + \text{Absolute Error} \\ &= 80 + 20 \\ &= 100\end{aligned}$$

### सापेक्ष व निरपेक्ष विभ्रम का नापना

सापेक्ष तथा निरपेक्ष विभ्रम नापने की निम्नांकित दो विधियाँ हैं :—

(१) प्रो० वॉडिंगटन के अनुसार ।

(२) डा० वाउले के अनुसार ।

#### (१) प्रो० वॉडिंगटन के अनुसार

$$\text{Total Absolute Error} = \text{Average Absolute Error} \times \text{Number of units considered}$$

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Average Absolute Error} \times \sqrt{N}}{\text{Estimated Value}}$$

#### Illustration 4

It is estimated that there is a mistake of 4 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 100 units is 40. Find out the Total Absolute Error and Relative Error.

**Solution 4.**

$$\begin{aligned}\text{Total Absolute Error} &= A E \sqrt{N} \\ &= 4 \times \sqrt{100} \\ &= 4 \times 10 \text{ or } 40\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Relative Error} &= \frac{A E \times \sqrt{N}}{\text{Estimate}} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{100}}{40} \\ &= \frac{4 \times 10}{40} \\ &= 1\end{aligned}$$

#### (२) डा० वाउले के अनुसार

$$\text{Total Absolute Error} = \frac{2}{3} \times \frac{A E}{\sqrt{N}}$$

#### Illustration 5.

It is estimated that there is a mistake of 10 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 200 units. Find out the Absolute Error ?

**Solution :-**

$$\begin{aligned}\text{Absolute Error} &= \frac{2}{3} \times \frac{AI}{\sqrt{N}} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{10}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{10}{10} \\ &= \frac{2}{3} \times 1 \\ &= 666\end{aligned}$$

प्रतिशत विध्रम (Percent of Error) निम्न सूत्र से निकालेंगे—

$$P.E. = R.E. \times 100$$

ऊपर के उदाहरण में प्रतिशत विध्रम (Percentage Error)

$$= 47 \times 100 \text{ हुआ}$$

$$= 47 \text{ हुआ}$$

**संपादित सामग्री का सम्पादन (Editing of Secondary Data)**

संपादित सामग्री को प्रयोग करने से पूर्व उनकी अच्छी तरह से देखभाल कर लेनी चाहिये और पहले के उपरहकर्ता द्वारा की गई मसुद्धि का सुध कर लेना चाहिये। यथासमय मसुद्धि को समाप्त करके आँकड़ों को अपने कार्य योग्य बना लेना आवश्यक है। संपादित सामग्री का सुधार कर के सम्पादन करने के लिये निम्न बातों पर उचित ध्यान देना चाहिये —

- (१) स्रह करने के उद्गम (Sources of Collection), (२) मापन व विश्लेषण के प्रमुक्त एकक (Units used for measurement and analysis)
- (३) प्रारम्भिक अनुसधान का उद्देश्य (Aims of original enquiry), (४) सुद्धता की माद्दा (Degree of accuracy), (५) अनुसधान का समय (Time of inquiry)
- (६) प्रारम्भिक अनुसधानकर्त्ताओं की योग्यता और ईमानदारी।

**Standard Questions**

- 1 Write a note on the necessity of editing primary and secondary data before analysing them
- 2 (a) Discuss the main sources of errors in Statistics and their effects  
(b) State the various methods of approximation and their utility in Statistics (Agra, B Com, 1940)
- 3 In what way does a statistical error differ from a mistake? What classes of errors are there and how may they be measured? (Allahabad, B Com, 1913, & 1919)

- 4 Distinguish between—(a) Absolute and Relative errors and (b) Biased and Unbiased errors. Discuss the effects of these errors, and explain the steps that are taken to meet the effects.  
(Agra, B Com, 1938)
  - 5 Mention the advantages of approximation in statistics. What degree of accuracy is required in each statistical investigation?  
(Raj, M Com, 1951)
  - 6 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation?  
(Agra B Com, 1949)
  - 7 'In any sample survey there are many sources of errors. A perfect survey is a myth.' Discuss the statement.  
(Agra M A 1957)
  - 8 Discuss the standard of accuracy required in statistical calculation. To what extent should approximation be used?  
(Agra, M A, 1949)
  - 9 Discuss the various types of errors likely to creep into statistical investigations and suggest how to avoid or correct them.  
(Agra, B Com, 1949)
  - 10 'Of the Biased Errors the statistician should have none, but the unbiased was the more the merrier, notwithstanding that they are also errors.'—Elucidate.  
(Alld, B Com, 1947)
  - 11 Mention the kinds of errors likely to occur in the collection and interpretation of statistical data. What precautions would you take to avoid or minimise them?  
(Alld, M A, 1950)
  - 12 What are the different kinds of statistical errors? How are they measured?  
(Agra, B Com 1953)
  - 13 What is a Statistical Error? How does it differ from a Mistake? How would you measure it?  
(Alld B Com, 1955)
  - 14 Discuss the main sources of errors in statistics. What classes of errors are known to you. How would you measure them?  
(Agra, B Com, 1959)
  - 15 What is meant by statistical errors? How are they measured and what is their significance in statistical analysis?  
(B Com, Alld 1958)
-

## समंकों का वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation of Data)

समग्र दिये हुए चीजों में प्रायः बहुत बड़ी शक्ति मिलती है तथा प्रारम्भ में वे बहुत अव्यवस्थित दशा में होते हैं। इनमें से जन सामान्य के लिए बहुत जटिल होते हैं। उन्हें देखकर कोई विशेष बात नहीं जानी जा सकती है। उन चीजों को कुछ ऐसे व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत किया जाता आवश्यक है कि वे सरल व समझ में आ सकें तथा उनकी विशेषता सरलता से समझी जा सके। अतः सरलित सामग्री को सर्वोपरि करने एवं सरल व समझ में योग्य बनाने के लिये उससे वर्गीकरण की आवश्यकता होती है। वर्गीकरण में विशेष ध्यान इस बात पर दिया जाता है कि एकत्रित सांख्यिकीय सामग्री के विस्तार को मात्रा को इस प्रकार संक्षिप्त किया जाय कि उससे मुख्य तथ्य स्पष्ट दिखाई दें। अर्थात् चीजों को किसी गुण के आधार पर समान व असमान को अलग अलग कर बाँट दिया जाय। प्रायः ऐसा देखा जाता है कि कुछ चीजों में कुछ बातों पर समानता होती है। उदाहरण के लिये किसी नगर की जन संख्या में कुछ पुरुष, कुछ स्त्रियाँ, युवक, युवतियाँ, बच्चे तथा पञ्चिवर्षी हैं। इनकी पुरुष व स्त्री दो वर्गों में सरलता से बाँटा जा सकता है। फिर आयु या शिक्षा या अन्य किसी गुण के आधार पर इनको और भी उप विभागों में बाँटा जा सकता है। इस प्रकार वर्गीकरण द्वारा चीजों के व्यवस्थित विशाल ढेर को एक व्यवस्थित रूप दिया जाता है ताकि भविष्य का कार्य सरल हो जाय।

‘वर्गीकरण चीजों को (पदार्थ या भावार्थ के रूप में) समानता तथा सादृश्यता के आधार पर वर्गों या विभागों में समानुसार रखने की क्रिया है और यह व्यक्तिगत पदों की विभिन्नता के बीच उनके गुणों की एकता को व्यक्त करता है।’

—कोनर

1. Classification is the process of arranging things (estimated actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist among a diversity of individuals.

—Connor

## वर्गीकरण के मुख्य लक्षण (Main Features of Classification)

- (१) वर्गीकरण के श्रेणियों को विभिन्न वर्गों में विभाजित किया जाता है।
- (२) यह विभाजन किसी गुण के आधार पर होता है।
- (३) यह विभाजन यथार्थ रूप में या भावात्मक रूप में होता है।
- (४) यह पदों की विभिन्नता के बीच भी उनकी एकता को स्पष्ट करता है।

## वर्गीकरण के उद्देश्य (Objects of Classification)

वर्गीकरण के निम्न उद्देश्य होते हैं —

(१) श्रेणियों की समानता व असमानता का प्रकट होना—इससे श्रेणियों की समानता या असमानता प्रकट होती है क्योंकि समान गुण वाले श्रेणियों को एक साथ रखा जाता है। जैसे—उत्तीर्ण विद्यार्थी व अनुत्तीर्ण विद्यार्थी।

(२) समझने में सरलता—वर्गीकरण हो जाने से श्रेणियों को समझने में सरलता हो जाती है। मानसिक थम कम करना पड़ता है। जैसे किसी विद्यालय के विद्यार्थियों को यदि एक साथ ही बताया जाय तो यह जटिल है और यदि उन्हें कक्षा के अनुसार बाँट कर बताया जाय तो यह सरल व स्पष्ट है।

(३) तुलना में सहायक—यह श्रेणियों की तुलना तथा अनुमान निकालने योग्य बनाती है। अस्त-व्यस्त श्रेणियों को तुलना योग्य बन पाते हैं जब समान व असमान को मलग-मलग बाँट लिया जाय।

(४) उपयोगिता बढ़ाना—इसकी सहायता से एकत्रित श्रेणियों, जो एक जन-साधारण के लिये किसी काम के नहीं हैं, काम के योग्य हो जाते हैं। वह उन्हें समझने में तथा उनका प्रयोग करने में सफल हो जाता है।

(५) वैज्ञानिक प्रवृत्ति निर्दिष्ट करना—इसकी सहायता से श्रेणियों की मौलिक विशेषताओं के अनुसार उनका उचित और वैज्ञानिक प्रवृत्ति निर्दिष्ट किया जाता है और इन प्रकार उन्हें अधिक सरल, स्पष्ट व बोधगम्य बनाया जाता है।

(६) एकता प्रकट करना—वर्गीकरण एकत्रित पदों की भिन्नता में एकता को प्रकट करता है।

## अच्छे प्रकार के वर्गीकरण के मुख्य गुण (Chief Characteristics of a Good Classification)

एक अच्छे प्रकार के वर्गीकरण में निम्न गुण होने चाहिये :—

(१) सजातीयता—किसी वर्ग विशेष के प्रत्येक पद उस गुण के अनुसार होने चाहिये जिसके आधार पर वर्गीकरण किया जा रहा है।

(२) अस्पष्टता—वर्गों की योजना स्पष्ट, सरल परन्तु निर्दिष्ट होनी चाहिये ताकि प्रत्येक वर्ग में कुछ विशेषता हो। कोई पद किस वर्ग में रखा जाय इस विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश नहीं होनी चाहिये।



(३) आधार की समानता—वर्गीकरण के आधार में यदि से अधिक समानता रहनी आवश्यक है। यदि आधार में परिवर्तन हुआ तो वर्गीकरण असुब हो जायगा और परिणाम भ्रामक होंगे।

(४) उद्देश्य के अनुसार—वर्गीकरण का एक अनुग धान के उद्देश्य की सम्मुख रहकर हो निश्चित किया जाना चाहिए। वर्ग अनुग धान के उद्देश्य के अनुसार ही बनाय जाने चाहिए। यदि दो लोगों के लोका की व्यक्तिगतता की तुलना करनी है तो वही के लोका की आयु के अनुसार वर्गीकरण उचित नहीं माना जायगा। यह वर्गीकरण भ्रामकी के आधार पर ठीक रहेगा।

(५) प्रत्येक पद का समावेश—यह आवश्यक है कि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित हो। यदि कुछ पद हट जाते हैं तो इसका अर्थ यह होगा कि वे हटने के प्रकार से नहीं बनाय गये हैं।

(६) लचीलापन—यह भी बनाय जाने चाहिए कि उनमें उचित मात्रा का लोच हो। आवश्यकतानुसार उनमें परिवर्तन करके बढ़ाव बढ़ाव किया जा सके।

### वर्गीकरण की रीतियाँ (Methods of Classification)

मौलिक के वर्गीकरण की प्रमुख रीतियाँ निम्न हैं —

(क) गुणात्मक वर्गीकरण (Classification according to qualities or attributes)

(ख) वर्गान्तरो के अनुसार वर्गीकरण (Classification according to class interval)

(ग) गुणात्मक वर्गीकरण (Classification According to Attributes)

इस प्रकार के वर्गीकरण में वर्गों का निर्माण पदों के गुणों के आधार पर होता है। यहाँ पर मोहरी ने गुणों की प्रधानता दी जाती है। किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के आधार पर विभाजित किया जाता है। गुण प्रत्येक प्रकार के हो सकते हैं जैसे—जाति, धर्म, ऊँचाई, वस्त्र आदि।

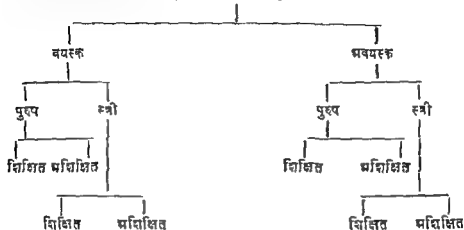
इस प्रकार का वर्गीकरण भी दो प्रकार का हो सकता है —

(अ) द्वि-भागन वर्गीकरण (Classification According to Dichotomy)—इसे साधारण वर्गीकरण (Simple Classification) भी कहते हैं। इस प्रकार के वर्गीकरण में किसी भी किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के अनुसार दो वर्गों में बाँटते हैं। जैसे विधिव, अविधिव, पुरुष, स्त्री, स्वस्थ, अस्वस्थ इत्यादि।

(ब) बहुगुण वर्गीकरण (Manifold Classification)—-बहुगुण वर्गीकरण में एक से अधिक गुणों के आधार पर वर्गीकरण किया जाता है। यहाँ एक गुण के आधार पर धनात्मक (Positive) व ऋणात्मक (Negative) वर्गीकरण करके

फिर किसी अन्य गुण के आधार पर उन्हें उपवर्गों में पुनः विभाजित कर दिया जाता है और इस प्रकार विभाजन का क्रम किसी और गुण के आधार पर भागे भी हो सकता है। उदाहरणार्थ :

### किसी स्थान की जनसंख्या



### सावधानियाँ (Precautions)

इस प्रकार का वर्गीकरण करना सरल है। परन्तु निम्न सावधानियाँ रखना वाछनीय है :—

(१) आधार का स्पष्ट होना—गुण की उपस्थिति अथवा अनुपस्थिति का आधार स्पष्ट रूप से निश्चित होना चाहिये जैसे यदि वयस्क और भवयस्क दो वर्गों में बाँटना है तो यह निश्चित होना चाहिये कि किस आयु तक भवयस्क माना जायेगा।

(२) परिवर्तनों का ध्यान रखना—एकत्रित आँकड़ों में परिवर्तन होता रहता है जैसे—अशिक्षित शिक्षित हो जाते हैं। इसका ध्यान रखना बहुत आवश्यक है।

### वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण

#### (Classification According to Class Intervals)

इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ों के अंकात्मक लक्षणों के आधार पर वर्ग बनाये जाते हैं। अंकों के अनुसार कई संभव वर्ग बना लिये जाते हैं और पदों को उनके अंकात्मक लक्षण के अनुसार प्रत्येक-प्रत्येक वर्गों में बाँट लेते हैं। यदि हम किसी मिल के मजदूरों को मासिक मजदूरी के अनुसार पाँच या सात भागों में विभाजित कर दें तो यह वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण होगा। जैसे :—

० से लेकर	१० रु०
१०	२० "
२०	३० "
३०	४० "
४०	५० "

इस प्रकार के वर्गीकरण में निम्न विधेय शब्दों या शब्द समूहों का प्रयोग होता है :—

(क) वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)—जिन दो सीमाओं के अन्तर्गत वर्ग बनाते हैं उन्हें वर्ग सीमायें कहते हैं। पहली सीमा को निम्न सीमा (Lower Limit) तथा दूसरी सीमा को उच्च सीमा (Higher Limit or Upper Limit) कहते हैं। ऊपर के उदाहरण में पहले वर्ग में निम्न सीमा शून्य और उच्च सीमा १० है :—

कभी-कभी वर्ग की सीमायें अनिश्चित सी रहती हैं। इन्हें विवर्तमुक्ती सारिणी या खुले सिरीयें वाली सारिणी (Open-end Table) कहते हैं। यहाँ प्रथम व अन्तिम वर्ग की सीमाओं को निर्धारित करना कठिन प्रतीत होता है। ऐसे वर्गों का मध्य बिन्दु (Mid point) प्राप्त वाले मध्य वर्गों के वर्गान्तर की ही मानकर निकालते हैं। उदाहरण

#### Marks in Economics

Below	10
10	20
20	30
30	40
40	Above

यहाँ पहले वर्ग का मध्य बिन्दु ५ और अन्तिम वर्ग का मध्य बिन्दु ४५ होगा। वर्गीकरण में ऐसे वर्गों का प्रयोग ठीक नहीं माना जाता क्योंकि इनसे अनिश्चितता व अन्धेह उत्पन्न होता है।

(ख) वर्ग विस्तार (Class-interval or Magnitude)—बिस्ती वर्ग की उच्च सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के अन्तर को वर्ग विस्तार कहते हैं। ऊपर के उदाहरण में  $१० - ० = १०$  वर्ग विस्तार है।

(ग) मध्य मूल्य (Mid Value)—बिस्ती वर्ग की सीमाओं के मध्य बिन्दु को मध्य मूल्य कहा जाता है। इसे प्राप्त करने के लिये वर्ग की उच्च सीमा व निम्न सीमा दोनों को जोड़कर भाषा कर देते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण में पहले वर्ग का मध्य मूल्य =  $\frac{० + १०}{२} = ५$  होना। इसी प्रकार दूसरे वर्ग का मध्य मूल्य  $\frac{१० + २०}{२} = १५$  होना।

मध्य-मूल्य पूर्णार्क करने का प्रयत्न करना

(१) जब वर्ग की सीमायें पूर्णार्क होती हैं और वर्गान्तर सम रहता है तो मध्य मूल्य पूर्णार्क आता है। ऐसा होने से गणित की क्रियाओं में सरलता रहती है।

वर्ग की सीमायें	माध्य मूल्य (Mid Value)
४—८	६
८—१६	१२
१६—२४	२०

(२) यदि वर्गान्तर विषम हो तो माध्य की पूर्णांक साने के लिये वर्ग की ग्युनतम व अधिकतम सीमायें ५ की सहायता से बनानी चाहिये । जैसे :—

वर्ग की सीमायें	माध्य मूल्य
५—१५.५	५
१५.५—३०.५	२३
३०.५—४५.५	३८

(घ) वर्ग आवृत्ति (Class Frequency)—वर्ग बना लेने के उपरान्त यह जानना आवश्यक होता है कि उस समूह या समग्र में से कितने पद किसी वर्ग विशेष में आते हैं इन पदों या अवलोकनों (Observations) की संख्या उस वर्ग की आवृत्ति या बारंबारता (Frequency) कहलाती है । ऊपर के उदाहरण में मान लीजिये कि दो ऐसे मजदूर हैं जिनकी मासिक मजदूरी ० व १० रु० व दीव है तो ०—१० वर्ग की आवृत्ति २ होगी । इसी प्रकार यदि उस मिन में कुल मजदूरों की संख्या ४० है तो इस प्रकार का वर्गीकरण हो सकता है :—

मासिक मजदूरी रुपये में	मजदूरों की संख्या
०—१०	२
१०—२०	३
२०—३०	१०
३०—४०	१४
४०—५०	११
	योग ४०

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण दो प्रकार में हो सकता है :—

- ✓(१) अपवर्ती विधि (Exclusive Method)
- ✓(२) समावेसी विधि (Inclusive Method)।

**अपवर्जो विधि (Exclusive Method)**—ऊपर का उदाहरण जैसे ०-१०, १०-२०, इती विधि का उदाहरण है। इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले वर्ग की उच्च सीमा (Upper limit) तथा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा (Lower limit) समान है। इसलिये यह ध्यान होनी है कि १० की किस वर्ग में रखना जाय। पहले में या दूसरे में ? इस विषय में यह नियम है कि इस विधि में किसी वर्ग की उच्च सीमा को इस वर्ग के सम्मिलित नहीं सम्मिलित किया जाता बल्कि उससे दाढ़ वाले वर्ग में सम्मिलित किया जाता है। इस नियम के अनुसार ०-१० वर्ग में या १० दूसरे वर्ग १०-२० में सम्मिलित किया जायेगा।

**समावेशी विधि (Inclusive Method)**—इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले की भाँति एक वर्ग की उच्च सीमा व दूसरे वर्ग की निम्न सीमा समान नहीं होती। इस प्रकार के वर्गीकरण में निम्न सीमा व उच्च सीमा दोनों को उसी वर्ग में सम्मिलित कर लिया जाता है। इस प्रकार के वर्गीकरण में पक्ष को दूर रखने के लिये पहले वर्ग की उच्च सीमा को दूसरे वर्ग की निम्न-सीमा में १ कम कर दिया जाता है। जैसे

मजदूरी रुपये में

०—६

१०—१६

२०—२६

३०—३६

४०—४६

गामा पत वर्गों की आवृत्ति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। लेकिन कभी कभी कुछ कठिनाइयों उत्पन्न हो जाती हैं। जैसे यदि मूल्य वर्गों के मध्य में पड़े तो उसे कहीं सामिला किया जाय ? उदाहरण के लिये मान लीजिये ऊपर के उदाहरण में कोई ऐसा मजदूर है जिसकी मासिक मजदूरी ६ रुपये में अधिक और १० रुपये में कम है। अब प्रश्न यह उत्पन्न है कि इसे पहले वर्ग में रखें या दूसरे में ? वास्तविकता यह है कि यह दोनों वर्गों में से किसी भी वर्ग में सम्मिलित नहीं किया जा सकता। ऐसी स्थिति में यह प्रणाली ठीक नहीं रहती है। अतः ऐसी स्थिति में इस विधि को अपवर्जो विधि में बदल लेना चाहिये, जो कि इस प्रकार किया जा सकता है —

०—६.५

६.५—१६.५

१६.५—२६.५

२६.५—३६.५

३६.५—४६.५

## संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency)

कोई भी पद किसी समूह में जितनी बार मिलता है वही उस पद की आवृत्ति कहलाती है। कभी-कभी वर्गों की आवृत्ति घटत-घटत न देकर उन्हें संचयी रूप में प्रस्तुत किया जाता है। ऐसी दशा में वर्ग की दोनों सीमाएँ नहीं दी जाती हैं। यह दो प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है जैसे उच्च सीमा को लिखकर 'से कम' लिख देते हैं। इस प्रकार हर वर्ग की उच्च-सीमा को लिखते हैं। जैसे मान लीजिये किसी कक्षा में बीस विद्यार्थियों ने परीक्षा दी और ५० अंकों में से उनके एक निम्न हैं :—

५, १६, १७, १७, २१, २१, २२, २२, २२, २५, २५, २६, २६, ३१,  
३१, ३१, ३४, ३५, ४२, ४५

एकवर्ती रीति (Exclusive Method) से इसका वर्गीकरण दस के वर्ग विस्तार के अनुसार निम्न ढंग से हो सकता है :—

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
०—१०	१
१०—२०	३
२०—३०	६
३०—४०	५
४०—५०	२

इसको ऊपर बताये गये संचयी आवृत्ति के ढंग से प्रस्तुत करेंगे तो निम्न प्रकार से होगा :—

	विद्यार्थियों की संख्या
१० से कम	१
२० " "	४
३० " "	१३
४० " "	१९
५० " "	२०

संचयी आवृत्ति की प्रस्तुत करने की एक दूसरी भी रीति है। यहाँ प्रत्येक वर्ग की निम्न-सीमा को लिखकर 'से अधिक' शब्द जोड़ते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण में :—

	विद्यार्थियों की संख्या
० से अधिक	२०
१० " "	१९
२० " "	१६
३० " "	१३
४० " "	२

वर्ग प्रावृत्ति निबालने के लिये संघयी प्रावृत्ति में से पहले या पीछे वाली संघयी प्रावृत्ति को घटाते हैं।

**वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण की समस्याएँ (Problems in Classification According to Class-intervals)**

वर्गान्तरों के अनुसार प्राँचों का वर्गीकरण करते समय कुछ समस्याएँ उत्पन्न होती हैं। यहाँ हम उन पर विचार करेंगे और यह निश्चित करेंगे कि उनका समाधान किस प्रकार हो ? वर्गीकरण करते समय निम्न बातें ध्यान में रखनी चाहिये।

(१) वर्गान्तरों की संख्या (Number of Class-intervals)—सबसे पहले यह प्रश्न उठता है कि कितने वर्गों में प्राँचों को विभाजित किया जाय। वर्ग एक भी बनाया जा सकता है और कई भी। यो तो इस विषय में कोई निर्णायक रूप नहीं दी जा सकती है परन्तु यह कहा जा सकता है कि वर्गों की संख्या न तो बहुत अधिक हो और न बहुत कम। यह इतनी होनी चाहिये कि प्राँचों का वितरण ठीक प्रकार से हो जाय और उनके वितरण की विशेषताएँ स्पष्ट रूप से प्रकट हो जाय। बहुत कम वर्ग बनाने से प्रावृत्तियों का संघय हो जायेगा और उनकी विशेषताओं का वितरण स्पष्ट नहीं हो पायेगा। इसी प्रकार यदि वर्ग बहुत अधिक बन जायेंगे तो अनावश्यक परिधम करना पड़ेगा और प्राँचों के सशितीकरण का कार्य कठिन हो जायेगा।

(२) वर्गान्तरों का विस्तार (Magnitude of Class-intervals)—वर्गों की संख्या निश्चित करने के बाद वर्गों का विस्तार निश्चित किया जाता है। इन विषय में सबसे महत्वपूर्ण बात यह है कि सभी वर्गों का अन्तर समान होना चाहिये। ऐसा न होने से कठिनाई होती है और गूनों का प्रयोग करना असंभव हो जाता है। वर्गान्तर निश्चित करने के लिये प्रायः सबसे अधिक मूल्य में से सबसे कम मूल्य को घटाकर वर्गों की संख्या से भाग दे देने पर वर्गान्तर प्राप्त हो जाता है। गूत्र निम्न होगा :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{सबसे बड़ा मूल्य} - \text{सबसे छोटा मूल्य}}{\text{वर्गों की संख्या}}$$

उदाहरणार्थ मान लीजिये किसी बच्चा के विद्यापिथों की आयु १५ से लेकर २५ वर्ष तक है। इसे हम ५ वर्गों में बाँटना चाहते हैं तो वर्ग विस्तार ऊपर के सूत्र

$$\text{के अनुसार } \frac{२५ - १५}{५} = \frac{१०}{५} = २ \text{ होगा अर्थात् वर्ग निम्न प्रकार से बनेंगे :—}$$

१५—१७ वर्षों में  
१७—१९  
१९—२१  
२१—२३  
२३—२५

## वर्गों का विस्तार और प्रो० एच० ए० स्टर्जेंज के विचार

प्रो० एच० ए० स्टर्जेंज का विचार है कि वर्ग विस्तार नीचे लिखी हुई विधि से निकालना चाहिये। यदि इस विधि के अनुसार निकाली हुई संख्या पूर्णाङ्क न हो तो उपसादन (Approximation) की उचित विधि द्वारा इसे पूर्णाङ्क कर लेना चाहिये :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य} - \text{इकाइयों का सबसे छोटा मूल्य}}{1 + 3.322 \times \text{Log इकाइयों की कुल संख्या}}$$

$$i = \frac{\text{Range}}{1 + 3.322 \text{ Log } N}$$

उदाहरण—यदि इकाइयों की संख्या ३०० है और इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य १०० व सबसे छोटा मूल्य २० है तो वर्ग विस्तार निकालिये।

हल—

$$\begin{aligned} i &= \frac{\text{Range}}{1 + 3.322 \text{ Log } N} \\ &= \frac{100 - 20}{1 + 3.322 \text{ Log } 300} \\ &= \frac{80}{1 + 3.322 \times 2.4771} \\ &= \frac{80}{1 + 8.32} \\ &= \frac{80}{9.32} = 8.66 \end{aligned}$$

वर्ग विस्तार ८.६६ हुआ परन्तु यह वर्ग विस्तार लेना ठीक नहीं रहेगा। ऐसी दशा में निकटतम पूर्णाङ्क संख्या मान लेना पड़ेगा। यहाँ निकटतम पूर्णाङ्क संख्या ९ होगी।

(३) वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)—वर्ग सीमायें स्पष्ट और निश्चित होनी चाहिये ताकि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित किया जा सके। इसी अध्याय में अपवर्जी विधि (Exclusive Method) और समावेशी विधि (Inclusive Method) का विवेचन किया जा चुका है। वर्ग सीमायें इन दोनों विधियों में से किसी के अनुसार निर्दिष्ट की जा सकती हैं।



(४) **आवृत्ति (Frequency)**—चाहे भण्डारों की रीति का पालन किया जाय या समावेशी रीति अपनाई जाय आवृत्ति उसी के अनुसार भरी जानी चाहिये। यदि किसी वर्ग की आवृत्ति शून्य हो तो उसे छोड़ नहीं देना चाहिये। उस वर्ग के सम्मुख शून्य लिख देना चाहिये। आवृत्ति निश्चित करते समय बिट्ट पत्र (Tally Sheet) का भरा जाना बहुत सामान्य होता है। इससे बिना किसी भ्रष्टाचार के तालिकापूर्वक आवृत्ति प्राप्त हो जाती है।

(५) **वर्गान्तर (Class-interval)**—यथा समय वर्गान्तर इस प्रकार का होना चाहिये कि वर्ग के अन्दर पदों का समान वितरण हो। अधिक पद मध्य बिन्दु के पास रहे और वर्ग की उच्च-सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के पास कम पद रहे। वर्गान्तर यथा समय ऐसा होना चाहिये कि आवृत्तियों का वितरण कम बढ हो। जैसे पहले तो आवृत्तियाँ बढे और फिर उर्ध्व बिन्दु पर पहुँच कर धीरे-धीरे कम होने लगे।

(६) **गुणित संख्याओं का प्रयोग (Use of Round Figures)**—यथा संभव यह प्रयत्न होना चाहिये कि वर्गान्तर (Class-interval), वर्ग-सीमाएँ (Class-limits) और मध्य-बिन्दु गुणित हो इससे गूनों के प्रयोग व गणित की क्रियाएँ करने में सरलता होती है।

### सांख्यिकीय श्रेणियाँ (Statistical Series)

एक श्रेणी या मापता तर्कपूर्ण ढंग से पदों की व्याख्या है अर्थात् इसमें पद गुण के आधार पर तर्कपूर्ण या कम बढ ढंग से अनुविन्यसित (Arrange) किये जाते हैं।

“यदि दो अथवा अधिक घटकों को साथ-साथ इस प्रकार अनुविन्यसित किया जाय कि एक का मापनीय अन्तर दूसरे के मापनीय अन्तर का सदृश हो तो इस प्रकार प्राप्त श्रेणी को सांख्यिकीय श्रेणी कहा जावेगा।” —कोनर

सांख्यिकीय श्रेणियाँ निम्न प्रकार की हो सकती हैं —

(१) **कालान्तर श्रेणी (Time or Temporal Series)**—इसमें वर्गान्तर समय के आधार पर होता है। इसमें समूह के पद ऐतिहासिक क्रम में रखे जाते हैं और समय की प्रधानता हो जाती है। इन्हें ऐतिहासिक श्रेणी (Historical Series) भी कहते हैं। उदाहरणार्थ :—

1. If two variable quantities can be arranged side by side so that measurable difference in the one correspond with measurable difference in the other, the result is said to form a statistical series.

**Gross Income of Industrial Finance Corporation of India<sup>1</sup>**

Year ended 30th June	Gross income Rs. (In Lakhs)
1949	5.73
1950	23.47
1951	35.87
1952	42.05
1953	49.30
1954	54.74
1955	60.71
1956	67.63
1957	96.33
1958	154.91
1959	203.88

(२) स्थानिक श्रेणी (Spatial Series)—इस प्रकार की श्रेणी में तथ्यों की स्थान सम्बन्धी या भौगोलिक आधार पर बाँटे हैं। इन्हें भौगोलिक श्रेणियाँ भी कहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में समय स्थिर रहता है पर स्थान बदलता रहता है। उदाहरण :—

**Co-operative Farming Societies<sup>2</sup>**

State/Territory	No of Societies	State/Territory	No. of Societies
Andhra Pradesh	31	Manipur	3
Assam	170	Mysore	100
Bihar	27	Orissa	28
Bombay	402	Punjab	478
Delhi	22	Rajasthan	105
Jammu & Kashmir	7	Tripura	12
Kerala	55	Uttar Pradesh	255
Madhya Pradesh	140	West Bengal	148
Madras	37	Total	2,020

(३) परिस्थिति श्रेणी (Condition Series)—इन श्रेणियों में घाँकड़ों का वर्गीकरण किसी परिस्थिति में होने वाले परिवर्तनों के आधार पर किया जाता है। इसी से इसे परिस्थिति श्रेणी भी कहते हैं। सम्बाई, वजन, आयु आदि सम्बन्धी श्रेणियाँ इसके अन्तर्गत आती हैं। उदाहरणार्थ :—

1. Source—Industrial Finance Corporation of India Report, 1959.

2. Source—India, 1959.

बिस्ती कक्षा के विद्यार्थियों की परीक्षा में प्राप्तांक

प्राप्तांक	विद्यार्थियों की संख्या
०—१०	५
१०—२०	१२
२०—३०	२८
३०—४०	८
४०—५०	७
	<hr/> ६०

ये शिवा के बनावट के आधार पर भी वर्गीकरण होता है। बनावट के विचार से निम्न प्रकार की श्रेणियाँ होती हैं—

- (१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)
- (२) लक्षित श्रेणी (Discrete series)
- (३) सतत श्रेणी (Continuous series)

(१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)—इस प्रकार की श्रेणी में प्रत्येक पद स्वतन्त्र होता है और समय लिखा जाता है। यह पद बिना समूह या वर्ग में नहीं रखा जाता बल्कि यह पूर्णतः स्वतन्त्र होता है। यहाँ निरीक्षकों का समूह नहीं बताया जाता। मान लीजिये बिप्ली कक्षा में पाँच विद्यार्थी क, ग, घ, ङ और च हैं। बिप्ली विषय में परीक्षा के उनके प्राप्तांक लिखे जाते हैं। जैसे—

विद्यार्थियों का नाम	प्राप्तांक
क	२२
ख	३०
ग	३२
घ	१६
ङ	१०

(२) लक्षित श्रेणी (Discrete or Discontinuous Series)—इस श्रेणी में यह सम्भव होता है कि प्रत्येक पद का मुख्य काफी उच्च कोटि की गणितीय गणना के साथ प्राप्त किया जाता है और उस चर (variable) को ठीक ठीक मूल्य दिया जाता है जो एक दूसरे के एक निश्चित अंतर पर होता है। ऐसी श्रेणी को लक्षित या विच्छिन्न श्रेणी कहते हैं। यहाँ पर पद ठीक ठीक पूर्णांक में मापनीय होते हैं। यहाँ हजारों विरल भागों में विभक्त नहीं की जा सकती जैसे व्यक्ति, दुर्घटना, पुष्ट संख्या आदि।

उदाहरण—

Weekly Wages in Rs.	No of Workers in the Factory
20	4
21	8
22	11
23	12
24	5
	<hr/> 40

(३) **असंख्यित श्रेणी (Continuous Series)**—इन्हें अविच्छिन्न या अनन्त श्रेणी भी कहते हैं। जब एक श्रेणी के पद भङ्गविच्छिन्न श्रृङ्खला के साथ निर्धारित करने के योग्य नहीं होते और उपसादन के द्वारा मापन किये जाते हैं और केवल कुछ निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत रखे जा सकते हैं तो इस प्रकार जो लेखन पाया जाता है उसे असंख्यित श्रेणी कहते हैं। यहाँ पर प्रत्येक पद का मूल्य पूर्ण श्रृङ्खला के साथ प्राप्त करना संभव नहीं होता और विभिन्न पद बहुत छोड़ी मात्रा में बदलते रहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में कुछ ऐसे वर्ग ना लिये जाते हैं जिनमें संततता (Continuity) टूटती नहीं है और जहाँ एक वर्ग समाप्त होता है वहीं से दूसरा वर्ग प्रारम्भ होता है। इस प्रकार प्रत्येक मूल्य के पद के लिये कहीं न कहीं स्थान रहता है। प्रायः वजन सम्बाँध, विस्तार, आय, उत्पन्न आदि के मापन में असंख्यित श्रेणी बनती है।

उदाहरण—

Weight in lbs.	No of Students
120—125	4
125—130	10
130—135	20
135—140	22
140—145	7
	<hr/> 63

### सारणीयन (Tabulation)

सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण करने के उपरान्त उन्हें सारणियों में प्रदर्शित किया जाता है। सारणीयन के द्वारा एकत्रित सामग्री को सरल, संक्षिप्त व सुबोध बनाया जाना है जिससे उसे समझने में सरलता हो और बँटाव करने में सुविधा हो। इससे परिणाम निष्कर्षण और निर्वचन करने (Interpretation) में सुविधा होती है। सारणीयन की परिभाषा के सम्बन्ध में सांख्यिकी विद्वानों ने मत नीचे दिये हुये हैं।

“सारणीयन किसी भी रूप में उपनयन मंचित सामग्री और मान्दिकी द्वारा प्राप्त किये हुये अंतिम तर्कसंगत परिणामों के बीच की क्रिया है।”

—बाउले

बाउले ने सारणीयन के क्षेत्र को बहुत व्यापक बना दिया है। आज के युग में सारणीयन इनके व्यापक अर्थों में प्रयुक्त नहीं होता है।

सबसे विस्तृत अर्थ में समको की साना और पंक्तियों में क्रम बढ़ व्यवस्था को सारणीयन कहते हैं।<sup>1</sup>

—स्नेयर

‘सारणीयन किसी विचाराधीन समस्या को स्पष्ट बनाने के लिये सरलता सम्बन्धी आँखों के नियमित एवं व्यवस्थित प्रदर्शन है।’<sup>2</sup>

—एल० एच० कोनर

“सारणी वह साधन है जिससे वर्गीकरण द्वारा की गई विवेचना को स्थायी रूप से लेख बढ़ किया जाता है और समान एवं तुलना की जाने वाली वस्तुओं को उचित स्थान पर रखा जाता है।”<sup>3</sup>

—सेवाइस्ट

### सारणीयन से लाभ (Advantages of Tabulation)

सारणीयन के भी वही उद्देश्य होते हैं जो वर्गीकरण के होते हैं। यहाँ सारणीयन के कुछ लाभों का विवेचन किया जायेगा—

(१) इसकी सहायता से सांख्यिकीय सामग्री को इस प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है कि इसे समझने में सरलता होती है तथा सांख्यिकीय प्रयोग के लिये टीक हो जाती है।

(२) उसके द्वारा आँकड़ों वित्ताकर्षक ढंग से प्रस्तुत किये जाते हैं। वे मस्तिष्क को आसानी से समझते हैं तथा इन्हें प्रभावशाली हो जाते हैं कि उनकी समीक्षा पर पड़ जाती है।

(३) इससे समय व स्थान की बचत होती है क्योंकि उही शीर्षकों को बार बार लिखने की आवश्यकता समाप्त हो जाती है।

(४) इससे चित्र व बिन्दु रेखा बनाने में भी सहायता मिलती है।

1 ‘Tabulation in its broadest sense is any orderly arrangement of data in columns and rows’  
—Blair

2 ‘Tabulation involves the orderly and systematic presentation of numerical data in a form designed to elucidate the problem under consideration’  
—L.R. Connor

3 ‘Tables are a means of recording in permanent form the analysis that is made through classification and of placing in juxtaposition things that are similar and should be compared’

—Sequist

(५) सारणीयन की सहायता से दो या अधिक श्रेणियों में तुलना सरल हो जाती है क्योंकि वे पास-पास व क्रम में रखी जाती हैं ।

(६) इससे गणना करना सरल हो जाता है और भ्रष्टाचारों का पता लगाने में सरलता होती है ।

(७) सारणीयन हो जाने से भ्रष्टाचारों को दोनो ओर से पकड़ा जा सकता है ।

(८) अधिक सूचना कम स्थान में दिखाई जा सकती है ।

### सारणीयन की सीमाएँ (Limitations of Tabulation)

सारणीयन की कुछ सीमाएँ भी होती हैं । इनमें से प्रमुख निम्न हैं —

(१) प्रत्येक पद का स्वतन्त्र व्यक्तित्व सारणी में प्रायः समाप्त हो जाता है ।

(२) अनेक परिस्थितियों में प्राप्त किये गये तथ्यों को सीमित स्थानों में प्रदर्शित करने से उनके सदर्भ के अभाव में शुद्धता का बलिदान होता है ।

### एक सारणी के प्रमुख भाग (Main Parts of a Table)

एक अच्छी सारणी के निम्न प्रमुख भाग होते हैं —

(१) शीर्षक (Title)—शीर्षक देते समय यह प्रयत्न किया जाता है कि वह ऐसा हो कि सारणी के क्षेत्र को स्पष्ट रूप से प्रकट कर सके । यथा संभव शीर्षक छोटा होना चाहिये, क्योंकि बड़े शीर्षकों को पढ़ने में असुविधा होती है । परन्तु कहने का यह अर्थ कदापि नहीं कि छोटा करने में उसकी स्पष्टता समाप्त हो जाय । उसके शब्द ऐसे चुने हुये हों कि जो विन्दुलक्ष्य उपयुक्त हों और उसका अर्थ स्पष्ट हो ।

उपशीर्षक (Captions)—प्रत्येक सारणी में कई स्तम्भ या खाने (Columns) रहते हैं । उनकी संख्या विषयों की भिन्नता अथवा भ्रष्टाचारों पर निर्भर रहती है । उदाहरण अथवा खंडे (Vertical) खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये परन्तु यह ध्यान रखना आवश्यक है कि संख्या कम करने के विचार से कोई आवश्यक घात न छूट जाय । योग का खाना रखना भी आवश्यक है । खानों का शीर्षक स्पष्ट व सरल होना चाहिये तथा शीर्षक के पास ही विषय या संख्या का एक-दो देना चाहिये । खानों के उप-विभाग भी आवश्यकतानुसार किये जाते हैं और उनका सरल व स्पष्ट शीर्षक देना आवश्यक है । खानों की चौड़ाई संख्या के बड़े या छोटे होने के अनुसार होनी चाहिये । प्रधान खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये ।

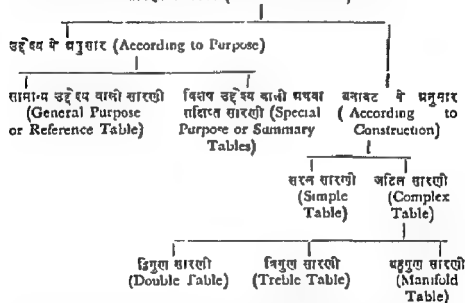
(३) टिप्पणियाँ (Notes)—सारणी में दिये गए अंकों या शब्दों के स्पष्टीकरण के लिये कभी-कभी टिप्पणी आवश्यक होती है जो सारणी के नीचे दे दी जाती है । पर यथामंभव सारणी को पूर्ण होना चाहिये ताकि टिप्पणियों का सहारा न लेना पड़े ।

(४) रेखाएँ, रॉयलिंग व स्पेसिंग (Ruling & Spacing)—सारणी में इनका बहुत महत्व है । कारण यह है कि सारणी का अच्छा या बुरा होना बहुत कुछ इन्हीं पर निर्भर करता है । यह अच्छा है कि पहले सारणी का ढाँचा बना

लिया जाय और उसमें यथा समर्थ सुधार करने सारणी बनाई जाय। रेखायें खींचना व स्थान छोटना विषय व अनुसार होता है।

(५) पदों का समायोजन (Arrangement of Items)—त्रय बढ ढग से पदों का समायोजन सारणी को आकर्षक व सपयोगी बना देता है। जिन सामानों की तुलना की आवश्यकता हो वे एक साथ होने चाहिये। पदों का समायोजन वर्णमाला, समय, प्रकार, रिवाज, महत्ता या भौगोलिक त्रय के अनुसार हो सकता है।

### सारणी के प्रकार (Kinds of Tables)



### सामान्य उद्देश्य वाली सारणी (General Purpose or Reference Table)

इस प्रकार की सारणी का कोई विशेष उद्देश्य नहीं होता। यह प्रायः प्रकाशित प्रतिवेदनो के पीछे दी हुई रहती है और उनसे विभिन्न ढंग से विभिन्न व्यक्तियों द्वारा लाभ उठाया जा सकता है। क्रॉक्सटन तथा काउडन (Croxtan & Cowden) के मतानुसार "सामान्य उद्देश्य वाली सारणी का सबसे पहला और सामान्यतः एकमात्र उद्देश्य समर्थों को इस प्रकार रखना होता है कि व्यक्तिगत पद पाठक द्वारा सीधे ढूँढ़े जा सकें।"

उद्देश्य के अनुसार सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है—

### विशेष उद्देश्य वाली सारणी (Special Purpose or Summary Tables)

इस प्रकार की सारणी अथवा सामान्य उद्देश्य की कई सारणियों से संवार की जाती है ताकि एक निश्चित उद्देश्य की पूर्ति हो सके।

संक्षिप्त सारणी माधारगुणवा सामान्य उद्देश्य वाली सारणीवा से बनाई जाती हैं। उनके तैयार करने की विधि निम्न है —

( १ ) विस्तार के साथ दिये गये घांकड़ा को संक्षिप्त रूप दिया जाता है।

( २ ) निरपेक्ष (Absolute) संख्याओं के स्थान पर माध्य, प्रतिशत, अनुपात आदि को प्रयोग किया जा सकता है।

( ३ ) ऐसे समकों को छोड़ देते हैं जो सारणी के उद्देश्य से सम्बन्ध नहीं रखते।

( ४ ) संक्षिप्त सारणी में नये श्रम के अनुसार समकों को रखा जा सकता है—यदि इसकी आवश्यकता प्रतीत हो।

बनावट के विचार से सारणी निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) सरल सारणी (Simple Table)—इस प्रकार की सारणी में विभिन्न समकों के केवल एक ही गुण या विशेषता का विवेचन किया जाता है। यह सारणी बनाने में तथा अध्ययन करने में अत्यन्त सरल होती है। यहाँ भागों के उप-विभाग नहीं होते। इस प्रकार की सारणी में केवल दो ही भाग होते हैं। नीचे की निरंक सारणी (Blank Table) सरल सारणी का नमूना है :—

Table No.....

Table showing number of students of the various faculties of a College.

Faculties	No. of Students
1. Arts	
2. Commerce	
3. Science	
4. Agriculture	
5. Law	
Total	



(२) जटिल सारणी (Manifold Table)—जटिल सारणी में सरल सारणी की तरह केवल एक गुण या लक्षण का विवेचन न होकर एक से अधिक गुणों या लक्षणों का विवेचन होता है। जटिल सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है :—

(क) द्विगुण सारणी (Double Table)—इस प्रकार की सारणी एक ही प्रकार के दो विभिन्न गुणों का प्रदर्शन करती है। इसमें सारणी के मूल्यों के दीर्घक साधारणतः दो या अधिक उप-सारणियों में विभाजित होते हैं। ऊपर दी हुई सारणी में केवल विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात होती है। यह सही बात ज्ञात कि उनमें कितने पुरुष और कितनी स्त्रियाँ हैं। द्विगुण सारणी में एक द्वारा स्पष्टीकरण पायेंगे।

Table No

Table showing sex wise number of students in the various Faculties of a College

Faculties	No of Students		Total
	* Males	Females	
1 Arts			
2 Commerce			
3 Science			
4 Agriculture			
5 Law			
Total			

(ख) त्रिगुण सारणी (Treble Table)—यह सारणी तीन प्रकार की विशेषताओं की प्रकट करती है। इसमें तीन विभिन्न विभागों में छात्रों की प्रत्युत दिया जाता है। इसका उदाहरण नीचे दिया है —

Table No.....

Table showing sex and residence wise No. of students in the the various Faculties of a College.

Faculties	Number of Students						Grand Total
	Males			Females			
	Board- ers	Day Scholars	Total	Board- ers	Day Scholars	Total	
1. Arts							
2. Commerce							
3. Science							
4. Agriculture							
5. Law							
Total							

(ग) बहुगुण सारणी (Manifold Table)—बहुगुण सारणी में माँकडों के अनेक गुणों पर एक साथ ही प्रकाश डाला जाता है। इस प्रकार की सारणी माँकडों की तीन से अधिक विशेषताओं को प्रकट करती है। उदाहरण के लिये पृष्ठ १२५ पर देखिये।

### सारणीयन की विधियाँ (Methods of Tabulation)

सारणीयन करते समय विभिन्न मूल्यों की भावृत्ति प्राप्त करनी होती है। सामान्यतः सारणी बनाने की निम्न दो रीतियाँ प्रयोग में लाई जाती हैं :—

(१) हाथ से द्वारा (By Hand)—जब अनुसंधान का क्षेत्र छोटा होता है अर्थात् अवलोकन (Observation) की संख्या कम होती है तो हाथ द्वारा सारणीयन ठीक होता है। नीचे की सारणी से यह स्पष्ट हो जायेगा।

**Table No**  
**Table showing No of Students in the various faculties of a College according to sex, residence & marital status.**

[illegible]

Table.....

Monthly wages of 20 Labourers of Leather Goods Factory,  
Kanpur for March, 1960

Wages in Rupees	Number of Students	Total
0—20	I	1
20—40	II	2
40—60	III I	6
60—80	III III	10
80—100	I	1
Total		20

(२) यांत्रिक सारणीयन (Mechanical Tabulation)—हाथ के द्वारा सारणीयन वही सम्भव है जहाँ सांख्यिकीय सामग्री थोड़ी हो। परन्तु किसी बड़े अनुसंधान में जहाँ सामग्री बहुत होती है वहाँ हाथ द्वारा सारणीयन में बहुत समय व मानवीय श्रम लगता है। ऐसे स्थानों पर मशीनों का प्रयोग अधिक अच्छा होता है। यांत्रिक सारणीयन में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

(अ) कार्डों को छाँटना—कार्डों के छाँटने का कार्य भी मशीन के द्वारा ही होता है। छेद हुए कार्डों को एक छाँटने वाली मशीन में लगाया जाता है जो कार्ड के प्रत्येक छेद पर एक बिद्युत-सम्पर्क (Electric Contact) स्थापित कर देती है। फिर कार्ड विभिन्न वर्गों में छूट जाते हैं।

(ब) सामग्री को संकेतों में बदलना—सर्वप्रथम सम्पूर्ण सामग्री को संकेतों (Codes) में बदल देते हैं।

(ब) संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर लिखना—इसके उपरान्त संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर छेदों द्वारा प्रकट करते हैं।

(द) सारणीयन—इसके उपरान्त कार्ड सारणीयन मशीन में रखे जाते हैं। यह मशीन सूचना को इच्छित ढंग से संक्षिप्त करती है और छापती है।

(घ) धर्मों की गणना—बादों की गिनती करके विभिन्न वर्गों के अन्तर्गत आने वाली संख्याएँ भी मशीनों के द्वारा प्राप्त की जाती हैं ।

यांत्रिक सारणीयन से लाभ—यांत्रिक सारणीयन से निम्न लाभ हैं :—

- ( १ ) इस रीति से सारणीयन करने में बहुत कम समय लगता है ।
- ( २ ) इस रीति में उच्च मात्रा की शुद्धता पाई जाती है ।
- ( ३ ) सारणीयन मुख्यवस्थित व मितव्ययी होता है ।
- ( ४ ) मानवीय धर्म की यत्न होती है ।
- ( ५ ) अशुद्धियों की जाँच अत्यन्त सरलतापूर्वक किसी भी समय हो सकती है ।

आधुनिक काल में प्रगतिशील देशों में यांत्रिक सारणीयन का प्रयोग होता है । इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि प्रारम्भ में मशीन खरीदने में काफी खर्च होता है जो सबके लिये सम्भव नहीं ।

मुख्यतः होलरिथ (Hollerith), पावर्स (Powers), व पैरामाउन्ट (Paramount) तीन प्रकार की मशीनें अधिक प्रचलित हैं ।

**सांख्यिकीय सारणी की रचना के लिये नियम (Rules for Construction of Statistical Table)**

सांख्यिकीय सारणी बनाते समय निम्न बातों की धीर ध्यान रखना आवश्यक है —

(१) सारणी की संख्या व शीर्षक (Number and Title of Table)—सबसे ऊपर सारणी की संख्या दे देनी आवश्यक है । संख्या होने में सरलता में किसी भी सारणी का उल्लेख किया जा सकता है । इसके पश्चात् सारणी का शीर्षक दिया जाना चाहिये । शीर्षक पूर्ण, संक्षिप्त, और स्पष्ट होना चाहिये । यथा सम्भव शीर्षक बहुत संक्षिप्त न होकर छोटा रहे तो अच्छा है । साथ ही साथ उसमें यह भी प्रष्ट होना चाहिये कि क्या, कहाँ में, और कैसे प्राप्त हुए ।

(२) सारणी का आकार (Size of Table)—सारणी का आकार में तो बहुत बड़ा होना चाहिये और न बहुत छोटा । यदि सामग्री बहुत अधिक हो तो कई सारणियों में प्रानुत किया जाना चाहिये और फिर बाद में एक सारांश सारणी (Summary Table) भी बनाना चाहिये जिसमें सभी सारणियों का सारांश हो ।

(३) उपशीर्षक (Captions)—प्रत्येक स्तंभ का उपशीर्षक देना आवश्यक है । उपशीर्षक यथा सम्भव संक्षिप्त होने चाहिये । यदि सारणी में बहुत से छोटे-छोटे स्तंभ हो जाते हैं तो उनमें १, २, ३, ४ आदि संख्या भर देनी चाहिये । उपशीर्षक के पास विषय या संख्या का एक भी दे देना चाहिये । जहाँ-जहाँ संख्याओं के बड़े होने के कारण यदि सब एक ही होती हैं तो हजारों या सौतों या करोड़ों में लिखकर

सारणी में भरने के लिये उस संख्या को छोटी बना लेते हैं। उदाहरणार्थ यदि अ, व, स, द चार व्यक्तियों की वार्षिक आय क्रमशः ४०,०००, ५०,०००, ३५,००० और ६०,००० रुपये हैं तो सारणी में इस प्रकार दिखा देंगे :—

व्यक्ति	वार्षिक आय (हजार रुपये में)
अ	४०
व	५०
स	३५
द	६०

(४) योग (Totals)—सारणी को अधिक सामग्रद बनाने के लिये विभिन्न खानों की सरयाओं का जोड़ आवश्यक है। यदि एक ही खाना हो तो जोड़ नीचे दिया जा सकता है। कई उपविभाग होने पर सबका जोड़ अलग-अलग और फिर एक साथ में आवश्यक है। दोनों ओर से जोड़ की व्यवस्था होनी चाहिये।

(५) तुलनात्मक अध्ययन की सुविधा (Facility of Comparative Study)—सारणी में यथासम्भव ऐसी व्यवस्था होनी चाहिये कि विभिन्न समूहों में तुलना सम्भव हो सके। जिन श्रृंखलों की तुलना करनी हो वे पास-पास रहें।

(६) विस्तारणात्मक टिप्पणियाँ (Explanatory Notes)—यदि श्रृंखलों के बारे में कोई विशेष सूचना देनी अनिवार्य हो तो उसे टिप्पणी के रूप में दिया जाना चाहिये। इस प्रकार की टिप्पणी सारणी के नीचे दी जानी चाहिये। यथासम्भव यह प्रयत्न होना चाहिये कि सारणी इतनी स्पष्ट और व्यापक हो कि टिप्पणी देने की आवश्यकता ही न पड़े परन्तु यदि कोई सूचना आवश्यक है तो टिप्पणी के रूप में स्पष्ट रूप से दे देना चाहिये।

(७) सामग्री का स्रोत (Source of Data)—सारणी के नीचे यह भी लिख देना चाहिये कि कहाँ से श्रृंखले प्राप्त किये गये हैं। इससे यह लाम होता है कि श्रृंखलों की शुद्धता के विषय में कहीं सन्देह होने पर इसकी जाँच की जा सकती है। यदि प्रत्येक स्कन्ध के श्रृंखले अलग-अलग स्रोतों से प्राप्त किये गये हैं तो प्रत्येक का विवरण देना आवश्यक है। यह ध्यान रखना आवश्यक है कि यथासम्भव प्रारम्भिक स्रोतों का प्रयोग होना चाहिये।

(८) खानों का आकार (Size of Columns)—खानों बनाते समय उनके आकार की ओर यथोचित ध्यान देना अत्यन्त आवश्यक है। कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें सूचनार्य बहुत कम भरनी होती है—उन्हें पतला बनाया जाना चाहिये। इसके विपरीत कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें काफी सूचनार्य भरनी होती है। उन्हें चौड़ा बनाना चाहिये। इस प्रकार खानों का आकार प्राप्त स्थान, अन्य खानों का आकार तथा भरी जानी वाली सूचना इन तीनों के अनुसार होना चाहिये।

(६) स्तंभों की रोलिंग (Rolling of Columns)—यथास्थान मोटी व हल्की रेखाओं द्वारा स्तंभों को जोड़ दिया जाये। योग व घटाव महत्वपूर्ण माने मोटी या दाढ़ी वाली रेखा बनायी जाना चाहिये ताकि सम्मेलन में सरलता हो तथा दर्शन में भी प्राकृतिक लगे।

(१०) सरलता (Simplicity)—सारणी का एक मुख्य उद्देश्य यह है कि कम से कम मानसिक परिश्रम में अध्ययन सम्भव हो जाय। इसलिये सारणी का सरल होना अनिवार्य है ताकि उसे छात्राधीन से समझा जा सके।

(११) अर्थव्ययिता (Economy)—यथासम्भव यह भी ध्यान रखना आवश्यक है कि सारणी में दानों में स्थान, घन या समय का उपयोग न हो।

(१२) आकर्षक रूप (Attractive Shape)—सारणी के लिये यह अत्यन्त आवश्यक है कि वह चित्ताकर्षक हो। इसके लिये आकार, लिखावट, रंगों से सजावट आदी बातों पर समुचित ध्यान दिया जाना आवश्यक है।

(१३) मूल आकृतियाँ (Original Figures)—सारणी में यदि मूल आकृतियाँ प्रदर्शित दी गई हों तो जहाँ तक सम्भव हो मूल आकृतियों को दे देना चाहिये और वे दोनों पास-पास होने चाहिये।

(१४) महत्ता के अनुसार पदों का समायोजन (Arrangement of Items According to Importance)—सारणीयन में यह प्रश्न होना चाहिये कि पदों को उनके महत्त्व के अनुसार सारणी में स्थान दिया जाय। अधिक महत्वपूर्ण पदों को पहले और कम महत्वपूर्ण पदों को बाद में लिखना चाहिये।

(१५) विभागों व उपविभागों की स्पष्ट दिखाना—अनुगणन के उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए सारणी के विभाग तथा उपविभागों की सुन्दरता के साथ दिखाना चाहिये।

(१६) माप की इकाई—यदि माप की इकाई ५० या ८० या १०० तो १०० इकाई है या ५० की इकाई है तो इसे स्पष्ट रूप से बताना आवश्यक लिखना चाहिये।

(१७) उपमादन का स्थान (Place of Approximation)—यदि संख्याओं में उपमादन विधि अपनाई गई है तो किस क्रम में उपमादन किया गया है यह सूचना सारणी के ऊपर लिख देनी चाहिये।

### Standard Questions

- 1 Define classification. What part does it play in statistics? State the main types or classes by reference to which you will classify statistical observations. (B Com, Rajputana, 1919)
- 2 Explain the purpose of classification of statistical data. What considerations are to guide you in fixing the class interval and class limits for a frequency distribution. (B Com, Rajputana 1954)

3. Explain the purpose and methods of classification of data. How are the machine tabulating cards prepared and used.  
(Agra, B. Com., 1943)
4. How will you proceed to classify the observations made.  
(Agra, B. Com., 1941)
5. "Classification is the process of arranging things (either actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist amongst adversity of individuals." Elucidate the above statement.  
(B. Com., Allahabad, 1947)
6. How would you proceed to classify the observations made, and what points will you take into consideration in tabulating them. Mention the kinds of tables generally used.  
(B. Com., Agra, 1911)
7. Explain the purpose of 'Tabular presentation' of the statistical data. Draft a form of tabulation to show the distribution of population according to Community by age, sex and married status.  
(B. Com., Rajputana, 1955)
8. What precautions would you take in tabulating your data? Prepare a blank table to show the distribution of population according to sex and four religions, in five age groups, in seven important cities of U.P.  
(B. Com., Bararas, 1950)
9. Discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation.  
Prepare blank tables, showing the distribution of students of college according to age, class and residence for arranging (a) Physical Training and (b) Tutorial classes. (B. Com., Agra, 1912)
10. "Either for one's own use or for the use of others, the data must be presented in some suitable form." Comment on this statement, and discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation. What points should be taken into consideration in tabulating statistical data?  
(B. Com. Agra, 1955)
11. Write an essay on the process of collection, and tabulation of statistical data.  
(B. A. Trivancor, 1954)
12. You are given a statistical table. What questions would you ask before accepting it? Draft a form of tabulation to show :—  
(a) Sex (b) Three ranks—supervisors, assistants, and clerks ;  
(c) Years 1916 and 1943 ; (d) Age-groups :—18 years and under over 18 but less than 55 years, over 55 years.  
(B. A. Madras, 1953)
13. Explain how you would tabulate statistics of deaths from principal diseases by sexes in different provinces of India for a period of 5 years.  
(M. A. Calcutta, 1937)
14. What precautions should be taken in tabulation of data? Point out the mistakes made in the following blank table drawn to



show the distribution of population according to sex, age and literacy —

Sex	0 to 25		25 to 50		50 to 75		75 to 100	
	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate
Male								
Female								

(B Com Lucknow, 1937)

- 15 Re arrange the following blank table with a view to make it more intelligible —

Sex	Brahmin		Rajput		Vaishya		Harjan	
	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate	Literate	Illiterate
Male								
Female								

(B Com Allahabad, 1910)

- 16 Arrange the following marks in a Frequency Table, taking the lowest class intervals (10 20) —

■	81	61	87	43	72	62	78	69	47
81	81	59	76	33	29	57	49	51	69
59	81	78	43	76	43	61	55	22	63
81	87	57	83	93	85	70	64	78	53
85	67	75	40	79	42	95	92	60	91
75	65	72	73	65	60	57	73	36	33
61	62	81	66	77	75	74	73	70	69
70	62	91	73	72	83	50	96	85	30

(B A Andhra, 1954)

- 17 Prepare a table with a proper title, divisions and sub-divisions represent the following heads of information —  
 (a) Exports of cotton piece goods from India  
 (b) To Burma, Java, China, Iran, Iraq  
 (c) Amount of piece goods to each country  
 (d) Value of piece goods to each country  
 (e) From 1939-40 to 1945-46 year by year  
 (f) Total amount exported each year  
 (g) Total value of exports each year (*B Com, Allahabad, 1945*)
- 18 Prepare a specimen form in blank, with suitable heading and spacing, for use in collection of data on one of the following —  
 (a) Survey of trades in your district.  
 (b) Standard of living of middle class families in a small town  
 (c) Expenses of students in a university  
*(Dip in Econ, Madras)*
- 19 Distinguish between Classification and Tabulation Discuss the purpose, methods and importance of classification  
*(B Com, Agra, 1959)*
- 20 What precautions would you take in Tabulating your data?  
*(B Com, Agra 1937)*
- 21 State concisely the basis of good classification of statistical data Consider how far the classification of Indian Trade Statistics both inland and foreign satisfy theoretical requirements  
*(M A Agra, 1952)*
- 22 Prepare a blank title in which can be shown the prices per maund of wheat and rice for the years 1939 and 1941 for seven important grain markets of U P (*B Com, Lucknow, 1953*)
- 23 What important factors should be borne in mind at the time of preparing a Table
- 24 What are the usual bases of classification of data in statistics? Draw a title to show the number of wholly unemployed, temporarily unemployed and total number of workers unemployed, each class being divided into males and females for the following industries —  
 Coal mining, Iron ore mining  
 Cotton-manufacturing, glass manufacture and mica mining  
*(B Com, Lucknow 1952)*
- 25 What part classification and tabulation play in statistics?

## अध्याय ६

# चित्रों द्वारा अंकों का प्रदर्शन

(Diagrammatic Representation of Facts)

### प्रस्तावना

यह पढ़ने ही व्यक्त किया जा चुका है कि सांख्यिकी विज्ञान का एक महत्वपूर्ण कार्य यह है कि जटिल आंकड़ों को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाय कि वे देखने में सुन्दर तथा समझने में बहुत सरल बन जाय। वर्गीकरण व सारणीयन इसी उद्देश्य को लेकर किये जाते हैं परन्तु व्यवहारिक जीवन में ऐसा देखा जाता है कि वर्गीकरण व सारणीयन ठीक वंग से करने पर भी जब बहुत से अंक एक साथ दिये जाते हैं तो उन्हें समझने में असुविधा होती है तथा समय लगता है। अंकों का यह जमपट्ट आँखों व मस्तिष्क दोनों को चक्कर में डाल देता है। यों तो माध्य (Averages) व व्युत्पन्न (Derivatives) आदि आंकड़ों को सरल व संक्षिप्त बनाते हैं परन्तु वहीं भी तथ्यों को अंकों में ही व्यक्त किया जाता है। एक विशेष बात यह भी है कि जन साधारण अंकों में अधिक दिलचस्पी रखते। यदि हम अपनी बातों को अंकों के द्वारा समझाने के बजाय किसी अन्य सरल साधन द्वारा समझाने का प्रयत्न करें। जहाँ अंकों का कम से कम प्रयोग किया गया हो तो हमारी बात जन साधारण के लिये सरल समझने तथा याद करने योग्य हो जाती है। उदाहरणार्थ यदि कोई यह कहे कि अ की आय १५०० रुपये माहवार है और ब की ३०० रुपये माहवार है तो यह बात एक सामान्य व्यक्ति के लिये समझने में कठिन होगी तथा इसे याद करने में मस्तिष्क पर जोर पड़ेगा परन्तु यदि इसी बात को इस प्रकार कहे कि अ की मासिक आय ३ की मासिक आय की पाँच गुनी है तो इसे समझने व याद करने में सरलता हो जाती है और यदि इसे चित्र द्वारा अंकित किया जाय तो अ तथा ब की आय का अनुपात मस्तिष्क में ठीक तरह से बैठ जायेगा और उसे समझने में साधारण व्यक्ति को भी कोई कठिनाई नहीं होगी।

यों तो चित्रों के बनाने में उच्च स्तर की गणितीय मूढ़ता नहीं रहती परन्तु फिर भी दर्शकों को प्रभावित करने में ये बहुत सफल होते हैं और इनसे आँखों की विशेषताएँ प्रकट हो जाती हैं।

## चित्रों की उपयोगिता एवं लाभ (Utility and Advantages of Diagrams)

चित्रों की निम्न उपयोगिताएँ एवं लाभ हैं—

(१) चित्र समकों की सरल व सुबोध बनाते हैं—चित्रों के द्वारा जटिल, अव्यवस्थित और विशाल समक राशि पर्याप्त सरल हो जाती है और वह जन सामान्य के

चित्रों के प्रमुख लाभ ६ हैं

(१) चित्र समकों की सरल व सुबोध बनाते हैं ।

(२) अधिक समय तक स्मरणीय ।

(३) चित्रों को समझने के लिये विशेष ज्ञान एवं शिक्षा की आवश्यकता नहीं ।

(४) समय व श्रम की बचत ।

(५) भविष्य का अनुमान लगाने में सहायक ।

(६) चित्र बहुत आकर्षक होते हैं ।

(७) सूचना के साथ साथ मनोरंजन होना ।

(८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने में सहायक ।

(९) तुलना करने में सहायक ।

समझने योग्य हो जाती है । केवल प्रकों को देखकर कोई पक्ष निरासना कठिन होता है परन्तु चित्रों को देखकर उसकी विषयता स्पष्ट रूप से परिलक्षित होती है । परन्तु यह बात सदा याद रखने की है कि चित्र सदा तुलनात्मक होते हैं । कोई प्रकेता चित्र कोई विशेष महत्व नहीं रखता ।

(२) अधिक समय तक स्मरणीय—

प्रकों का बहुत समय तक याद रखना अत्यन्त कठिन है । कुछ समय बाद मनुष्य प्रकों को भूल जाता है । पर चित्रों द्वारा आँखों की एक प्रतिष्ठा छाप मस्तिष्क पर पड़ती है जो बहुत दिनों तक नहीं भूलती ।

(३) चित्रों को समझने के लिये

विशेष शिक्षा या ज्ञान की आवश्यकता नहीं—चित्रों को समझना जन सामान्य के लिये बहुत सरल है । इन्हें समझने के

लिये यह आवश्यक नहीं कि सांख्यिकी विज्ञान का पूरा ज्ञान हो । एक साधारण पढ़ा लिखा या अनपढ़ व्यक्ति भी चित्रों को देखकर बहुत प्रती में उनका प्रतिप्राप्य निराल सकता है । इसी कारण विज्ञापन में चित्रों की सहायता ली जाती है ।

(४) समय व श्रम की बचत—चित्रों की सहायता से आँखों के समझने में बहुत कम समय लगता है । इस प्रकार आज के युग में जब कि समय बहुत मूल्यवान् वस्तु है, इसकी बचत होती है । साथ ही साथ इस प्रणाली के प्रयोग से आँखों को समझने में अधिक धम नहीं करना पड़ता और इस प्रकार मनुष्य अपनी सचित शक्ति का प्रयोग वही और बर सजता है ।

(५) भविष्य का अनुमान लगाने में सहायक—रेखा वाले चित्रों द्वारा रेखा के मोड़ को देखकर भविष्य की प्रवृत्ति का अन्दाज लगाया जा सकता है । यह आवश्यक नहीं है कि इन्हें देखकर जो अन्दाज भविष्य के बारे में लगाया जाय वह सही हो हो परन्तु यह प्रवश्य है कि ऐसा करने से कुछ सतोष प्रवश्य हो जाता है ।

(६) चित्र बहुत प्रावर्ण्य होते हैं—चित्र बहुत प्रावर्ण्य होते हैं। ये वरमग ध्यान को अपनी ओर आकर्षित कर लेते हैं। इनमें कई प्रकार के चिन्हों या रंगों का प्रयोग होता है और धर्मों का प्रयोग नहीं के बराबर होता है।

(७) सूचना के साथ-साथ मनोरंजन होना—सुन्दर चित्र सूचना तो देते ही हैं परन्तु साथ ही साथ मनोरंजक भी होते हैं। इनसे विभिन्न सूचनाओं के अध्ययन से थकावट प्रतीत नहीं होती है।

(८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने में सहायक—जब कभी दूसरों की अनुमोदन की सूचना देनी हो तो चित्रमय प्रदर्शन द्वारा अधिक अच्छी तरह दी जा सकती है और दूसरे चित्रों की सुन्दरता के कारण इन सूचनाओं की बोझ नहीं समझते हैं।

(९) तुलना करने में सहायक—चित्रों की सहायता से विभिन्न सूचनाओं की प्रभावशाली तुलना की जा सकती है।

**चित्रों द्वारा प्रदर्शन की सीमाएँ (Limitations of Diagrammatic Representation)**

(१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक—चित्रों में तुलना सभी ठीक होगी जब वे समान गुण के आधार पर बनाये जायें। यदि वे दो विभिन्न गुणों के आधार पर बनाये जायें तो उनमें तुलना करना भ्रामक व प्रशुद्ध होगा।

(२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव—चित्रों की सहायता से केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव हो पाता है। अनेक चित्रों का कोई विशेष अर्थ नहीं है और न वह कोई भी विशेष महत्व हो सकता है। जब उनकी तुलना अन्य भाषाओं वाले चित्रों से की जाती है जब उनका अर्थ स्पष्ट होता है और उनकी उपयोगिता पड़ती है।

(३) दो या अधिक सूत्रों का सूक्ष्म अंतर बिलाना संभव नहीं—चित्रों द्वारा बहुत सूक्ष्म अंतर को प्रदर्शित करना संभव नहीं। उदाहरणार्थ यदि व और ए दो व्यक्तियों की मानव आयु क्रमशः २१५ और ३२५ आयु है तो इस अंतर को चित्रों द्वारा प्रदर्शित करने में प्रशुद्धि होगी तथा चित्रों को देखकर हम अंतर का अनुमान भी नहीं लगाया जा सकता।

(४) बहुसूत्री सूचनाओं का प्रदर्शन संभव नहीं—चित्रों द्वारा बहुसूत्री विशेषताओं को प्रदर्शित नहीं किया जा सकता। वर्गीकरण व सारणीयन के द्वारा अनेक

### चित्रों द्वारा प्रदर्शन की प्रमुख सीमाएँ हैं

- (१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक।
- (२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव।
- (३) दो या अधिक सूत्रों का सूक्ष्म अंतर बिलाना संभव नहीं।
- (४) बहुसूत्री सूचनाओं का प्रदर्शन संभव नहीं।
- (५) संख्यात्मक प्रदर्शन असंभव।
- (६) सरलतापूर्वक उपयोग।
- (७) निरर्थक का केवल एक साधन।

प्रकार की सूचनायें प्रदर्शित की जा सकती हैं परन्तु चित्रों के द्वारा किसी एक मात्रिक विशेषता को ही प्रकट किया जा सकता है।

(५) सख्यात्मक प्रदर्शन असंभव—आंकड़ों का पूर्ण रूप से शुद्ध रूप में प्रदर्शन संभव नहीं होता है। चित्र अनुमानित रूप से आंकड़ों का प्रदर्शन करते हैं। चित्र वहीँ के लिये उपयुक्त होते हैं जहाँ संख्या में मूल्य प्राप्त करना उद्देश्य न हो बल्कि उनके मूल्य का अनुमान चित्रों को देखकर लगाया जा सके।

(६) सरलतापूर्वक दुष्प्रयोग—अनुचित और अशुद्ध चित्र बनाकर उनका दुष्प्रयोग किया जा सकता है। इस प्रकार बने चित्र भ्रामक होंगे।

(७) निष्कर्ष का केवल एक साधन—चित्रों को देखकर पूर्ण सत्य निष्कर्ष निकाला जाना संभव नहीं है। चित्र निष्कर्ष की ओर इंगित करते हैं परन्तु उन्हें पूर्ण सूचना व गदर्भ के साथ ही अध्ययन किया जाना उचित होता है।

(८) प्रत्येक प्रकार के अनुमान में चित्र नहीं बनाए जा सकते और यदि बनाए भी जायेंगे तो वे कोई भाव प्रकट नहीं कर पायेंगे।

### चित्र खींचने के नियम (Directions for Drawing Diagrams)

चित्र खींचते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) शुद्धता—केवल इतना ही काफी नहीं कि वे आकर्षक व कलात्मक हों।

<p>चित्र खींचते समय ध्यान देने योग्य प्रमुख नियम ११ हैं</p> <p>(१) शुद्धता।  (२) आकर्षक।  (३) रेखापत्र।  (४) आवश्यक विवरण।  (५) आकार।  (६) पैमाना।  (७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग।  (८) चित्रों की घेरना।  (९) प्रकार का चुनाव।  (१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर।  (११) सरलता।</p>	<p>शुद्धता चित्रों की जान है। चाहे कितना भी आकर्षक चित्र क्यों न हो यदि उसमें शुद्धता नहीं तो वह व्यर्थ है। इसके लिए आवश्यक है कि पट्टी, परकार व चौड़ा आदि की सहायता से चित्र शुद्ध बनाये जायें।</p> <p>(२) आकर्षक—चित्रों को आकर्षक बनाना सबसे अधिक आवश्यक है। इसके लिए यह प्रयत्न होना चाहिए कि चित्र आकर्षक, स्वच्छ व प्रभावशाली बनें।</p> <p>(३) रेखापत्र (Graph Paper) का प्रयोग—चित्र बनाते समय रेखापत्र का प्रयोग ठीक रहता है। इससे सुन्दरता व शुद्धता दोनों की रक्षा अधिक सरल हो जाती है।</p>
--	---

(४) आवश्यक विवरण—यह अत्यन्त आवश्यक है कि चित्र के ऊपर उसकी संख्या व शीर्षक दिया जाय तथा अन्य आवश्यक सूचनाओं को भी यथा स्थान लिख दिया जाय।

(५) आकार—चित्रों का आकार भी प्राप्त स्थान के अनुसार होना चाहिए ताकि यह देखने में सुन्दर लगे। न तो चित्र प्राप्त स्थान से बड़ा हो जाना चाहिए कि वह बाहर निकलने लगे और न इतना छोटा होना चाहिये कि एक कोने में पड़ा रहे और भट्ठा लगे।

(६) पैमाना—चित्र बनाने से पहले पैमाना निश्चित कर लेना आवश्यक होता है। पैमाना निश्चित करते समय प्राप्त स्थान से प्रकृत करने वाली सूचना दोनों को ध्यान में रखा जाता है। पैमाना ऐसा होना चाहिये कि चित्र स्थान को ध्यान में रखते हुये न तो बहुत बड़े बन जायें और न बहुत छोटे रहें। पैमाना उपर लिख देना चाहिये।

(७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग—चित्रों में आवश्यकतानुसार विभिन्न प्रकार की सूचनाओं को प्रदर्शित करने के लिये विभिन्न प्रकार के चिन्हों व रंगों का प्रयोग करना चाहिये और उनके विषय में सहेत चित्र के नीचे याँ कोने पर दे देना चाहिए।

(८) चित्रों को घेरना—चित्रों को मोटी या दोहरी रेखाओं से घेर देना चाहिये ताकि वे देखने में अधिक आकर्षक लगने लगे।

(९) प्रकार का चुनाव—चित्र कई प्रकार के होते हैं और सब प्रकार के चित्र सभी प्रकार के समको के लिये उपयुक्त नहीं हो सकते। इसलिये उपयुक्त चित्र का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण होता है। यह बहुत कुछ सम्पास व अनुभव से निर्दिष्ट होता है कि किस प्रकार का चित्र किस प्रकार के आँकड़ों के लिये अधिक उपयुक्त है।

(१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर—चित्रों की रचना की व्यवस्था सामान्यतः बायें से दायें या नीचे से ऊपर की ओर होती है।

(११) सरलता—चित्र ऐसा बना होना चाहिये कि वह सरलता से एक शर देखने में समझ में आ जाय।

### चित्रों के प्रकार (Kinds of Diagrams)

सांख्यिकी में सामान्यतः निम्न प्रकार के चित्रों का प्रयोग किया जाता है :—

- |                     |                              |
|---------------------|------------------------------|
| ✓ (१) एक विमा चित्र | (One Dimensional Diagram)    |
| ✓ (२) द्विविमा ..   | (Two " " " )                 |
| (३) त्रिविमा ..     | (Three " " " )               |
| ✗ (४) मान चित्र     | (Cartograms or Map Diagrams) |
| (५) चित्र-लेख       | (Pictograms)                 |

### ५१) एक विमा चित्र (One Dimensional Diagram)

जब यह सामान्य विधि सरल रहती है और केवल एक पंक्ति की तुलना करनी होती है तो एक विमा चित्रों की रचना की जाती है। इस प्रकार के चित्रों में केवल चित्रों की लम्बाई में ही पंक्तियों के मूल्यों के अनुसार रचना होती है। मोटाई सामान्यतः एक ही

होती है और पदों के मूल्य से उसका सम्बन्ध नहीं होता । एक विमा चित्र निम्न प्रकार के होते हैं :—

(क) रेखा-चित्र (Line Diagram)

(ख) दण्ड-चित्र (Bar Diagram)

(क) रेखा चित्र—इन रेखाओं की रचना विभिन्न पदों के मूल्यों के अनुसार होती है । लम्बाई द्वारा पदों का तुलनात्मक अभ्ययन किया जाता है । इन रेखाओं में मोटाई नहीं होती । दो रेखाओं के बीच समान अन्तर होना चाहिये । ये रेखाएँ उदग्र (Vertical) या क्षैतिज (Horizontal) किसी भी प्रकार की हो सकती हैं । यह आवश्यक है कि चित्र के पास पैमाना दे दिया जाय ।

दोष—इस प्रकार के चित्रों का सबसे बड़ा दोष यह है कि मोटाई न होने के कारण रेखाएँ आकर्षक नहीं लगती हैं ।

उदाहरण :—

Monthly incomes of 10 persons in a locality are given below.  
Represent them by line diagram.

Person	Income in Rs.
A	150
B	100
C	120
D	200
E	250
F	220
G	300
H	250
I	280
J	80

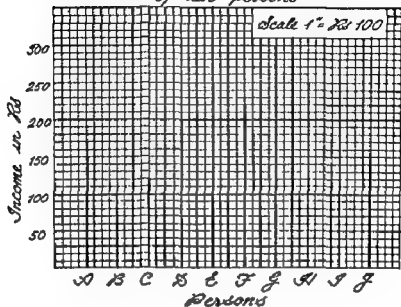
इसी चित्र को दूसरे ढंग से भी दिखाया जा सकता है जब रेखाएँ उदग्र (Vertical) न बनाकर क्षैतिज (Horizontal) बनायी जायें । दोष सब विया इसी प्रकार करनी पड़ेगी ।

(ख) दण्ड चित्र (Bar Diagram)—दण्ड चित्र व रेखा-चित्र में बहुत साधारण अन्तर होता है और वह यह कि यहाँ रेखाओं को मोटा बना देते हैं । मोटा



बनाते समय मूल्य का कोई ध्यान नहीं रखता जाता। सभी दण्डों की माटाई एक सी होती है। दण्ड चित्र बनाते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है —

*Line Diagram representing monthly income of ten persons*



चित्र—१

- (घ) पृष्ठ स्थान (Page Location)—पृष्ठ-स्थापन सबसे पहला और महत्वपूर्ण कार्य है। पृष्ठ के अनुसार ही पैमाना निदिचन किया जाता है। साधारण दण्ड चित्रों को पृष्ठ के बीच में बनाते हैं। यह ध्यान रखना चाहिए कि न तो दण्ड बहुत बड़े हो जायें कि सारा पृष्ठ भर जाय और न इतने छोटे हो जायें कि पृष्ठ के एक होने में ही रह जायें।
- (ग) शीर्षक (Heading)—चित्रों का शीर्षक दे देना चाहिए ताकि यह स्पष्ट हो जाय कि वह चित्र क्या प्रकट कर रहा है? यदि बहुत से चित्र बनाये जा रहे हों तो नाम सत्या दे देने में भी सुविधा रहती है।
- (ङ) माप दण्ड (Scale)—प्रयोग किए गए पैमाने का स्पष्ट विवरण देना बहुत ही आवश्यक है। माप-दण्ड साधारणतः ऊपर दाहिने कोने पर दे देते हैं।
- (च) चित्रों को घेरना (Boxing of the Figure)—दण्ड चित्रों को चारों ओर से मोटी या दुहरी रेखाओं से घेर देने पर उनकी सुरक्षा

भीर बढ़ जाती है। परन्तु घेरते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि केवल दण्ड चित्र ही घेरे जायें।

- (उ) स्रोत (Source)—चित्र के नीचे भाँवड़ों का स्रोत दे देना चाहिए ताकि समको की शुद्धता की जाँच की जा सके।
- (ऊ) दण्डों का क्रम (Arrangement of Bars)—दण्ड प्रायः बायें से दायें की बनाय जाने चाहिये। सबसे बड़े दण्ड की पहले भीर सबसे छोटे दण्ड की अन्त में बनात हैं। दण्ड बायें से दायें अवरोही क्रम में बनाये जाने चाहिये।
- (ए) दण्डों की चौड़ाई (Width of Bars)—दण्डों की लम्बाई व चौड़ाई को ध्यान में रखते हुये दण्डों की चौड़ाई भी चौड़ाई ली जा सकती है परन्तु यह ध्यान में रखना चाहिए कि वह ऐसी हो कि देखने में सुन्दर लगे। सभी दण्ड बराबर चौड़े होना चाहिए। दण्डों के बीच की दूरी थोड़ी परन्तु बराबर-बराबर होनी चाहिए।
- (ऐ) भग्न माप दण्ड (Broken Scale)—दण्ड चित्र में प्रत्येक दण्ड का प्रारम्भ क्षैतिज दण्ड की दशा में बायें से भीर उदग्र दण्ड की दशा में नीचे से ऊपर की दृश्य से होता है। परन्तु कहीं-कहीं ऐसी परिस्थिति होती है कि दण्ड-चित्र द्वारा प्रदर्शित की जाने वाली अधिकांश संख्याएँ छोटी होती हैं और कुछ बहुत बड़ी होती हैं। ऐसी दशा में यदि बड़ी संख्याओं के दण्ड दृश्य से प्रारम्भ करके बनाये जायें तो वे छोटी संख्याओं की प्रदर्शित करने वाले दण्डों की अपेक्षा बहुत अधिक बड़े होंगे। अतः पैमाना कम लेने पर बड़ी संख्याओं को प्रकट करने वाले दण्ड बहुत बड़े बनेंगे और उनके प्रदर्शन के लिये एक बहुत बड़े पृष्ठ की आवश्यकता होगी और यदि पैमाना अधिक लिया जाय तो छोटी संख्याओं की प्रकट करने वाले दण्ड इनके छोटे बनने के लिये प्रसंग्य होंगे। इस प्रभुविधा को दूर करने के लिये भग्न माप-दण्ड का सहारा लेना पड़ता है। ऐसी दशा में पैमाना कम लेकर दण्ड बनाये जाते हैं तथा लम्बे दण्डों की दृश्य से प्रारम्भ करके बीच भग्न (तोड़) कर पृष्ठ के योग्य बना लेते हैं।
- (ओ) टिप्पणियाँ (Notes)—यों तो चित्रों में जहाँ तक हो सके संख्याओं व टिप्पणियों की सहायता कम से कम ली जानी चाहिए परन्तु कहीं-कहीं स्पष्टीकरण के लिये यह आवश्यक होना है।

### विभिन्न प्रकार के दण्ड चित्र

#### (Different Kinds of Bar Diagrams)

- (१) उदग्र दण्ड (Vertical Bars)—उदग्र दण्ड सोचे खड़े बनाये जाते हैं तो उदग्र (Vertical) कहलाते हैं।

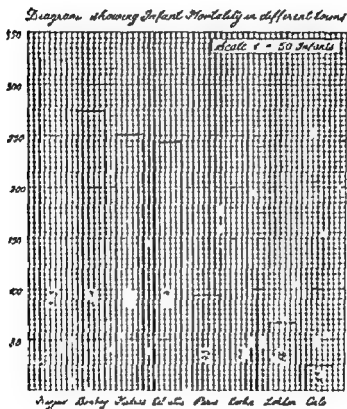
उदाहरण —

Represent the following diagrammatically —

( 4 ) Infant mortality in different towns —

Bombay 274, Nagpur 323, Paris 93, Calcutta 244, London 66,  
Oslo 23, Madras 251, and Berlin 82

( B Com , Agra , 1950 )



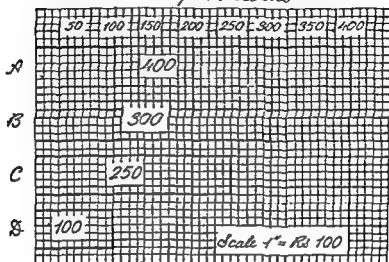
चित्र-२

(२) क्षैतिज दण्ड (Horizontal Bars) — इस ग्राफ में मूल वस्तुओं की तुलना क्षैतिज रूप से की जाती है। इसमें मूल वस्तु की तुलना क्षैतिज रूप से की जाती है।

उदाहरण :—

मान लीजिये यदि अ, ब, स और द चार व्यक्तियों का मासिक व्यय क्रमशः ४०० रुपये, १०० रुपये, २५० रुपये और ३०० रुपये है तो इसे सैतिज दण्ड चित्रों में निम्न ढंग से प्रदर्शित करेंगे :—

*Diagram showing monthly expenditure of 4 Persons*



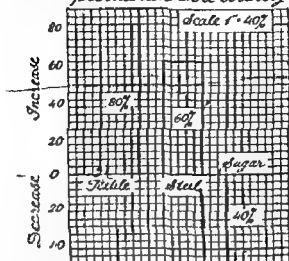
चित्र—३

(३) द्विदिशादण्ड चित्र (Dilateral or Duo-directional Bar Diagram)—दण्ड चित्र का यह एक प्रकार है जिसके द्वारा दो विपरीत गुण वाले तथ्यों का प्रदर्शन किया जाता है। उदग्र दण्ड बनाने में दण्ड ऊपर व नीचे की बनाए जाते हैं तथा सैतिज दण्ड बनाते समय बाये व दाये की बनाते हैं। किसी भी दशा में शून्य रेखा को बीच में मानते हैं।

मान लीजिये किसी वर्ष किसी देश में कपड़े के उत्पादन में ८० प्रतिशत व इस्पात के उत्पादन में ६०% वृद्धि हुई। परन्तु चीनी के उत्पादन में ४०% की कमी हो गई।

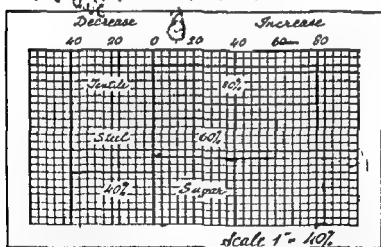
इसे उदग्र दण्ड में इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे :—

*Duo-Directional Bar Diagram showing percentage increase or decrease in — production in a country.*



चित्र—४

इसी प्रकार (Horizontal) चरम में इस प्रकार दिखाए गए :—

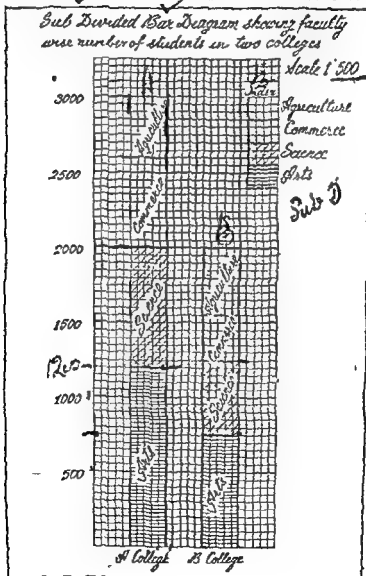


चित्र—५

(४) **सहसंयोजित दण्ड-चित्र (Sub-divided Bar Diagram)**—जब एक ही राशि कई भागों में विभाजित हो तो कुल राशि तथा उसके विभिन्न भागों की संतुल्यता दर्शाने के लिए प्रयुक्त कर सकते हैं। ये विभिन्न भाग कुल परिमाण के साथ समान अनुपात में बँटते हैं और ये एक दूसरे के साथ तुलनीय होते हैं। इनके द्वारा राशियों की तुलना के साथ उनके विभिन्न भागों की तुलना हो जाती है। विभिन्न भागों को विभिन्न रंगों या चिन्हों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। उदाहरण :—

Represent the following by Sub-divided Bar diagram :—  
Faculty-wise Number of Students in two Colleges

College	Number of Students				Total
	Arts	Science	Commerce	Agriculture	
A	1200	800	600	400	3000
B	700	500	300	450	2000
Total	1900	1300	900	850	5000



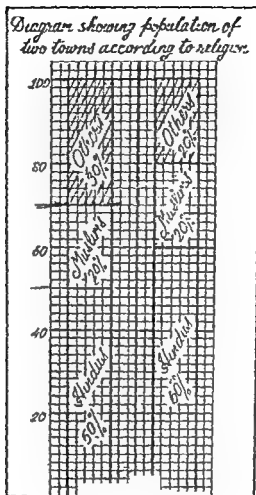
(१) प्रतिशत अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र (Percentage Sub-divided Bar Diagram)—यहाँ पर पूर्ण मूल्य को सौ मानकर उसके विभिन्न भागों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। हर एक दण्ड की लम्बाई और चौड़ाई बराबर होनी है। वेकन उनके अन्तर्विभाजन में प्रतिशत की भिन्नता के अनुसार अन्तर होता है। इसलिये इस प्रकार के दण्ड-चित्र का सबसे बड़ा गुण यह है कि सम्पूर्ण के भागों की प्रतिशत में व्यक्त करने के कारण उनकी तुलना में बड़ी सरलता होनी है। परन्तु इस प्रकार के चित्र का एक बहुत बड़ा दोष भी है और वह यह कि यहाँ कुल सामग्री की तुलना सम्भव नहीं क्योंकि सब राशियों के लिये बराबर-बराबर लम्बाई व चौड़ाई के दण्ड लीये जाते हैं।

मान लीजिये दो नगर अ और ब की जनसंख्या का विवरण निम्नी विधि समय पर निम्न प्रकार है :—

Table

Population Distribution of two towns According to Religion.

A—Town			B—Town		
Religions	No of Followers	Percentage	Religions	No of Followers	Percentage
Hinduism	5,000	50 %	Hinduism	3,600	60
Islam	2,000	20 %	Islam	1,200	20
Others	3,000	30 %	Others	1,200	20
Total	10,000	100	Total	6,000	100



चित्र—

(६) मिश्रित दण्ड-चित्र (Compound Bar Diagram)—घाँड़ों के विभिन्न गुणों का तुलनात्मक चित्रण करने के लिये, दण्डों को एक दूसरे से सटाकर बनाया जाता है। इन दण्डों की समानता के अनुसार विभिन्न रंगों या चिह्नों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।

इस प्रकार के दण्ड-चित्र कई प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) युगल दण्ड-चित्र (Double Bar Diagram)—जब दो गुण या दो समय को प्रकट करने के लिये दो-दो दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाय।



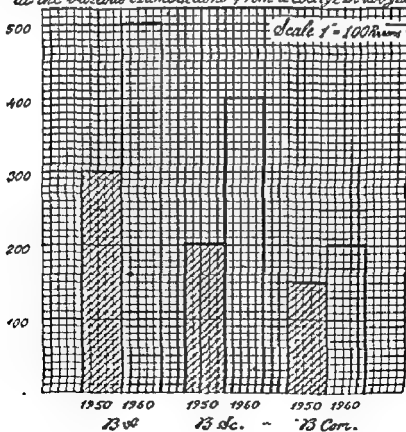
उदाहरण—

Table

Showing number of students appearing at the various examination from a College in two different years.

Examination	Number of Students	
	1950	1960
B. A.	300	500
B Sc	200	400
B Com	150	200

Bar Diagram showing number of students appearing at the various examinations from a college in two years



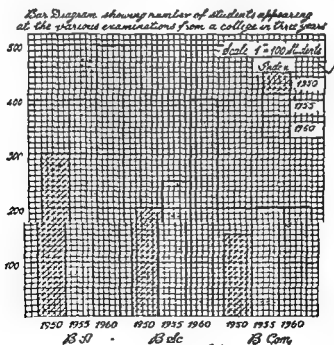
(ख) त्रिदण्ड-चित्र (Treble Bar Diagram)—यहाँ पर तीन गुण या एक ही गुण की तीन अवस्थाएँ या समय की प्रकट करने के लिये तीन-तीन दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाता है।

उदाहरण—मान लीजिये कि ऊपर के उदाहरण में तीन वर्षों में परीक्षा में सम्मिलित होने वाले विद्यार्थियों की संख्या दी गई है।

Table

Showing Number of Students appearing at the various Examinations from a College in three different years.

Examinations	Number of Students		
	1950	1955	1960
B. A.	300	400	500
B. Sc.	200	250	400
B. Com.	150	200	200
Total	550	850	1100



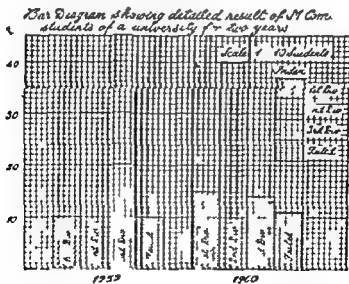
(ग) बहुवर्ण्य चित्र (Multiple Bar Diagram)—इस चित्र द्वारा तीन गुण से अधिक या एक ही गुण के तीन स्तरों या अवस्थाओं से अधिक को प्रदर्शित करने के लिए प्रत्येक गुण या अवस्था के विषये अलग अलग दृष्ट सट्टे सट्टे बनाते हैं। जैसे मान सीरियल ऊपर के उदाहरण में एक वर्ष या दो वर्ष या इससे भी अधिक वर्ष और तत्पश्चात् भी आँकों के सम्मिलित कर नियम जाँच तो कुछ जितने वर्ष के आँकों के होंगे उतने दृष्ट सट्टे सट्टे बनाय जायेंगे।

उदाहरण—

The following table shows the result of M Com students of a university for the last two years

Year	Number of Students				Total
	Ist Div	IInd Div	IIIrd Div	Failed	
1959	10	30	20	10	70
1960	15	40	14	11	80
Total	25	70	34	21	150

Represent by Multiple Bar Diagram



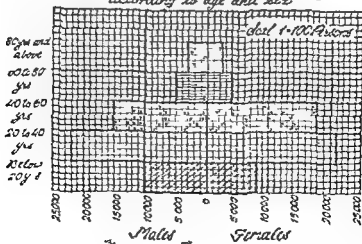
(७) स्तूप चित्र (Pyramid Diagram)—इस चित्र की प्राकृति स्तूप जैसी होती है। अधिकांश इस चित्र का प्रयोग विभिन्न आयु वर्गों व स्त्री पुरुषों की संख्या को प्रदर्शित करने के लिये किया जाता है। इस चित्र में आधार रेखा की बीच में उदग्र (Verucal) रूप में मानते हैं और उसके दोनों ओर क्षैतिज (Horizontal) दृष्टि की रचना एक दूसरे से सटे हुए की जाती है। जन संख्या, आयु, शिक्षा आदि स मध्यस्थित प्राकृति इस रीति से सफनतापूर्वक दिखनाये जा सकते हैं। ये देखने में बहुत चित्ताकर्षक होते हैं।

उदाहरण—

The table given below shows the population of a city according to age groups and sex. Represent the same by a suitable diagram.

Age group	Males	Females	Total
Below 20	10 000	8,000	18 000
20—40	22 000	21,000	43 000
40—60	15,000	18 000	33,000
60—80	5,000	4,000	9,000
80 and above	3,000	2,500	5,500
	55 000	53,500	1 08 500

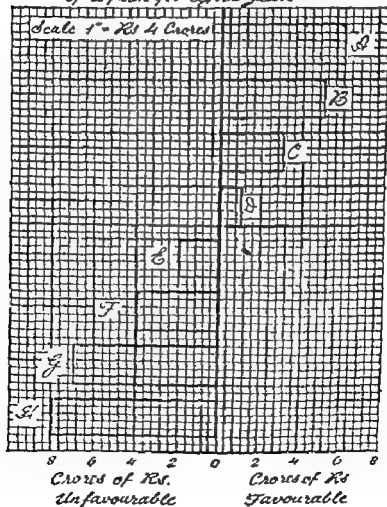
Diagram representing population of a city according to age and sex



४(घ) विचलन दण्ड चित्र (Deviation Bar Diagram)—इस प्रकार के दंड चित्रों की रचना स्थान या समय के कारण समंको के होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करने के लिये होती है। इन चित्रों में मुख्य राशियों का प्रदर्शन नहीं होता बल्कि उनके शुद्ध विचलन (Net Deviation) ही को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार विचलन और उसकी दिशाओं का ज्ञान होता है अर्थात् यह प्रदर्शित किया जाता है कि विचलन कितना व किस दिशा में है।

उदाहरण—

*Diagram showing the balance of trade of a firm for eight years*



The following table shows the import and export and balance of trade of a firm during last 3 years. Show the balance of trade by means of a diagram.

Year	Import (in crores of Rs)	Export (in crores of Rs.)	Balance of Trade (in crores of Rs)
A	20	26	+6
B	18	23	+5
C	16	19	+3
D	17	18	+1
E	22	20	-2
F	26	22	-4
G	27	20	-7
H	30	22	-8

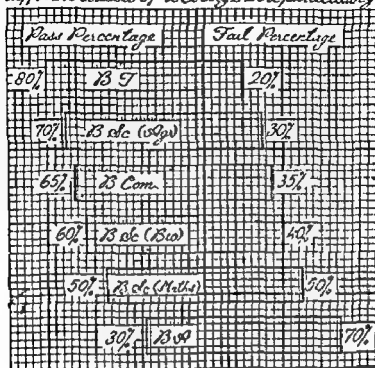
(६) सरकन दंड चित्र (Sliding Bar Diagram)—ये दंड द्विदिशा दंड (Duo Directional Bar) से मिलते जुलते हैं। इनका अध्ययन भी उन्हों की तरह दो दिशाओं में किया जा सकता है। परन्तु अन्तर यह है कि द्विदिशा दंड की सम्बाई मूल्यों को प्रदर्शित करती है और इसीलिये सभी दंडों की सम्बाइयाँ भिन्न-भिन्न होती हैं। सरकन दंड पूर्ण मूल्यों को १०० मान कर बनाये जाते हैं इसलिये उन सबकी सम्बाई एक-सी होती है। परन्तु उनके विभागों की सम्बाई में अन्तर होता है। परन्तु इस प्रकार के दंड नहीं बनाये जाते हैं जहाँ मूल्य को दो विभागों में दिया गया हो और दोनों विभागों को प्रतिशत में प्रदर्शित किया जाना हो।

उदाहरण—

The following table gives the pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year —

Class	Pass Percentage	Fail Percentage	Total
B. T.	80	20	100
B. Sc. (Ag.)	70	30	100
B. Com.	65	35	100
B. Sc. (B'o.)	60	40	100
B. Sc. (Maths.)	50	50	100
B. A.	30	70	100

Diagram showing pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year



Scale 1" = 40%

चित्र—१३

## (२) द्वि-विमा चित्र (Two Dimensional Diagram)

एक माप वाले चित्रों में केवल दण्डों की लम्बाई या ऊँचाई द्वारा ही धेरियों की तुलना की जाती है। चौड़ाई सभी दण्डों की समान बराबर होती है। अर्थात् केवल एक दिशा में ही तुलना होती है। मोटाई की ओर कुछ भी ध्यान नहीं दिया जाता। मोटाई केवल चित्रों को सुन्दर बनाने के लिये दी जाती है। अर्थात् द्वि-विमा चित्रों में लम्बाई और चौड़ाई दोनों द्वारा मूल्यों का चित्रण किया जाता है। इसलिए ऐसे चित्रों में चौड़ाई या मोटाई भिन्न-भिन्न होती है और वह माप के अनुसार ही होती है। इन चित्रों को इलाक़ा-चित्र (Area Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहाँ क्षेत्रफल वर्तमान के अनुपात में होते हैं। ऐसे चित्र तीन प्रकार के होते हैं—

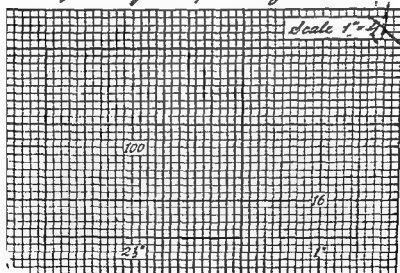
### (क) वर्ग-चित्र (Square Diagram)

(ख) वत्तुल चित्र (Circular or Pie Diagram) ।

(ग) धावत चित्र (Rectangular Diagram) ।

(क) वर्ग चित्र ( Square Diagram )—जब दो ऐसी मात्राओं में तुलना करनी हो जिनमें काफी अन्तर हो तो दण्ड-चित्र उपयुक्त नहीं होता क्योंकि ऐसी दशा में चाहे कोई भी माप-दण्ड लिया जाय वह ठीक नहीं होगा । क्योंकि एक दंड बहुत बड़ा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा । बड़े दण्ड को कागज पर दिखाना कठिन हो जायेगा और छोटा दण्ड इतना छोटा होगा कि वह अस्पष्ट हो जायेगा । ऐसी दशा में उन संख्याओं का वर्गमूल निकालकर उन्हें भुजा मानकर उमी अनुपात में उन पर वर्ग बनाने हैं । मान लीजिये दो संख्याएँ १०० और १६ की वित्री द्वारा प्रदर्शित करना है । यहाँ दंड चित्र उपयुक्त नहीं होगा क्योंकि एक दण्ड बहुत बड़ा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा और तुलना में असुविधा होगी । इसलिए इन संख्याओं का वर्गमूल निकालेंगे जो क्रमशः १० व ४ हुआ अर्थात् इनके वर्गों की भुजाओं में २३" व ३" का अनुपात होगा और २३" व १" की भुजा मानकर दो वर्ग इस प्रकार बनायेंगे :—

*Square Diagram representing 100 and 16.*



चित्र—१४

उदाहरण—

Represent the following information by suitable diagram :—  
Production of coal in 1951 of four different countries.

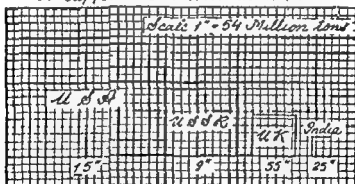


Country	Production (00,00,000 Tons)
U. S. A.	130.1
U. S. S. R.	41.0
U. K.	16.4
India	3.3

### Solution

Country	Production (00,00,000 Tons)	Square Root	Length of a side of Square inches
U. S. R.	130.1	11.40	1.56
U. S. S. R.	41.0	6.43	0.91
U. K.	16.4	4.05	0.55
India	3.3	1.82	0.25

*Square Diagram showing coal production in different countries in 1951*



### चित्र—१५

दो वर्गों के बीच का अन्तर अपनी दृष्टानुसार लिया जा सकता है। परन्तु साधारणतया एक ही होनी चाहिये। वर्ग चित्र का सबसे बड़ा दोष यह है कि इसका उप-विभाग करना कठिन है। दूसरे एक ही दृष्टि में अनुपात का सही ज्ञान नहीं हो पाता।

(त) वृत्त चित्र (Circular or Pie Diagram)—समंती का तुलनात्मक अध्ययन करने के लिये वृत्तों का भी प्रयोग करते हैं। वर्गों की भुजाओं के ही अनुपात में अर्ध-व्यास (Radius) लेकर वर्गों के स्थान पर वृत्त भी बनाये जा

सकते हैं। वर्गों के स्थान पर वृत्त बनाने के दो लाभ हैं। एक तो वृत्त का बनाना सरल होता है और वे देखने में सुन्दर लगते हैं। दूसरे उनके द्वारा समंको के विभाजन को प्रदर्शित किया जा सकता है। वृत्तों का प्रयोग प्रायः विश्व के विभिन्न देशों के उत्पादन, जनसंख्या, आदि को प्रदर्शित करने के लिये होता है।

उदाहरण—

Represent the following by a suitable diagram :—

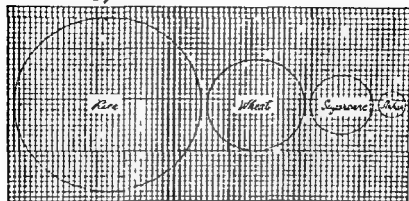
Table showing value of output of some Principal Agricultural Commodities (1950-51)

Commodities	Value in crores of Rs.
Rice	1,199
Wheat	334
Sugarcane	305
Arhar	83

Relation

Commodities	Value in crores of Rs.	Square Root	Length of Radius in inches
Rice	1,199	34.6	1.7
Wheat	334	18.2	.9
Sugarcane	305	17.4	.87
Arhar	83	9.1	.45

*Circular Diagrams showing value of output of some principal Agricultural Commodities (1950-51)*



चित्र—१६

### घन्तविभक्त घटुंस चित्र (Sub divided Circular Diagram)

घटुओं की बहुत बड़ी उपयोगिता घन्तविभाजन की सुविधा के कारण है। वगैरे में यह सुविधा नहीं रहती। घटु के सेन्टर पर  $360^\circ$  का कोण होता है। सम्पूर्ण को  $360^\circ$  मानकर सम्पूर्ण के विभागों को उसी अनुपात में निश्चित कर लेते हैं। इस प्रकार सभी विभागों का जोड़  $360^\circ$  होगा। इन विभिन्न निश्चित किये हुए विभागों के अनुसार कोण बनाती हुये रेखायें परिधि से मिला देते हैं।

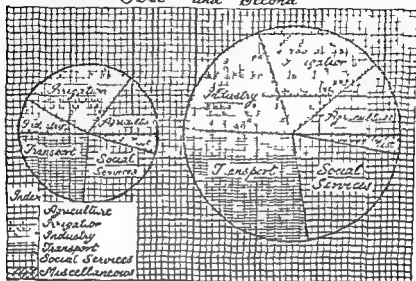
उदाहरण—

The following table gives the distribution of plan outlay by major heads of development Represent this by suitable diagram.

Heads	First Five Year Plan		Second Five Year Plan	
	Provisions (Rs. crores)	Angle of the Sector	Provisions (Rs. crores)	Angle of the Sector
Agricultural & Community Development	337	51.6	568	42.6
Irrigation & Power	661	101.9	913	68.5
Industry & Mining	179	27.3	890	66.8
Transport & Communication	557	85.1	1,385	103.8
Social Services	533	81.4	945	70.9
Miscellaneous	69	10.6	99	7.4
	2,336	360.0	4,800	360.0

सन् २३१६ व ४८०० का वर्गमूल निकालें जो लगभग ४८.५ घोर ६६ ३ होंगे। अब वृत्त व व्यास इसी अनुपात में लेकर वृत्त बनायें।

*Circular Diagrams showing Distribution of plan outlay  
First and Second*



चित्र—१३

(ग) आयत चित्र (Rectangular Diagram)—आयतों के क्षेत्रफल द्वारा राशियों की तुलना की जाती है। परंतु इनका प्रयोग उन परिस्थितियों में होता है जब समान के दो गुणों को साप-साप प्रदर्शित करना हो। पारिवारिक आय व्ययक प्रदर्शित करने के लिए आय और व्यय का प्रयोग होता है। आयत भी दो प्रकार के होते हैं।

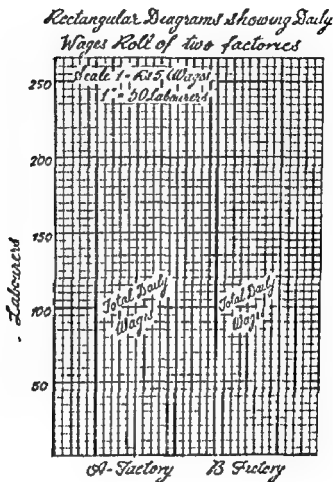
(१) भविष्यजित।

(२) विमाजित।

यदि किसी कारखाने की प्रतिदिन की औसत मजदूरी और मजदूरों की संख्या में गुणा कर दिया जाय तो प्रतिदिन की पूरी मजदूरी का पता चल जायेगा और यदि आयत की एक भुजा को प्रतिदिन की औसत मजदूरी और दूसरी को मजदूरों की संख्या मान लें तो आयत का क्षेत्रफल एक दिन की सम्पूर्ण मजदूरी को प्रकट करेगा।

मान लीजिये कि कारखाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी ५ रुपये है और वहां कुल २०० मजदूर हैं और यदि कारखाने में प्रति मजदूर औसत मजदूरी

४ रुपये हैं और कुल २५० मजदूर हैं तो इसे साधन चित्र द्वारा इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे—

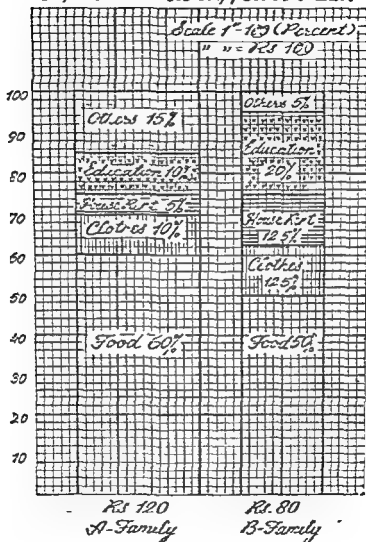


चित्र—१३

जब दो या अधिक मापदंडों की तुलना करनी हो और उनका प्रतिमान भी दिया जा हो तब तुलना की सरलता के लिए साधन का प्रयोग करते हैं और सम्पूर्ण को १०० मापदंड प्रत्येक भाग को प्रतिभाग में प्रकट करते हैं। उन्हीं दत्ता म मापदंडों की दोहराई मापदंडों के अनुपात में होती है और उन्हीं, सबसे बराबर होती है जो १०० को प्रकट करती हैं और वह गुणधुनार कोई भी हो जा सकती है।

मान लीजिये प्र मोर व दो परिवारों के व्यय का विवरण निम्नलिखित है.—

*Diagram showing monthly percentage Expenditure on different Heads*



चित्र—१६

Table

Allocation of Expenditure of two Families A and B on different heads of expenditure in a month.

Different heads of Expenditure	A Family		B Family	
	Expenses in Rs.	Percent expenses	Expenses in Rs.	Percent expenses
Food	72	60	40	50
Clothes	12	10	10	12.5
House Rent	6	5	10	12.5
Education	12	10	16	20
Others	18	15	4	5
Total	Rs. 120	100	Rs. 80	100

### (३) त्रिविमा चित्र (Three Dimensional Diagram)—

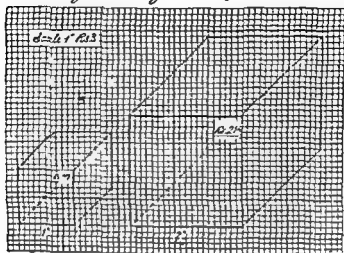
इसे परिमा विन (Volume Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहाँ पर परिमा के अनुपात में विश्वों का निर्माण होता है। जब दो मात्राओं में एक छोटी तथा दूसरी बहुत बड़ी हो—इतनी बड़ी हो कि वर्गमूल लेने पर भी दोनों में बहुत बड़ा भिन्न हो तो इन्हें दण्ड के रूप में प्रदर्शित करने की कोश करेंगे, वर्ग में भी प्रदर्शित करने में असुविधा होगी क्योंकि एक वर्ग बहुत बड़ा तथा दूसरा बहुत छोटा बनेगा। अतः त्रिविमा प्रमावनाली में प्राकर्षक नहीं होगी। इसलिये ऐसी दशाओं में त्रिविमा चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इसके लिये सर्व प्रथम संख्याओं का घनमूल (Cube root) निकाल लेते हैं। फिर इन घनमूलों के अनुपात में भुजाएँ लेकर उन पर घन बनाते हैं। इन घनों का आयतन (Volume) संख्याओं के अनुपात में होगा। इस प्रकार के विश्वों में घन (Cubes), इष्टका (Blocks), गोले (Spheres) और बेलनाकार (Cylindrical) चित्र प्रसृत हैं।

उदाहरण—मान लीजिये दो व्यक्तियों में घोर व वायविक वेतन क्रमशः २७ व २१६ रु० है। इनके घनमूल क्रमशः ३ और ६ हूँगे। इन्हें ही भुजा मानकर घन बनायेंगे (चित्र १६)।

त्रिविमा विश्वों का प्रयोग तीन सम्बन्धित मात्राओं की प्रकट करने के लिये भी किया जाता है। उदाहरणार्थ मान लीजिये किसी कारखाने की प्रतिदिन की प्रति मजदूर औसत मजदूरी २ रुपये मजदूरों की संख्या १०० और महीना ३० दिन का है और इसे त्रिविमा में दिखाना है तथा महीने भर की कुल मजदूरी की प्रकट करना है। दण्ड व्यवस्था में घन की तीनों भुजाओं में एक पर प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी, दूसरी पर मजदूरों की संख्या तथा तीसरी पर महीने के दिनों की संख्या को दिखाने और इस प्रकार तीनों का गुणनफल घनत्व की प्रकट करेगा। यही इस कारखाने की

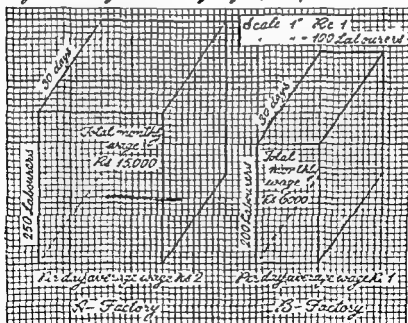
कुल मासिक मजदूरी होगी। इसी प्रकार कई कारखानों की तुलना या एक ही कारखाने की कई वर्षों या माहों की मजदूरी की तुलना की जा सकती है। (चित्र २०)

Diagram showing Salaries of Sand B



चित्र—२०

Diagrams showing total monthly wages of two factories A and B



चित्र—२१



उदाहरण—मान लीजिये कि बारसाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर मोसल मजदूरी २ रुपये तथा मजदूरी की सख्या २५० है तथा कि बारसाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर मोसल मजदूरी १ रुपये तथा मजदूरी की सख्या २०० है। महीने के दिन ३० हैं तो इसे चित्र २० में इस प्रकार दिखायेंगे।

#### (४) मानचित्र (Cartograms or Map Diagrams)

सांख्यिकीय सामग्री को मान चित्रों द्वारा बहुत ही आकर्षक रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है। मान चित्रों में प्रायः जनसंख्या का घनत्व, वर्षा, उपज, तापक्रम आदि अनेक पदार्थ इत्यादि का वितरण प्रदर्शित किया जाता है। इन्हें विभिन्न रंगों या चिह्नों द्वारा और भी सुबोध और आकर्षक बना लिया जाता है।

*Mean Rain fall during the season of the Retreating Monsoons  
November — December*



चित्र—२२

#### (५) चित्र सेत (Pictograms)

सांख्यिक चित्रों द्वारा घकों को प्रदर्शित करने की रीति बहुत लोकप्रिय हो रही है। इस रीति में घकों की सम्बन्धित वस्तुओं के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं जैसे जनसंख्या वस्तुओं के चित्रों द्वारा, दूध का उत्पादन दूध के बर्तनों द्वारा, पशु सख्या पशुओं के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह रीति बहुत अच्छी है और इन चित्रों का प्रभाव दीप्त तथा स्थायी होता है। ये चित्र जन-साधारण की समझ में आसना में आ जाते हैं। इस रीति को खनाने वाले बियना निवासी डा० मोटो गुरेय

	Rs	I C S	Rs
Artisan	15 0	Labourer	2,000 0
Clerk	20 0	Pcon	10 0
Greengrocer	40 0	Pleader	12 5
Gumashta	30 0	School Teacher	150 0
Cultivator	5 0	University Teacher	300 0
Doctor	250 0		

(B Com Varanasi, 1945)

- 13 Represent the following data regarding the monthly expenditure of two families by a suitable diagram —

Item of expenditure	Family A (Income Rs 500)	Family B (Income Rs 800)
(a) Food	200	250
(b) Clothing	100	200
(c) House Rent	80	100
(d) Fuel & Lighting	40	50
(e) Miscellaneous (Including Saving)	80	200
	Rs 500	Rs 800

(B Com, Agra, 1952)

- 14 Utilize the following data to present diagrammatically the relative increase in note circulation towards the end of 194 in the different countries —

## Notes in Circulation

(In Millions of Natural Currency Unit)

Country	1939	End of 1955
Canada	233	1,129
U S A.	7 598	28,507
U K	555	1,380
Australia	57	200
India	2,245	12 109

(M Com., Allahabad 1948)

- 15 Represent the following by sub-divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, Proceeds, Profit or Loss per chair during 1938, 1939 and 1940

Particulars	1938	1939	1940
Cost Per chair —	Rs	Rs	Rs
(a) Wages	4 5	7 5	10 5
(b) Other costs	3 0	5 1	7 0
(c) Polishing	1 5	2 4	8 5
Total Cost	9 0	15 0	21 0

Proceeds per chair	100	100	200
Profit (+) Loss (—)	(+)	100	(—) 100
(B Com, Agra, 1956, B Com, Allahabad, 1918)			

- 16 The following table gives the details of the cost of construction of a house in Allahabad —

	Rs		Rs
Land	4 500	Cement	800
Labour	2,500	Lime	800
Bricks	2,000	Stone	600
Iron	1,800	Sand	200
Timber	1,500	Other things	1,300

Represent the above figures by a suitable diagram

(B Com, Allahabad, 1947)

- 17 The following are the figures of the population of the various countries of the world and of total world Population in 1931 —

Country	Population (000,5 omitted)
China	4 11,770
India	3,52 370
U S S R.	1 61,000
U S A	1,24 070
Germany	64,776
Japan	64,770
U K	46 077
France	41,860
Italy	41,100
Others	7,00,077

World 20 12,600

Represent the above data by a circular diagram divided into sectors

(B Com Allahabad 1919, B Com, Lucknow, 1951)

- 8 Diagrammatically compare the following statistics of textiles production and imports in India. What conclusions do you draw from the given figures?

	In Crores of Yards	
	1913-14	1930-39
Mill Production	116 4	426 9
Hand Loom Production	106 11	192 0
Imports	319 7	61 7

(B Com Allahabad, 1951)

19. Represent the following by a suitable diagram —

Principal heads of Revenue	1938—39 Lacs of Rs	1939—40 Lacs of Rs
Customs	4,030	4,588
Central, Excise duties	868	652
Corporation Tax	204	238
Taxes on income	1,364	1,420
Salt	812	1,080
Opium	50	46
Other heads	112	130

(B Com, Nagpur, 1943)

- 20 Show by means of Circular Diagrams the following —
- | Centres       | Clearing House Returns<br>(Amount in Crores of rupees) |       |
|---------------|--|-------|
|               | 1940   | 1945  |
| Calcutta      | 1,070  | 2,670 |
| Bombay        | 829  | 2,443 |
| Madras        | 108  | 274   |
| Other Centres | 313  | 515   |

(B Com, Rajputana, 1955)

- 21 Show the details of monthly expenditure of two families given below by means of two dimensional diagram —

Items of expenditure	Family A Income Rs 500 p m	Family B Income Rs 400 p m
Food	Rs 140	Rs 120
Clothing	80	80
House Rent	100	60
Education	30	40
Fuel & Lighting	40	20
Miscellaneous	40	40

(M A Punjab, 1952)

22. With the help of the following data regarding the Indian National Income between 1950-51 and 1953-54, draw a suitable diagram :—

National Income (in Crores of Rupees).				
Source	1953-54	1952-53	1951-52	1950-51
Agriculture	5,400	4,790	4,920	4,890
Mining, Manufacturing and handicrafts	1,800	1,760	1,730	1,530
Communication	1,800	1,780	1,790	1,690
Other services	1,610	1,510	1,500	1,410
<b>Total</b>	<b>10,610</b>	<b>9,870</b>	<b>10,010</b>	<b>9,550</b>

(M A Agra, 1955)

23. Draw suitable diagrams to illustrate the following data and comment on them :—

Heads of development	1st Five Year Plan	2nd Five Year Plan
	Total Provision (Rs Crores)	Total Provision (Rs Crores)
(a) Agriculture and Community Development	357	568
(b) Irrigation and Power	661	913
(c) Industry and Mining	179	890
(d) Transport and Communication	557	1,375
(e) Social Services	533	915
(f) Miscellaneous	61	99
	<b>2,356</b>	<b>4,800</b>

(B. Com, Agra, 1958)

24. Represent the following by sub divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, proceeds and Profit or Loss per table		
Particulars	1951	1956
Cost Per Table —	Rs	Rs
(a) Wages	21	9
(b) Other Costs	14	6
(c) Polishing	7	3
<b>Total Cost</b>	<b>42</b>	<b>18</b>
<b>Proceeds per Table</b>	<b>40</b>	<b>20</b>
<b>Profit (+) / Loss (-) Per Table</b>	<b>(-)2</b>	<b>(+)2</b>

(B Com, Allahabad, 1957)

25. The following table gives the details of monthly expenditure of three families —

Items of Expenditure	Family X	Family Y	Family Z
	Rs	Rs	Rs
Food	24	60	180
Clothing	4	14	70
House Rent	4	16	80
Education	3	11	24
Litigation	2	10	80
Conventional needs	1	6	120
Miscellaneous	2	3	46

Represent the above figure by a suitable diagram. Which family is spending most wisely? (M. Com., Allahabad, 1950)

26. The following table gives certain data in respect of cost production for two years —

	1940 Rs	1950 Rs
Proceeds per ton disposable		
Commercially	24	40
Cost Per ton —		
Wages	16	26
Other costs	9	10
Royalties	1	1
Profit (+) or Loss (-)	-2	+3

(B. Com., Patna, 1955)

27. Show by suitable diagrams the absolute and the relative changes in the student population of the Colleges A and B in the different departments for 1940 to 1947 —

	College A		College B	
	1940	1947	1940	1947
Arts	300	300	100	200
Science	120	500	150	200
Commerce	200	650	130	150
Law	100	300	100	120

(B. Com., Agra)

## अध्याय १०

# समंकों का विन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Data)

"समझने में ये रचना स सरलतम, सर्वाधिक चित्र और सरल अधिक प्रयोग में लाया जाने वाला चित्र विन्दु-रेख है।"<sup>1</sup>

—एम० एम० ब्लैयर

सांख्यिकीय आँकड़ों इन विज्ञान व कठिन हान हैं कि जन-सामान्य के लिये उनका समझना अत्यन्त कठिन है। वर्गीकरण व मादण्णीयन समंकों को व्यवस्थित व सुन्दर ढंग में प्रस्तुत करने हैं पण्णु उनके द्वारा आंकड़ों की विशेषताओं को ठीक प्रकार से नही प्रदर्शित किया जा सकता। इसीलिये रेखाओं, बिन्दु आदि का सहारा लिया जाता है कि ये सरलता से समझने योग्य हो सकें।

सांख्यिकी में विन्दु-रेख का बहुत अधिक महत्व है। गणित की दृष्टि से विन्दु रेख को "बीजगणितीय ज्यामिति का वर्णमाला" (Alphabet of Algebraical Geometry) कहा गया है।

चित्रों का उपयोग विशेष रूप से स्थान सम्बन्धी श्रृंखलाओं (Spatial Series) में होता है। काल श्रृंखलाओं (Time Series) और आवृत्ति वितरण (Frequency distribution) को प्रकट करने के लिये विन्दु रेख सर्वोत्तम है।

## विन्दुरेखीय प्रदर्शन के गुण (Merits of Graphic Presentation)

(१) आकर्षक व प्रभावशाली—विन्दु-रेख बहुत आकर्षक होते हैं। उन्हें सुन्दर ढंग में बनाकर और भी आकर्षक बना लिया जाता है। उन्हें देखकर कोई भी व्यक्ति प्रभावित हो जाता है। बनाया विन्दु-रेखों की ओर हमारा ध्यान आकर्षित होता है और हम उनका अध्ययन करने लगते हैं।

1. "The simplest to understand, the easiest to make, the most variable, and the most widely used type of Chart is the line graph."  
—M. M. Blair

( २ ) समझने में सरल—समझने की अव्यवस्थित और विज्ञान राशि विन्दु-रेखा के द्वारा सरल व सुबोध बन जाती है और वह जन-सामान्य के समझने योग्य हो जाती है। इनकी समझने के लिये मस्तिष्क पर कोई विशेष जोर नहीं डालना पड़ता।

### विन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख ग्यारह गुण हैं

- (१) आकर्षक व प्रभावशाली।
- (२) समझने में सरल।
- (३) समय व धर्म की वक्षत।
- (४) तुलनात्मक अध्ययन में सरलता।
- (५) एक दृष्टि में स्पष्ट।
- (६) स्थायी प्रभाव।
- (७) अन्तरगणन, बाह्यगणन व पूर्वानुमान में सुविधा।
- (८) सह-सम्बन्ध का अनुमान।
- (९) भूमिष्टिक एवं मध्यका का ज्ञान होना।
- (१०) ऐतिहासिक सूचनायें।
- (११) जीवन निर्वाह के स्तर।

### ( ३ ) समय व धर्म की वक्षत—

इन रीति द्वारा आंकड़ों को प्रस्तुत करने में समय व धर्म अपेक्षाकृत कम लगता है। इसी प्रकार जो लोग इसकी सहायता में आंकड़ों का अध्ययन करते हैं उनका भी समय व धर्म बचता है। उदाहरण स्वरूप तापक्रम के विन्दु-रेख को देखकर हम क्षण भर में लोगों की दशा के परिवर्तन का अनुमान लगा लेते हैं।

### ( ४ ) तुलनात्मक अध्ययन में सर-

लता—रेखाओं द्वारा दो प्रकार के समझों की तुलना में बहुत सुविधा रहती है। दोनों प्रकार के समझों की गतियों की दिशा का ठीक-ठीक ज्ञान सरलता से हो जाता है और उनका तुलनात्मक अध्ययन होता है।

( ५ ) एक दृष्टि में स्पष्ट—विन्दु-रेखा द्वारा प्रस्तुत समझों की एक दृष्टि में ही पर्याप्त यात्रा में समझा जा सकता है। वर्गीकरण व सारणीयन के द्वारा यह सम्भव नहीं है क्योंकि उनका अध्ययन करना पड़ता है। परन्तु यहाँ एक दृष्टि में परिवर्तन की गति स्पष्ट हो जायेगी।

( ६ ) स्थायी प्रभाव—संख्या सम्बन्धी सूचनाओं को प्रायः हम लोग कुछ समय के उपरान्त भूल जाते हैं क्योंकि सभी बातों की याद रखना सरल नहीं। परन्तु विन्दु-रेखा का प्रभाव पर्याप्त अंश में स्थायी होता है। इन्हे हम जल्दी नहीं भूलते हैं।

( ७ ) अन्तरगणन बाह्यगणन व पूर्वानुमान में सुविधा—विन्दु-रेखा की सहायता से अन्तरगणन, बाह्यगणन व पूर्वानुमान सरलता व सौकरता से किया जा सकता है। इसके द्वारा इन क्रियाओं के करने में बहुत सरलता होती है। न नूत्रों का प्रयोग करना पड़ता है और न संख्या सम्बन्धी अधिक क्रियायें ही करनी पड़ती है।



( ८ ) सह सम्बन्ध का अनुमान—विन्दु-रेखी की महापता से सह सम्बन्ध का बहुत धंशों में अनुमान लगाया जा सकता है। वक्रों की गति इसे स्पष्ट रूप से प्रवट करती है।

( ९ ) भूयष्टिक एवं मध्यका का ज्ञान होना—विन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा भूयष्टिक (Mode) तथा मध्यका (Median) (जिनका कि वर्णन अगले अध्याय में किया गया है) का ज्ञान सरलता से हो जाता है।

( १० ) ऐतिहासिक सूचनाएँ—ऐतिहासिक सूचनाएँ, जो कि शीटों के द्वारा प्रवट की जाती हैं, विन्दु रेखीय प्रदर्शन द्वारा अधिक प्रभावशाली रूप में दिखाई जा सकती हैं।

( ११ ) जीवन-निर्वाह के स्तर—विन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा जीवन निर्वाह के स्तर के उतार-चढ़ाव को दिखाया जा सकता है।

### विन्दुरेखीय प्रदर्शन के दोष (Demerits of Graphic Presentation)

विन्दु-रेखीय प्रदर्शन के निम्न दोष हैं :—

( १ ) शुद्धता की जाँच न होना—वक्रों के द्वारा गति का प्रदर्शन होता है परन्तु यास्तयिष मूल्य का अनुमान नहीं हो पाता। इसलिये शुद्धता की जाँच नहीं हो पाती।

( २ ) प्रभाव तर्कसंगत न होना—विन्दु-रेखी का प्रभाव कभी कभी शीटों तक ही रहता है। उन का प्रभाव तर्कसंगत न होने के कारण मस्तिष्क को प्रभावित नहीं कर पाता।

( ३ ) दुरुपयोग सम्भव—माप-दण्ड में थोड़ा परिवर्तन कर देने पर वक्र के आकार में बहुत अन्तर पड़ जाता है इसलिये विभिन्न माप-दण्डों की लेकर समानों की विभिन्न ढंगों से प्रस्तुत किया जा सकता है और इसका दुरुपयोग भी किया जा सकता है।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख  
छः दोष हैं

(१) शुद्धता की जाँच न होना।

(२) प्रभाव तर्कसंगत न होना।

(३) दुरुपयोग सम्भव।

(४) उद्भरण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना।

(५) अस्पष्टता सूचना देना।

(६) सुन्दरता पर अधिक जोर देना।

( ४ ) उद्भरण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना—जिनी तथ्य की पुष्टि के लिये विन्दु रेखी को उद्भरण के रूप में नहीं प्रस्तुत किया जा सकता।

( ५ ) अस्पष्टता सूचना देना—विन्दु-रेखी के द्वारा रेखाँकारीय सामग्री

को नहीं प्रस्तुत किया जा सकता है और न ये सभी प्रकार की समस्याओं के समाधान में सहायक हो सकते हैं इसलिये इनकी सूचनायें अपर्याप्त होती हैं।

( ६ ) सुन्दरता पर अधिक जोर देना—इन्हें बनाते समय इन्हें सुन्दर व आकर्षक बनाने पर अधिक जोर दिया जाता है और तथ्यों के भाव को प्रकट करने का प्रयत्न उतनी लयन से नहीं किया जाता है।

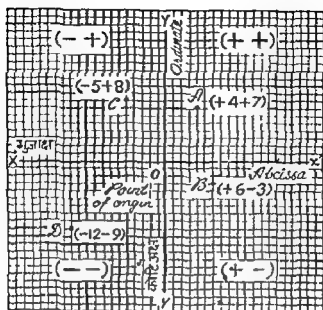
### बिन्दु-रेखा की रचना (Construction of Graph)

बिन्दु-रेखा की रचना सामान्यतः बिन्दु-रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर होती है। सर्वप्रथम प्राप्त आँकड़ों के आकार व प्रकार को ध्यान में रखते हुये इस पत्र के किसी भी कटान-बिन्दु (Intersecting point) को मूल-बिन्दु या मूल बिन्दु (Point of origin) मान लिया जाता है और उस बिन्दु पर एक दूसरे को सम्बन्धित करने वाली उदग्र (Vertical) और क्षैतिज (Horizontal) रेखाओं पर स्याही या पेसिल फेर कर मोटी व स्पष्ट कर देते हैं। इन उदग्र रेखा को उदग्र-माप-श्रेणी (y-axis) या कोटि-ग्रन्थ (ordinate) क्षैतिज रेखा को क्षैतिज-माप-श्रेणी, (x-axis) या भुजाक्ष (Abcissa) कहते हैं। भुजाक्ष के नियम यय' (xx') तथा कोटि-ग्रन्थ के नियम रर' (yy') मकेतो का प्रयोग प्रचलन में है। इस प्रकार बिन्दु-रेखीय-पत्र चार भागों में बँट जाता है जिनमें से प्रत्येक भाग को चरण (Quadrants) कहते हैं। बिन्दु-रेखीय-पत्र पर किसी भी बिन्दु को प्राक्षित (Plot) करते समय उदग्र-माप-श्रेणी व क्षैतिज-माप-श्रेणी दोनों पर अध्ययन करके उसे निश्चित करते हैं।

मूल-बिन्दु (Point of origin) के दाहिने ओर ऊपर की ओर धनात्मक राशियाँ और नीचे तथा बायीं ओर ऋणात्मक राशियाँ अक्षित की जाती हैं। इस प्रकार भुजाक्ष पर मूल बिन्दु अर्थात् 0 से ९ तक दाहिनी ओर  $+1 +2 +3 +4$  आदि और 0 से ९ तक ऋण राशियाँ जैसे  $-1 -2 -3 -4$  आदि अक्षित की जाती हैं। इसी प्रकार कोटि-ग्रन्थ पर 0 से ऊपर की ओर अर्थात् 0 से y तक धनात्मक राशियाँ और नीचे की ओर अर्थात् 0 से y' तक ऋणात्मक राशियाँ अक्षित की जाती हैं।

उदाहरण—Plot the following points on a graph paper :—

A	$-4$	$+7$
B	$+6$	$-3$
C	$-5$	$+8$
D	$-12$	$-9$



चित्र—२४

### बिन्दु-रेख बनाने का नियम (Rules for Constructing Graph)

साज के गुण में बिन्दु-रेखों का बहुत महत्व बढ़ गया है। परन्तु ये सभी उपयोगी हो सकते हैं जब उन्हें शुद्धता के साथ बनाया जाय। अन्यथा ये भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इसलिए बिन्दु-रेख बनाने समय बहुत सावधानी की आवश्यकता पड़ती है। बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन करने समय निम्न नियमों का पालन करना आवश्यक है :—

( १ ) उपयुक्त व पूर्ण क्षीर्णक होना—प्रत्येक रेखा-चित्र का उपयुक्त व पूर्ण क्षीर्णक होना चाहिये ताकि देखते ही देखते यह समझ में आ जाय कि यह किनसे सम्बन्धित है।

( २ ) बिन्दु-रेखों की गति—बिन्दु-रेखों की गति शीतल पैमाने पर सामान्यतः धानी में दायी ओर और उदय पैमाने पर भीने में ऊपर होती है धाः मूल-बिन्दु को गन्ता-स्थान रखता चाहिये।

( ३ ) कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line)—उदय माप-दण्ड का चुनाव ऐसा होता चाहिये कि ध्रुव रेखा-यत्र पर दिखाई दे। यदि किसी कारण से बना सकता सम्भव न हो तो मूल-बिन्दु के पास ध्रुव रेखा से दूरस्थ करने कुछ ऊपर आकर इसे तीसरे कृत्रिम आधार-रेखा (False Base Line) बना लेना चाहिये।

घोर फिर उसके ऊपर अपनी आवश्यकतानुसार सरपाये निश्चित किये दूये पमाने के अनुसार शक्ति कर लेना चाहिये ।

( ४ ) माप दण्ड का चुनाव—माप दण्ड का चुनाव एक बहुत महत्वपूर्ण बात है । माप-दण्ड चुनने समय यह ध्यान रखना चाहिये कि वह ऐसा हो कि सभी पद विन्दु-रेखीय-पत्र में ठीक रूप से आ जायें । माप दण्ड ऐसा न हो कि कुछ सध्याये पत्र पर प्रान्वित न हो जा सकें या पत्र बड़ा हो और रेखा-चित्र उसने एक कोने में छोड़ा देने और इस प्रकार न वह आकर्षक हो न प्रभावशाली । यथा-सम्भव यह प्रयत्न करना चाहिये कि रेखाचित्र पत्र के मध्य में हो ।

( ५ ) भुजाक्ष की सम्बाद्धी—सामान्यतः इस बात का भी ध्यान रखना चाहिये कि सम्बाद्धी में भुजाक्ष कोटि-भक्ष की डेड गुनी हो ।

( ६ ) माप दण्ड का विलुप्त विवरण—माप-दण्ड का विलुप्त विवरण दिया जाना चाहिये ताकि वह सरलता से समझ में आ जाय कि आकार क्या प्रकट करता है ।

( ७ ) अन्तर करना—जहाँ कई वक्र बने हों वहाँ प्रत्येक वक्र को भलग चौथाई या रंग में प्रदर्शित करना चाहिए ताकि उनका अन्तर स्पष्ट रूप से प्रकट हो ।

( ८ ) शैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप दण्ड—शैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप-दण्ड भलग-भलग लिये जा सकते हैं । कभी-कभी उदग्र-माप-प्रेणी पर दो भालाभों को प्रकट करने के लिए दो माप-दण्ड साय-साय लिये जा सकते हैं ।

( ९ ) समंशों का प्राप्तिस्थान व आवश्यक टिप्पणियाँ देना—जहाँ आवश्यकता हो वहाँ समंशों का प्राप्ति-स्थान तथा आवश्यक टिप्पणियाँ भी दे देना चाहिये ताकि उनका स्रोत ठीक से पता रहे और उनकी शुद्धता की जाँच की जा सके ।

( १० ) संकेतों का देना—यदि कुछ संकेत (Index) हैं तो उन्हें नीचे कोने पर दे देना चाहिये ।

( ११ ) समंशों के परिणाम—सामान्यतः समय, स्थान, परिस्थिति, आकार आदि की इकाइयों को भुजाक्ष पर और समंशों के परिणाम, परतत्र पनो व भावृत्ति को कोटि-भक्ष पर प्रदर्शित करना चाहिये ।

( १२ ) माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों का देना—माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों को भुजाक्ष के नीचे और कोटि-भक्ष की बायीं ओर लिखना चाहिये ।

( १३ ) वक्रों के पास समंशों को देना—वक्रों के साथ समंशों को पास ही सारणी में दे देना चाहिये ताकि यदि कोई चाहे तो विलुप्त अध्ययन कर सके या शुद्धता की जाँच कर सके ।

## समको का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन

(१४) रेखाओं की मोटाई एसी होना—रेखा चित्र में बनाई जाने वाली रेखाओं का स्थानों पर एक-ही मोटाई की होनी चाहिये ताकि वह देखने में सुव्यवस्थित लगे ।

(१५) अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग करना—अनुपातिक श्रेणियों को प्रदर्शित करने के लिये अनुपात माप-श्रेणी (Ratio Scale) का प्रयोग करना चाहिये ।

(१६) घनात्मक तथ्याँ—जहाँ तथ्याँ केवल घनात्मक हो वहाँ घुमाव के नीचे या कोटि-पथ के बाईं ओर का भाग बिन्दु-रेखीय पथ पर दिखाना कर्तव्य है ।

बिन्दुरेखीय चक्रों का प्रयोग

बिन्दु-रेखीय चक्रों का प्रयोग दो प्रकार से किया जाता है :—

( १ ) कालिक मालाओं (Time Series) के प्रयोग के लिये ।

( २ ) साधारण माप-श्रेणी (Simple Scale) द्वारा,

( ३ ) अनुपातिक माप-श्रेणी (Ratio Scale) द्वारा ।

( ४ ) आवृत्ति वितरण (Frequency Distribution) के लिये ।

कालिक मालाओं का प्रयोग

गणितीय समय की समय के अनुसार तुलना करना भी बहुत बड़ा आवश्यक हो जाता है । कालिक मालाओं के प्रयोग के लिये बिन्दु-रेखीय चक्रों का प्रयोग किया जाता है । हो सकता है कि एक ही समय में बहुत से परिवर्तन हों या एक ही परिवर्तन हो ।

साधारण या प्राकृतिक माप श्रेणी पर कालिक चित्र (Histogram on Simple or Natural Scales) ✓/✓

कालिक मालाओं को प्रदर्शित करने के लिये जो बिन्दुरेखीय बनता है उसे कालिक चित्र (Histogram) कहते हैं । ये दो प्रकार से बनाये जाते हैं :—

(१) निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Histogram)

(क) एक चर (Variable) को प्रदर्शित करने के लिये ।

(ग) दो या अधिक चरों को प्रदर्शित करने के लिये ।

(२) निर्देशांक कालिक चित्र (Index Histogram)

(क) एक चर को प्रदर्शित करने के लिये ।

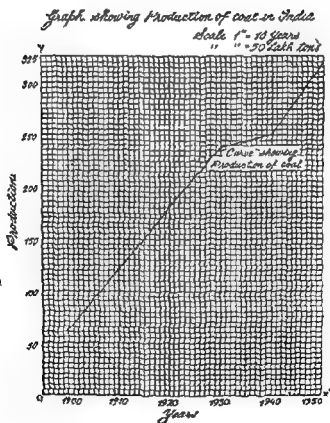
(ग) दो या अधिक चरों को प्रदर्शित करने के लिये ।

एक चर का निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Histogram of One Variable)

इस प्रकार के चित्र की रचना मूल गणितो के आधार पर की जाती है । नीचे भारत में कोयले के उत्पादन सम्बन्धी आँकड़े दिये हुये हैं ।

## Production of Coal in India

Year	Production (Lakh Tons)
1900	61
1910	120
1920	190
1930	238
1940	251
1950	320



### दो या अधिक चरों का निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Historigram of Two or More Variables)

एक चर का निरपेक्ष कालिक चित्र उपर बनाया जा चुका है। ठीक उसी ढंग से दो या अधिक चरों का निरपेक्ष कालिक चित्र बनाया जा सकता है। उनकी द्वाइयाँ सजातीय या विजातीय कुछ भी हो सकती हैं। जब द्वाइयाँ सजातीय हो तब तो उदग्र माप-थोड़ी पर एक ही माप दण्ड पर दोनों प्रकार की राशियों को प्राकित करते हैं परन्तु जब राशियाँ विजातीय हो तो यह सम्भव नहीं। तब कोटि-प्रक्ष पर प्रलग-प्रलग दो पैमानों की सेना पड़ता है।

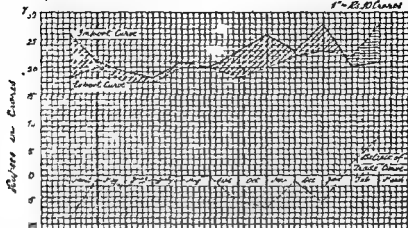
#### उदाहरण :

The following table gives the value of Imports and of Exports of (undivided) India for the year 1921-22 in crores of Rupees. Plot the figures on a graph paper and shows the balance of trade

Month	Imports	Exports	Balance of trade
April	26	18	—8
May	21	20	—1
June	19	17	—2
July	18	17	—1
August	21	20	—1
September	20	20	—
October	23	18	—5
November	26	20	—6
December	23	22	—1
January	28	23	—5
February	20	22	+2
March	21	28	+7

*Graph showing Imports, Exports and Balance of Trade of India in 1921-22.*

*Scale 1" = 2 months  
1" = Rs. 10 Crores*



चित्र—२६

### कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line)

बिन्दु-रेखा बनाते समय इस एक महत्वपूर्ण नियम का पालन करना आवश्यक है कि उदग्र माप पर (axis of Y) शून्य अर्थात् मूल बिन्दु से प्रारम्भ किया जाय। यह नियम क्षैतिज माप (axis of X) के लिये नहीं। इस नियम के अनुसार उदग्र माप पर शून्य से प्रारम्भ करने में कभी-कभी कठिनाइयाँ आती हैं। जैसे यदि वे मूल्य जिन्हें उदग्र माप-रेखा पर प्राकृतिक करते हो वे बहुत बड़े हो तो शून्य से प्रारम्भ करने पर निम्न अनुविधायें सामने आयेंगी :—

- ( १ ) कृत्रिम आधार रेखा से बहुत दूर चलेगा और कृत्रिम और आधार रेखा के बीच का बिन्दु-रेखा पत्र बेकार रहेगा।
- ( २ ) यदि मूल्य बड़े हो परन्तु उनमें के परिवर्तन बहुत कम हों तो वह भी स्पष्ट रूप से अंकित न किये जा सकेंगे क्योंकि यदि उनको स्पष्ट रूप से दिखाने के लिये माप कम लिया जाय तो बहुत बड़े बिन्दु-रेखा पत्र की आवश्यकता होगी।
- ( ३ ) इस प्रकार का प्रदर्शन अप्रभावशाली होगा। क्योंकि यदि माप बड़ा ले लिया जाय तो मूल्यों के उच्चावचन स्पष्ट रूप से न दिखाये जा



सर्वे में और यदि माप छोटा मूल्य लिया जाय तो एव बहुत बड़ा बिन्दु-रेख पत्र की आवश्यकता होगा और उस पत्र का एव बहुत बड़ा भाग बिना प्रयोग के बेकार पड़ा रहेगा ।

इन असुविधाओं को दूर करने और बिन्दु रेखा को प्रभावशाली बनाने के उद्देश्य में कृत्रिम आधार रेखा का सहारा लिया जाता है । इसमें उदग्र माप-श्रेणी का वह भाग जो मूल बिन्दु से लेकर निम्नतम मूल्य, जिसे प्राप्ति करना है, तक छोड़ दिया जाता है । इस प्रकार शून्य रेखा या मूल बिन्दु को प्रदर्शित करते हैं और उदग्र माप श्रेणी को उसके छोटे ही ऊपर चलकर छोड़ देते हैं और दो टेढ़ी-मढ़ी रेखाएँ शून्य रेखा के साथ-साथ खींच देते हैं ।

इन रेखाओं के बीच कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line) तिरा देने हैं । इनके ऊपर माप-श्रेणी वहाँ से प्रारम्भ करते हैं जो निम्नतम मूल्य है । इस रीति से तीनों असुविधायें जैसे व्यर्थ बिन्दु-रेख पत्र का पड़ा रहना, उत्पादकों को स्पष्ट न प्रदर्शित कर सकना, और बिन्दु-रेख का अप्रभावशाली होना दूर हो जाती हैं ।

फिर भी यथासाध्य इसका प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि बिन्दु-रेख द्वारा प्रदर्शन का मूल उद्देश्य वास्तविकता को प्रदर्शित करना है । इसने प्रयोग से यह सत्यता नहीं प्रदर्शित हो पाती जो अपेक्षित है ।

### उदाहरण :

India's Working Class Consumer Price Index (Cost of Living Index)

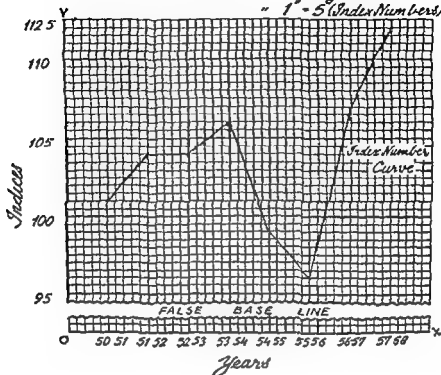
(Year 1949=100)

Year	Index Number
1930-31	101
1951-52	104
1952-53	104
1953-54	106
1954-55	99
1955-56	96
1956-57	107
1957-58	112

*Graph showing India's working class consumer price indices.*

*Scale 1" = 2 Years*

*" 1" = 5 (Index Numbers)*



चित्र—२७

### निर्देशांक कालिक चित्र (Index Historiogram)

यदि कालिक माला के निर्देशांक दिये हुए हों तो उन्हें टीक उसी प्रकार प्राकृत किया जाता है जैसे कालिक माला की मूल सरयाओं को किया जाता है। यदि निर्देशांक न दिये हों तो मूल राशियों को निर्देशांकों में परिवर्तित करके प्राकृत किया जायेगा। इससे चलो के अनुपातिक परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है।

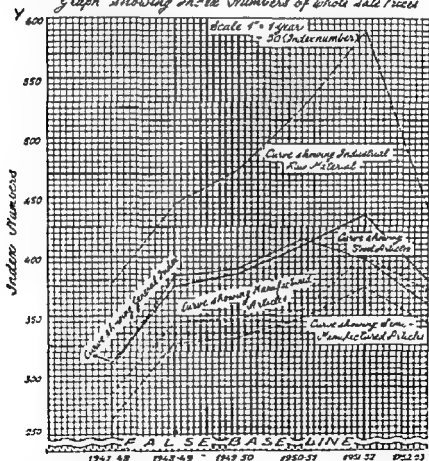
उदाहरण :

The following table gives the Index Numbers of wholesale price in India :—

Year	Food Articles	Industrial Raw Material	Semi-Manufactured Articles	Manufactured Articles	General Index
1917-48	306	377	262	286	308
1918-49	383	445	327	316	376
1919-50	391	472	332	347	385
1950-51	416	523	349	354	409
1951-52	399	592	374	401	435
1952-53	358	437	344	371	381

Plot the figures given above on a graph paper (Agra, M. A 1955)

Graph showing Index Numbers of whole sale Prices



चित्र—२८

दो माप दर्शों के रेखा-चित्र (Graphs of Double Scale)

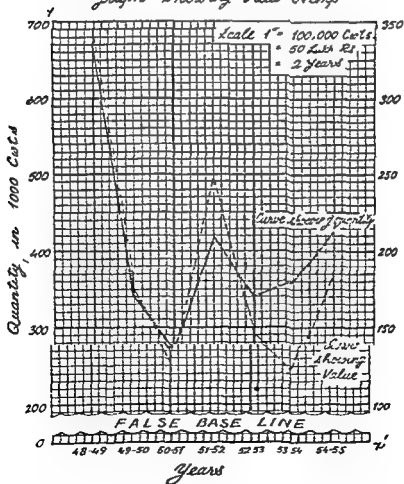
ऊपर दर्शन किया जा चुका है कि बड़ी-बड़ी बोटिंग-मशीन पर दो या अधिक

माप-दण्ड लेकर संख्याओं को प्रांकित करना पड़ता है क्योंकि वे दोनों ही विभिन्न इकाइयों को प्रकट करती हैं।

उदाहरण : Represent the following data Graphically Export of Raw Hemp, From India.

Year	Quantity (1000 Cwts)	Value (Lakhs of Rupees)
1948-49	665	339
1949-50	342	175
1950-51	271	128
1951-52	417	218
1952-53	342	146
1953-54	364	118
1954-55	426	184

*Graph showing Raw Hemp*



# अधिकतम व न्यूनतम मूल्यों के रेखा चित्र (Graphs of Maximum and Minimum Values)

कम-बना किसी चीज व किसी समय व अधिकतम व न्यूनतम उतार चढ़ाव को अंकित करने का आवश्यकता पड़ती है। जैसे किसी दिन या माह में किसी वस्तु का निम्नतम व अधिकतम भाव या किसी दिन किसी रोग का अधिकतम व निम्नतम तापमान। एसी दशा में अधिकतम मूल्यों का वक्र और निम्नतम मूल्यों का वक्र प्रसंग प्रसंग खाकर फिर उनका बीच के स्थान को बिना रंग या बिना स भर देन है। इन्हें ज़ोन कर्व (Zone Curve) कहते हैं।

## उदाहरण

### Temperature Record of a Patient for a Week

Day	Maximum	Minimum
Sunday	102	99.8
Monday	102.2	99.5
Tuesday	102.4	99.3
Wednesday	103.0	100.0
Thursday	103.6	100.0
Friday	102.8	99.6
Saturday	102.2	99.8

### Maximum and Minimum Temperature Record of a Patient



इसी रेखाचित्र को दूसरी रीति से भी दिखाया जा सकता है। वहाँ बीच की पूरी दूरी को रंगा न जाय बल्कि प्रतिदिन के न्यूनतम व अधिकतम तापमान को कुछ मोटे दण्डों से मिला दिया जाय। ऐसी दशा वक्र नहीं बनेगी बल्कि कटिवन्ध विग्रह (Zone Chart) बनेगा।

### पट्टीदार वक्र (Band Curves)

जो कार्य अन्तर्विभक्त दण्ड करते हैं उसी कार्य के लिए पट्टीदार वक्र का भी प्रयोग किया जा सकता है। जब पूर्ण कई अंशों में विभक्त होता है और काल श्रेणी पर आधारित होता है। चिन्दुरेखीय प्रदर्शन को यह एक नयी प्रणाली है। इसमें सम्पूर्ण के साथ-साथ प्रत्येक श्रेणी को अलग-अलग विवेकताओं के साथ प्रदर्शित किया जाता है। प्रत्येक मात्रा या श्रेणी के लिए एक पट्टी बनती है और प्रत्येक पट्टी को अलग-अलग रंगों या चिन्हों से प्रदर्शित करते हैं।

Table

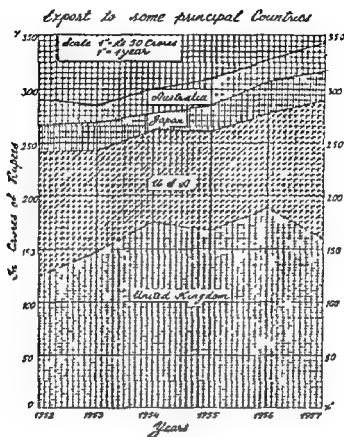
Exports to Some Principal Countries\*

( By sea, air and land )

(Value in crores of Rupees)

Countries	1952	1953	1954	1955	1956	1957
U. K.	126	148	176	168	187	160
U. S. A.	116	95	86	92	90	131
Japan	25	26	16	26	30	27
Australia	23	16	23	26	22	25
	290	285	301	312	329	343

\* Source : India 1959 (Figures Approximated.)

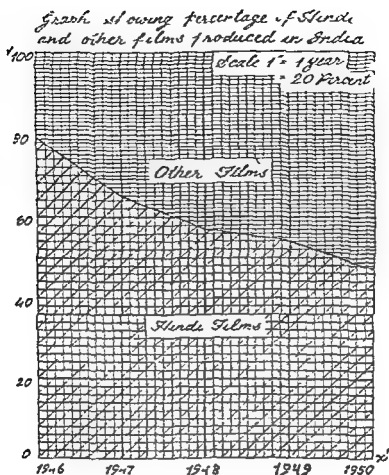


चित्र—११

कार की हुई कारण मे अगर समं प्रतिमान मे दिये हुए हो वा प्रतिगत मे नाल कर उनका बिन्दुरेगीय प्रदर्शन करना हो तो प्रतिगत घन्तरिक्त दहो की शक्ति कार बनाये रेखाचित्र मे मिनती-युनती प्राकृति बनेगी ।

उदाहरण : Number of Hindi Films Produced in India 1946-1950

Year	No. of Hindi (1) Films	Total No. of (2) films	Percentage (Col. 1 as percent of Col. 2)
1946	155	200	77.5
1947	186	283	65.7
1948	148	265	55.9
1949	157	289	54.3
1950	115	241	46.9



चित्र—३२

### जी चित्र (Z or Zee Chart or) जी वक्र (Zee Curve)

यह एक प्रकार का रेखाचित्र है जहाँ वक्र लगभग झेजी अक्षर 'जिड' के आकार का बनता है इसलिये इसे 'जा नित्र' या 'जी-वक्र' कहते हैं। इसमें तीन वक्र तीन दाता को प्रदर्शित करते हुए खींचे जाया हैं। तीनों के लिये मिला मिला पैमाने लिए जाते हैं। इस चित्र में निम्न तीन वक्र होते हैं —

- (१) मूलिक सामग्री का वक्र (The curve of the original data)
- (२) संचित समकाली वक्र (The curve of cumulative data)
- (३) चल योग वक्र (The moving total curve)

उदाहरण

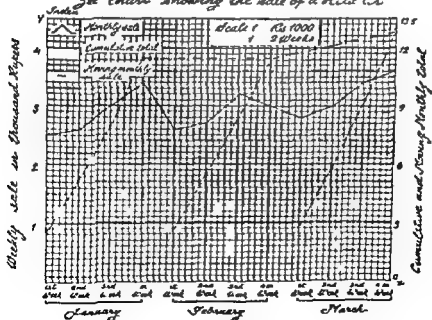
Weekly sales of a Retail shopkeeper for three months.



( In thousands of Rupees )

Month	1st week	2nd week	3rd week	4th week
January	25	26	30	34
Cumulative	25	51	81	115
Moving Monthly Total				115
February	26	27	32	30
Cumulative	26	53	85	115
Moving Monthly Total				115
March	28	30	34	36
Cumulative	28	58	92	128
Moving Monthly Total				128

See chart showing the sale of a Kite Co



## अनुपात माप श्रेणी तथा छेदा वक्र (Ratio Scale and Logarithmic Curve)

अब तक हमने जो वक्र बनाये हैं उनमें प्राकृतिक माप-श्रेणी (Natural Scale) का प्रयोग किया है। प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग वास्तविक या निरपेक्ष (Absolute) अन्तरो को प्रदर्शित करने के लिये या तुलना करने के लिये किया जाता है। इस माप श्रेणी द्वारा सापेक्ष परिवर्तना (Relative changes) को शूद्ध रूप से नहीं दिखलाया जा सकता। यदि हम केवल वृद्धि या ह्रास न जानकर अनुपातिक घट-बढ़ जानना चाहते हों तो अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग कर लेंगे। इसी को छेदा-माप-श्रेणी भी कहते हैं।

एक उदाहरण लीजिये। मान लीजिये कोई कारखाना सामेंट उत्पादन निम्न दर से कर रहा है :—

Year	Production in Tons	Absolute increase	Proportionate increase
1956	20	—	—
1957	30	10	50 Percent
1958	40	10	33½ %
1959	50	10	25 %

ऊपर के उदाहरण को देखने से स्पष्ट है कि प्रति वर्ष निरपेक्ष वृद्धि समान है परन्तु अनुपातिक या सापेक्ष वृद्धि दिखानी हो और प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग किया जाय तो फल भ्रामक होगा।

प्राकृतिक माप श्रेणी व अनुपात माप-श्रेणी में अन्तर (Difference between Natural and Ratio Scale)—प्राकृतिक माप-श्रेणी में निम्न प्रमुख अन्तर है :—

(१) अनुपात माप-श्रेणी में गुणोक्त वृद्धि (Geometrical Progress) होती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में अकगणितीय वृद्धि (Arithmetical Progress) होती है।

(२) अनुपात माप-श्रेणी में समान दूरी के परिवर्तन के समान अनुपात को प्रदर्शित करती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में समान मात्रा का।

## अनुपात माप-श्रेणी पर बिन्दु रेखा की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale)

इसकी दो रीतियाँ हैं :—

(१) चलो के छेदा (Logs) छेदा सारणी (Log Table) से प्राप्त करके उन्हें साधारण बिन्दुरेखीय पत्र पर अंकित कर देते हैं।

(२) ज्यों के वास्तविक मान को छोड़ा बिन्दुरेखीय पत्र (Log Graph Paper) पर अंकित कर दते हैं। यह एक विशेष प्रकार का बिन्दुरेखीय पत्र होता है जो अनुपात के आधार पर निर्मित होता है।

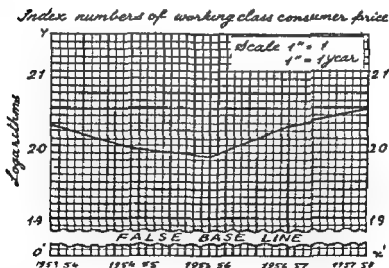
२. छोड़ा द्वारा अनुपात माप-श्रेणी पर बिन्दुरेखा की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale by Logarithms)

इस रीति से बिन्दु रेखा की रचना निम्न उदाहरण से स्पष्ट हो जायगी :—

Working Class Consumer Price Indices of India<sup>1</sup>

(Year 1949 = 100)

Year	Indices	Log
1953-54	106	2.0253
1954-55	99	1.9956
1955-56	96	1.9823
1956-57	107	2.0294
1957-58	112	2.0492



चित्र—३४

इन रेखा चित्रों को अर्द्ध-छेदा माप श्रेणी भी कहते हैं क्योंकि इनमें बोटिंग-मशीन का माप दंड छोड़ा के आधार पर निर्दिष्ट बिना जाता है परन्तु मुद्राश का माप-दंड प्राकृतिक रहता है।

## अनुपात माप-श्रेणी के बिन्दुओं की उपयोगिता (Uses of Graphs on Ratio Scale)

(१) जब दो या अधिक ऐसी श्रेणियों का प्रदर्शन करना हो जिनके मूल्य में काफी अन्तर हो तो अनुपात माप दंड बहुत उपयोगी होगा ।

(२) जब कोटि-प्रक्ष पर दो या अधिक माप दंड लेने की आवश्यकता पड़ रही हो तो इस अमुविधा से बचने के लिये अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग किया जा सकता है ।

(३) निर्देशांक का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करते समय अनुपात माप श्रेणी का प्रयोग अधिक ठीक होता है क्योंकि निर्देशक भी सापेक्ष परिवर्तन को ही प्रकट करते हैं ।

(४) यहाँ कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line) बनाने की आवश्यकता नहीं पड़ती ।

(५) अनुपातिक परिवर्तन के अध्ययन के लिये यह मापदण्ड अधिक उपयुक्त है ।

(६) अन्तरगणन (Interpolation) और बाह्यगणन (Extrapolation) के लिये इनका प्रयोग किया जा सकता है ।

## अनुपात माप-श्रेणी की सीमायें (Limitations of Ratio Scale)

अनुपात माप-श्रेणी की निम्न सीमायें हैं :—

(१) इनके द्वारा निरपेक्ष मूल्य वाली श्रेणियों का तुलनात्मक अध्ययन ठीक प्रकार से मभव नहीं ।

(२) उनके द्वारा ऋणात्मक समक नहीं प्रदर्शित किये जा सकते ।

(३) इनका प्रयोग सर्वसाधारण के लिये उतना सरल नहीं जितना कि प्राकृतिक माप-दण्ड का है ।

(४) ऐसे माप-दण्डों के रेखा-चित्रों को वे ही लोग बना सकते हैं जिन्हें गणित का अच्छा ज्ञान हो और लघुगणक (Logarithms) के प्रयोग को जानते हो ।

## आवृत्ति बिन्दु रेख (Frequency Graph)

यह बताया जा चुका है कि आवृत्ति वितरण के विचार से श्रेणियाँ दो प्रकार की हो सकती हैं—विच्छिन्न या खंडित तथा अविच्छिन्न या अखंडित । इनका बिन्दुरेखीय प्रदर्शन वही सरलता से किया जा सकता है ।

# विच्छिन्न माला का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Discrete Series)

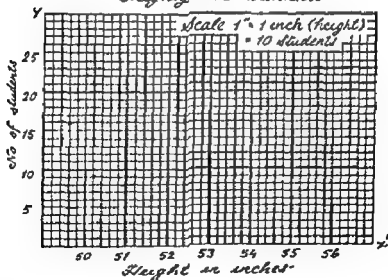
यहाँ भुजाक्ष (X-axis) पर आकार और कोटि-मण्ड (Y-axis) पर आवृत्तियों को प्रदर्शित किया जाता है। यहाँ साधारणतः रेखा आवृत्ति चित्र (Line Frequency Diagram) द्वारा प्रदर्शन किया जाता है। भुजाक्ष पर आवृत्ति के अनुसार सम्भव रेखाएँ खींची जाती हैं।

उदाहरण

Represent the following graphically —

Height in inches	No. of Students
50	10
51	15
52	20
53	18
54	17
55	15
56	5

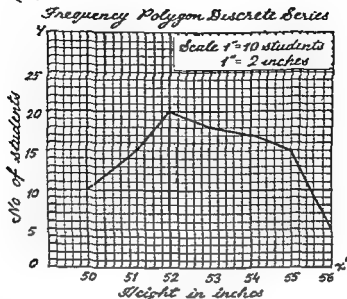
*Line Frequency Diagram representing Heights 100 students*



[चित्र—३५]

आकार के चित्र में जो बिन्दु सहित करने में शक्य है यदि उन्हें मिला दिया जाय तो जो आवृत्ति बनेगी उसे आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) कहेंगे।

उदाहरण :



### अविच्छिन्न श्रेणी का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Continuous Series)

अविच्छिन्न माला का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करने की कई रीतियाँ प्रचलित हैं। उनमें से मुख्य-मुख्य का विवेचन नीचे किया जायेगा।

#### आवृत्ति चित्र (Histogram)

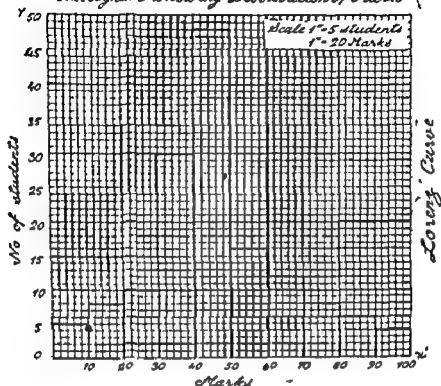
आवृत्ति से चित्र में प्रत्येक वर्ग के लिये एक आयत (Rectangle) बनता है। इस प्रकार जितने वर्ग होने हैं उतने आयत एक दूसरे से सटे-सटे बनाये जाते हैं। आकार को मुद्राक्ष (X-axis) पर और आवृत्ति को कोटिमक्ष (Y-axis) पर प्रदर्शित किया जाता है प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल आवृत्ति के अनुपात में होता है।

उदाहरण :

Represent the following by Histograms :—

Marks	No. of Students
0-10	5
10-20	10
20-30	30
30-40	48
40-50	16
50-60	12
60-70	8
70-80	6
80-90	4
90-100	

*Histogram showing Distribution of Marks*



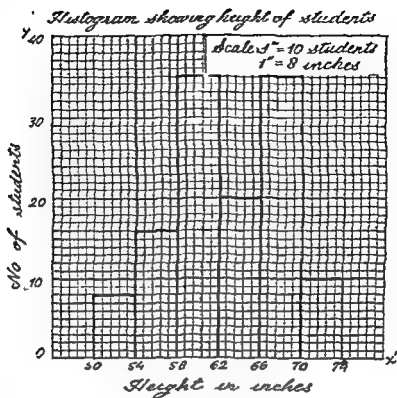
चित्र—३५

इस प्राकृतिक चित्र में केवल एक चोटी है। इसे चित्र का एक चोटी वाला प्राकृतिक चित्र (one-humped Histogram) कहते हैं। कभी-कभी दो या अधिक चोटियाँ वाले प्राकृतिक चित्र भी होते हैं।

उदाहरण :

Represent the following by Histograms —

Height in Inches	No. of Students
50—54	0
54—58	16
58—62	35
62—66	20
66—70	35
70—74	10



चित्र—१८

### असमान वर्गान्तरों के आवृत्ति-चित्र (Histograms of Unequal Class-Intervals)

जब समान वर्गान्तर होते हैं तब तो आवृत्ति-चित्र की रचना बहुत सरल होती है क्योंकि आयतों का क्षेत्रफल तमसः आवृत्तियों के बराबर होता है। यदि असमान वर्गान्तर के कारण असमान वर्ग पर उसकी आवृत्ति के अनुसार आयत बनाया जाय तो कुल क्षेत्रफल तथा अनुपात में भारी अन्तर पड़ जायेगा और चित्र को देखकर आवृत्ति का सच्चा अनुमान न हो सकेगा। इस दोष को हटाने के लिए निम्न रीतियाँ प्रयोग में लायी जाती हैं :—

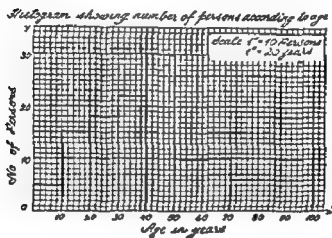
- ( १ ) जिस अनुपात में वर्गान्तर असमान है उसी अनुपात में आवृत्ति को कम या अधिक कर देते हैं ताकि क्षेत्रफल ज्यों का त्यों रहे।
- ( २ ) यदि वर्गान्तर समान रखना है तो उसी अनुपात में आवृत्ति में घटाव या बढ़ाव कर देती हैं :—



उदाहरण :

Age in Years	No. of Persons
0—10	5
10—20	15
20—30	18
30—40	22
40—50	30
50—70	20
70—100	18

Represent the data by a Histogram.



चित्र—१६

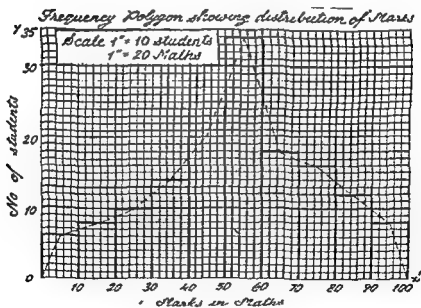
**आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)**

आवृत्ति चित्र (Histogram) से आवृत्ति बहुभुज बनाना बहुत सरल है। हमने प्रत्येक वर्गान्तर पर बने हुए आयत की ऊपरी भुजा के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखाओं द्वारा मिला देने हैं। फिर इस वक्र के दोनों छोरों को भुजान के दोनों किनारों से मिला देने हैं। यह आवृत्ति आवृत्ति बहुभुज कहलाती है। इसका प्रयोग वर्गान्तर वाली ताल-गुम्बन्धी श्रेणी को बिन्दु रेखा द्वारा प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है।

उदाहरण :

Construct Frequency Polygon to show the data given below :

Marks in Maths	No. of Students.
0—10	6
10—20	8
20—30	10
30—40	14
40—50	20
50—60	34
60—70	18
70—80	16
80—90	12
90—100	8

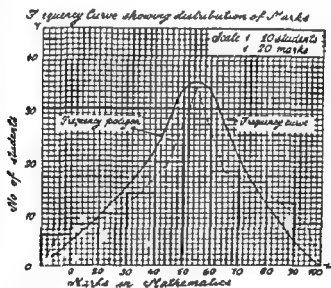


चित्र—४०

आवृत्ति बहुभुज को देखने से स्पष्ट है कि जितना क्षेत्रफल आवृत्ति चित्र का है लगभग उतना ही आवृत्ति बहुभुज घेरता है। आवृत्ति बहुभुज आवृत्ति चित्र के कुछ भाग को अपने में नहीं सम्मिलित करता तो लगभग उतना ही बाहर से सम्मिलित कर लेता है।

## आवृत्ति वक्र (Frequency Curve) $\sim K$

आवृत्ति वक्र बनाने से पहले आवृत्ति चित्र (Histogram) और आवृत्ति बहुभुज (Frequency Curve) बनाना आवश्यक है। आवृत्ति बहुभुज आमतौर पर मध्य बिंदुओं को मिलाने व नारण करता है इसलिए उसमें कोण होते हैं। आवृत्ति वक्र (Frequency Polygon) में यह प्रयत्न किया जाता है कि आवृत्ति बहुभुज के कोण समाप्त हो जाय और वह एक सरल वक्र (Smoothed Curve) बन जाय। इस वक्र को बनाने के समय यह ध्यान रखना आवश्यक नहीं कि वह आमतौर पर मध्य बिंदुओं को मिलती हुई जाय बल्कि यह ध्यान रखना आवश्यक है कि वक्र सरल (Smooth) बने। यह वक्र लगभग घटाकार होता है। ऊपर दिए समको के आधार पर आवृत्ति वक्र का उदाहरण निम्न है —

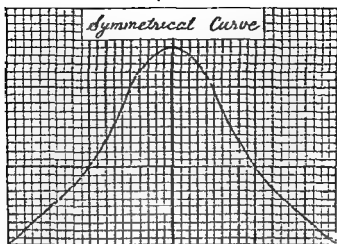


चित्र—११

## आवृत्ति वक्र के प्रकार (Kinds of Frequency Curves)

आवृत्ति-वक्र आकार के विचार से निम्न पाँच प्रकार के होते हैं —

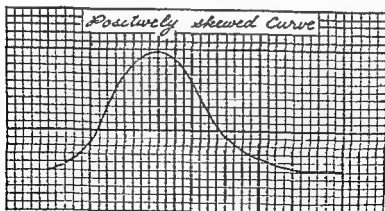
(१) समित वितरण वाले वक्र (Curves for Symmetrical Distribution) — ये वक्र पूर्ण रूप से घण्टाकार होते हैं। आवृत्ति का वितरण इस प्रकार होता है कि धीरे-धीरे घटती हुई आवृत्ति एक अधिकतम ऊँचाई पर जाती है और फिर वहाँ से उगी गति से धीरे-धीरे कम होती हुई समाप्त हो जाती है। यह वक्र लगभग इस प्रकार का होता है —



चित्र—४२

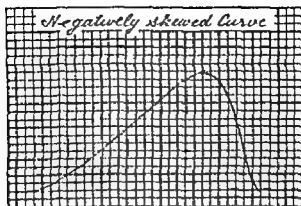
(२) साधारण असमिन्-वितरण वाले वक्र (Curves for Moderately Asymmetrical Distribution)—ऐसे वक्रों को विषम वक्र (Skewed Curves) कहते हैं इसमें वक्र का एक सिरा दूसरे से भिन्न प्रकार का अर्थात् अधिक लम्बा या छोटा होता है। ये दो प्रकार के होते हैं :—

(क) धनात्मक विषम वक्र (Positively Skewed Curves)—यदि वक्र का लम्बा हिस्सा दाहिनी ओर है तो वक्र धनात्मक विषम वक्र है। जैसे :—



चित्र—४३

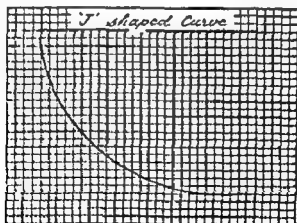
(ख) ऋणात्मक विषम-वक्र (Negatively Skewed Curve)—यदि वक्र का लम्बा सिरा बाईं ओर है तो ऋणात्मक विषमता होती है और ऋणात्मक विषम वक्र बनते हैं। जैसे :—



चित्र—८०

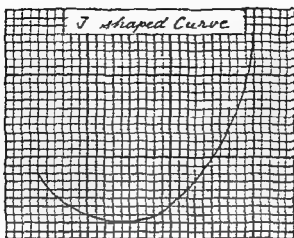
(३) अत्यधिक असममित वितरण वाले चक्र (Curves For Extremely Asymmetrical Distribution)—यही-यही श्रेणियों में आवृत्ति का वितरण अत्यधिक असममित होता है। उसकी गहराई से घनी जाने वन भ्रंशेजी के 'जे' (J) के समान होते हैं इसलिये इसे 'J' प्रकार जाने वक्त भी कहते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं :—

(क) जब अधिकतम आवृत्ति प्रारम्भ में होती है तो वक्त निम्न प्रकार का पतता है :—



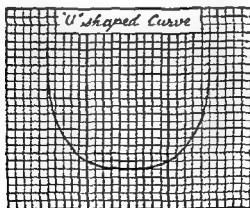
चित्र—४२

(ख) जब अधिकतम आवृत्ति श्रेणी के अन्त में होती है तो वक्र निम्न प्रकार का बनता है :—



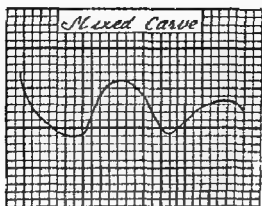
चित्र—४६

(४) 'यू' की आकृति वाले वक्र (U. Shaped Curve)—कुछ वक्र प्रेजी के 'यू' (U) अक्षर की आकृति के बनने हैं। यह सब होता है जब अधिकतम आवृत्तियाँ श्रेणी के प्रारम्भ व अन्त में होती हैं। मध्य में आवृत्तियाँ कम होती हैं। तब U के प्रकार का वक्र बनता है। जैसे :—



चित्र—४७

(५) मिश्रित वक्र (*Mixed Curve*)—बुद्धि ठीक भी वक्र होते हैं जिनका प्रकार दो या अधिक प्रकार के वक्रों को मिलाकर बना हुआ हो सकता है। ऐसे वक्र के विभिन्न अंग विभिन्न प्रकार के वक्र के समान होते हैं। जैसे—



चित्र—४८

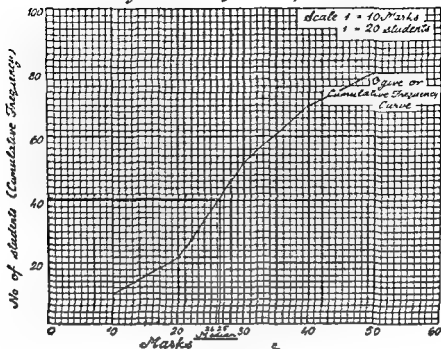
### संचयी आवृत्ति वक्र (*Cumulative Frequency Curve or Ogive Curve*)

यदि आवृत्ति वक्र की रचना न करके वर्ग की ऊपरी सीमाओं (*Upper limits*) को भुजिका (*X-axis*) पर अंकित करके संचयी आवृत्ति (*Cumulative Frequency*) को कौटिमिका (*Y-axis*) पर प्राकित करते हैं और फिर उन्हें सरल रेखाओं से मिला देते हैं तो इस प्रकार जो वक्र बनता है उसे संचयी आवृत्ति-वक्र कहते हैं। इस वक्र की सहायता से मध्यिका (*Median*), चतुर्थक (*Quartiles*), दशमक (*Deciles*) तथा सततक (*Percentiles*) प्राप्ति निकाले जा सकते हैं :—

उदाहरण :

Mark obtained	No. of Students (Frequency)	Cumulative Frequency
0—10	10	10
10—20	12	22
20—30	30	52
30—40	18	70
40—50	10	80

Ogive showing marks of 80 students



चित्र—४६

### मध्यका निर्धारित करने की गाल्टन की रीति (Galton's Method of Locating the Median)

गाल्टन महोदय ने एक बिन्दुरेखीय रीति से मध्यका (Median) को निर्धारित करने का टग बताया है। भुजाक्ष पर पद का मूल्य और कोटि-प्रक्ष (Y-axis) पर आवृत्तियाँ अंकित की जाती हैं। अविच्छिन्न भ्रेणी में मध्य-बिन्दु को पदमान मान लिया जाता है। यहाँ प्रत्येक मूल्य के लिये भिन्न आधार होता है। भावन करते समय पिछले माप की भगते माप के लिये आधार मानते हैं। एक मूल्य की जितनी आवृत्तियाँ होती हैं उतने ही बिन्दु हम एक दूसरे के ऊपर लम्बवत् प्रत्येक मूल्य के लिये लगाने हैं। तदुपरान्त प्रत्येक मूल्य के लिये लगाये गये बिन्दुओं के मध्य से प्रत्येक मूल्य की सीधी रेखाओं द्वारा मिलाया जाता है। यह रेखा लगभग सचयी आवृत्ति वक्र के समान देखने में लगती है। फिर मध्यका मर्यादा ज्ञात करके कोटि-प्रक्ष से एक लम्ब वक्र तक सीधा जाता है और जिस बिन्दु पर यह लम्ब वक्र को काटता है वहाँ से एक लम्ब भुजाक्ष पर डाला जाता है। जिस बिन्दु पर यह भुजाक्ष को काटता है—उसकी दूरी मूल्य से माप ली जायेगी। यह मध्यका होगी। इसी प्रकार चतुर्थक (Quartiles), दशमक (Deciles) इत्यादि भी ज्ञात किये जा सकते हैं।

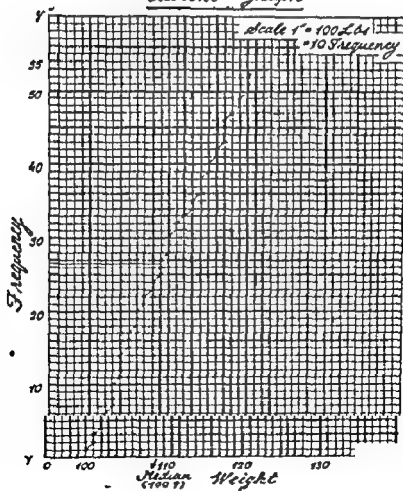
उदाहरण :

Frequency Distribution of Weight of 50 Men.



Weight (in Lbs.)	Frequency	Weight (in Lbs.)	Frequency
100	1	111	2
101	2	112	1
102	3	113	2
103	4	114	3
104	4	115	2
105	3	116	2
106	3	117	4
107	2	118	1
108	2	119	2
109	3	120	3
110	3		

Calton's Graph



(६) सरल—सारणीयन कार्य बिन्दु-रेख या चित्र प्रदर्शन की प्रवृत्ति सरल होता है। इसे कोई भी व्यक्ति भाषानो से कर लेता है। परन्तु बिन्दु-रेख या चित्र द्वारा प्रदर्शन के लिये सांख्यिकी के विशेष ज्ञान की आवश्यकता होती है।

(७) कई प्रकार की तुलना—सारणीयन द्वारा आंकड़ों की तुलना की जा सकती है। बिन्दु रेखा या चित्रों द्वारा केवल कुछ ही गुणों के आधार पर तुलना सम्भव है।

(८) सारणी में लोच—सारणी की आवश्यकतानुसार बढ़ाया घटाया या परिवर्तित किया जा सकता है। परन्तु बिन्दु-रेखा या चित्रों में घटान-वृद्धि, या परिवर्तन सरलता से नहीं हो सकता। यदि ऐसा किया जाय तो बहुत समय लगेगा और नये निरे से सभी कार्य करने पड़ेगे।

(९) कम अंतर का प्रदर्शन सम्भव—अब मूल्य में बहुत कम अंतर होता है तो सारणीयन द्वारा तो उसे ठीक प्रकार से जाना जा सकता है परन्तु बिन्दु-रेख या चित्रों द्वारा उसे ठीक प्रकार से नहीं प्रकट किया जा सकता।

**बिन्दु रेखा या चित्र की तुलना में सारणी के दोष**

बिन्दु-रेखा या चित्र की तुलना में सारणी में निम्न दोष हैं :—

(१) केवल प्रदर्शन योग्य—बिन्दु रेखा या चित्रों द्वारा आंकड़ों की प्रदर्शन किया जाता है परन्तु सारणी द्वारा आंकड़ों की केवल प्रदर्शन योग्य बनाया जाता है।

(२) तुलना सरल नहीं—बिन्दु-रेखा या चित्रों की सहायता से तुलना बहुत सरल हो जाती है परन्तु सारणी की सहायता से तुलना इसनी सरल नहीं हो पानी क्योंकि इसमें समस्याओं का प्रयोग किया जाता है।

(३) मस्तिष्क पर स्थायी प्रभाव नहीं—बिन्दु रेखा या चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर स्थायी पड़ता है इसलिए उनसे सम्बन्धित आंकड़े दीर्घ याद हो जाते हैं तथा समझ में आ जाते हैं परन्तु सारणी में यह बात नहीं।

(४) गणित का ज्ञान आवश्यक—बिन्दु रेखा या चित्रों की एक सामान्य व्यक्ति भी पर्याप्त अंतर समझ लेता है परन्तु सारणी की समझने के लिए गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है।

(५) विरलेपण की आवश्यकता—प्रायः बिन्दु-रेखा या चित्रों की समझने के लिए विरलेपण की आवश्यकता नहीं होती। उह केवल देखकर ही समझा जा सकता है। परन्तु सारणी की समझने के लिये विरलेपण की आवश्यकता होगी है।

(६) चित्रावर्णन का अभाव—बिन्दु-रेखा या चित्र चित्रावर्णन होते हैं परन्तु सारणी में यह गुण उस मात्रा में नहीं पाया जाता।

**चित्रों की तुलना में बिन्दु-रेखा के गुण**

चित्रों की तुलना में बिन्दु रेखा में निम्न गुण हैं :—

(१) लोचप्रिय—बिन्दु रेखा का प्रयोग चित्रों की प्रवृत्ति अधिक होता है। ये बहुत लोचप्रिय हैं और लगभग सभी प्रकार के अध्ययनों में प्रयुक्त होते हैं।

(२) गणितीय प्रश्न का हल सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से कई प्रकार के गणितीय प्रश्न भी हल किये जा सकते हैं इसलिए गणित की दृष्टि से ये चित्रों की अपेक्षा अधिक महत्वपूर्ण हैं।

(३) भूमिष्ठक, चतुर्थक आदि निकालना सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से भूमिष्ठक, चतुर्थक, दशमक, शतमक, आदि निकाले जा सकते हैं। इनकी सहायता से अन्तरगणन (Interpolation) व बाह्यगणन (Extrapolation) भी किये जाते हैं परन्तु चित्रों की सहायता से यह कार्य सम्भव नहीं।

(४) सत्य के लिए सामग्रद—विन्दु-रेख की रचना बनाने वाला स्वयं अपने लिये भी कर सकता है, क्योंकि किसी भी अध्ययन के लिये ये बड़े सामग्रद होते हैं। परन्तु चित्र सामान्यतः दूसरों के लिए बनाये जाते हैं।

(५) समय श्रेणी की प्रवृत्ति प्रदर्शन—समय श्रेणी (Time Series) के प्रदर्शन के लिये विन्दु-रेख बहुत आवश्यक हैं ताकि परिवर्तन को ठीक प्रकार से देखा जा सके। चित्रों की सहायता से यह उतना सम्भव नहीं।

### विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों के गुण

विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों में निम्न विशेष गुण होते हैं :—

(१) समझने में सरल—चित्र विन्दु-रेखों की अपेक्षा समझने में अधिक सरल होते हैं। देखने ही के समझ में आ जाते हैं।

(२) प्रभाव स्थायी—चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर विन्दु-रेखों की अपेक्षा अधिक स्थायी होता है।

(३) आकर्षण तत्व—चित्रों में आकर्षण तत्व अधिक होता है क्योंकि ये कई आकृतियों में तथा कई रंगों या चिन्हों की सहायता से बनाये जाते हैं।

इस प्रकार सारणी, विन्दु-रेख तथा चित्र सबका उद्देश्य एकसा होते हुये भी उनमें अंतर है। एक की अपेक्षा दूसरे में कुछ गुण हैं तथा कुछ दोष हैं। यहाँ कुछ प्रमुख गुण व दोषों का विवेचन किया गया है।

### Standard Questions

1. What points must be taken into consideration for presenting the statistical data graphically? Discuss in detail.
2. What is a False Base Line? Explain its utility in the construction of graphs.
3. Distinguish between Natural Scale and Ratio Scale. In which cases would the latter scale be used?
4. Write a short essay on the use of graphic method in statistics.  
(M. A., Calcutta)
5. Represent the figures given below on a graph paper and comment upon their relationship.

Year	Rice	Price in Rs per moud	
			Arhar
1929	12.4		7.8
30	10.4		5.6
31	4.5		3.6
32	3.9		3.6
33	3.7		3.3
34	3.7		3.3
35	3.9		4.7
36	3.6		3.4
37	4.3		4.3
38	4.1		4.3
39	4.3		4.2
40	4.7		4.1

(Agra B Com 1914)

- 6 Plot the following figures relating to population of India so as to show the proportionate increase in population from one period to another —

Year	1872	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941
Population (000 000)	210	250	290	295	315	320	350	390

(Nagpur, B Com 1915)

- 7 Draw cumulative frequency graph showing the distribution of marks in the following table. Locate and measure the median and quartiles

Marks	No of Candidates
1—5	7
6—10	10
11—15	16
16—20	32
21—25	24
26—30	18
31—35	10
36—40	5
41—45	1

(Agra, B Com, 1951 & 1959)

- 8 Represent graphically the exports and imports of India from the following table on the natural as well as on the ratio scale —

In crores of Rs.

Years	Export	Import
1929—30	345	258
1930—31	303	206
1931—32	263	176
1932—33	239	203
1933—34	275	182
1934—35	280	210
1935—36	282	216
1936—37	243	199

(M. A., Agra, 1951)

9. Construct an O give from the following figures and read the median and the quartiles :—

Marks	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45
Frequency	7	10	16	32	24	18	10	5	1

(B. Com., Agra, 1959)

10. When should 'False Base Line' be used ? Represent the following data by a suitable graph :—

Year	Index Numbers of Indian Industrial Profits (Base : 1939=100)
1941	187
1942	222
1943	246
1944	239
1945	234
1946	229
1947	192
1948	260
1949	182
1950	247

(B. Com., Agra, 1957)

11. The following table gives the actual infant mortality per 1,000 live births in the union of India from 1926 to 1950. Represent this data graphically in the form of a histogram and indicate the trend by computing five-yearly moving average :—

Year	Infant Mortality per 1000 Live births	Year	Infant Mortality per 1000 Live births
1926	189	1939	157
1927	164	1940	159
1928	172	1941	157
1929	176	1942	160
1930	174	1943	160
1931	180	1944	166
1932	167	1945	153
1933	165	1946	138
1934	185	1947	136
1935	164	1948	134
1936	161	1949	131
1937	160	1950	130
1938	165		

(B Com, Rajasthan, 1956)

- 12 The following table gives the value of Imports and Exports of India for the year 1920-21 and 1921-22 in crores of rupees —

	1920-21		1921-22	
Months	Imports	Exports	Imports	Exports
April	22	28	26	18
May	24	28	21	20
June	26	28	19	17
July	28	21	18	17
August	31	20	21	20
September	29	22	20	20
October	32	21	23	18
November	32	19	26	20
December	32	20	23	22
January	31	19	28	23
February	25	18	20	22
March	24	19	21	28

Show graphically India's Balance of Trade

(B Com, Rajasthan 1955)

- 13 Draw a cumulative frequency graph and estimate the number of persons between the ages 30-32 in the following table

Age	Number of Persons	Age	Number of Persons
20-25	50	40-45	150
25-30	70	45-50	120
30-35	100	50-55	70
35-40	180	55-60	59

(B Com Agra 1918)

- 14 Show the result of working of class I railways in India graphically and comment on them

Year	In million of £.	
	Capital Outlay	Gross Earning
1923—24	464	70
1924—25	473	74
1925—26	487	73
1926—27	505	72
1927—28	594	86
1928—29	599	86
1929—30	617	84
1930—31	627	77
1931—32	631	71
1932—33	638	70
1933—34	635	72

(B. Com., Agra, 1940)

15. Represent graphically the exports and imports of India from the following Table on the natural as well as on the ratio scale.

Year	Exports	Imports
1929—30	345	258
1930—31	308	206
1931—32	263	176
1932—33	239	203
1933—34	275	182
1934—35	280	210
1935—36	282	216
1936—37	243	199

(M. A., Agra, 1951)

6. What are the advantages of the ratio scale over the natural scale? Plot the following data graphically on the logarithmic scale—

Year	Total Notes issued in crores of Rupees	Notes in circulation in crores of Rupees
1933—34	177	167
1934—35	186	172
1935—36	196	167
1936—37	208	192
1937—38	214	185
1938—39	207	187
1939—40	252	237
1940—41	269	258
1941—42	421	410
1942—43	650	625

(B. Com., Nagpur, 1943)

- 17 The following table shows the total sales of gold by the Bank of England on foreign account. Represent the data graphically on the logarithmic scale —

Year	£ ' 000
1910	1,448
1911	8 228
1912	9,670
1913	7,943
1914	8 027
1915	43,070
1916	2,369

(B. Com., Alld, 1933)

- 18 The following table gives the index number of wholesale prices of India —

Years	Food articles	Industrial raw materials	Semi-manufactures	Manufactured articles	General Index
1947—48	306	377	262	206	308
1948—49	383	445	327	345	376
1949—50	391	472	332	347	385
1950—51	416	523	349	354	409
1951—52	399	592	374	401	435
1952—53	358	437	344	371	331

Plot the above figures on a graph paper

(M A, Agra, 1955)

- 19 Plot a graph to represent the following data in a suitable manner —

Year	Quantity imported in thousand maunds	Value of imported quantities in thousand of rupees
1920	400	220
1921	450	235
1922	560	385
1923	620	420
1924	580	420
1925	460	300
1926	500	350
1927	510	400

(B Com., Nagpur, 1958)

- 20 Plot the following figures so as to show the proportionate increase in population from one period to another.



Year	Population (000,000)
1901	195
1911	215
1921	225
1931	260
1941	310
1951	370

*(B. Com., Nagpur, 1959)*

21. Represent the following frequency distribution graphically.

Class	Frequency
0—20	25
20—40	38
40—60	75
60—80	60
80—100	15

*(B. Com., Nagpur (Pass) Supplementary, 1959)*


---

## सांख्यिकीय माध्य (Statistical Averages)

विभिन्न अध्यायों में समकों के संकलन, सम्पादन, वर्गीकरण व सांख्यिकीय मापों का विनाश विवेचन कर चुके हैं। यह सब क्रियाएँ केवल इन उद्देश्यों में की जाती हैं कि आँखों से सरल व सुसंगत तथा व्यवस्थित बन सकें ताकि वे बहुत सरलता में समझ में आ सकें। इन रीतिरों में यह भी प्रयत्न किया गया कि समकों की विविध राशियों को मिलाकर बनाया जाय क्योंकि किसी भी व्यक्ति के लिए मापों की, विविध राशियों को माप रचना बटित है। यदि उन्हीं मापों को मिलाकर रूप प्रदान किया जा सके तो उन्हें माप रचना अपेक्षाकृत बहुत सरल है।

### महत्व (Importance)

माध्य के द्वारा मापों को बहुत सरल करने का प्रयत्न किया जाता है। इसीलिए माध्य का सांख्यिकी विज्ञान में एक महत्वपूर्ण स्थान है। डा० बाउले के इस कथन से कि "सांख्यिकी का ज्ञान में माध्यों का विज्ञान कहा जा सकता है।" इसकी महत्ता और भी प्रष्ट होती है। माध्य एक ऐसी या मात्रा की प्रतिनिधि समझा होता है। इसकी सहायता से विभिन्न व्यक्तियों की तुलना सरल हो जाती है। समकों का व्यक्तिगत विशेषताओं का ध्यान में न रखते हुए एक ऐसी मात्रा प्रष्ट करने की प्रवृत्ति होना है जो सभी पदों में विद्यमान होती है और उनके द्वारा मात्रा के समान पदों का माप व्यक्त होता है। वास्तव में माध्य के अभाव में यहाँ-वहाँ मूल्यांकन में कोई विशेष लाभ नहीं प्राप्त होता। किसी व्यक्ति विशेष की आय या व्यय का समाज के लिए या देश के लिए कोई विशेष महत्व नहीं परंतु उस समाज या देश के लोगों की औसत आय या व्यय का सभी के लिए बहुत बड़ा महत्व है।

### परिभाषा (Definition)

"किसी समूह का प्रतिनिधित्व करने वाली अनेक सरल संख्या की सांख्यिकीय माध्य कहते हैं।"

1. "Statistics may rightly be called the science of average."  
—Dr. Bauley
2. "A single simple number which represents a group is called statistical average."

## माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता (Objects and Uses of Averages)

(१) सामग्री का सक्षिप्त चित्र—माध्य एकत्रित सामग्री का एक सक्षिप्त

माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता

(१) सामग्री का सक्षिप्त चित्र ।

(२) दो या अधिक वर्गों की तुलना ।

(३) सम्पूर्ण समूह का चित्र ।

(४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार ।

(५) तुलना का आधार ।

चित्र प्रस्तुत करता है । एक साधारण व्यक्ति कुछ श्रमों की शीघ्रता में व सरलतापूर्वक समझ सनता है । परन्तु उसके लिये अव्यवस्थित आँकड़ों की ढेर की समझना अत्यन्त कठिन है ।

(२) दो या अधिक वर्गों की तुलना—माध्यों की सहायता से दो या अधिक वर्गों या समूहों की तुलना सरल हो जाती है । दो समूहों के किसी भी विषय सम्बन्धी आँकड़ों से ही तुलना सम्भव नहीं । जब दोनों का माध्य निकाला जाय तभी तुलना सम्भव है ।

(३) सम्पूर्ण समूह का चित्र—माध्य सम्पूर्ण समूह का चित्र प्राप्त करने में सहायक होते हैं । केवल एक संख्या माध्य से ही उस समूह की रचना के बारे में पर्याप्त जानकारी हो सकती है तथा अनेक तथ्यों का पर्याप्त मात्रा में शुद्ध अनुमान लगाया जा सकता है ।

(४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार—माध्य के रूप में एक ऐसा मूल्य प्राप्त होता है जो भावी योजनाओं और क्रियाओं के आधार स्वरूप कार्य करता है । उदाहरणार्थ माध्य से प्रकट होता है कि एक भारतीय की औसत आयु ३१ वर्ष है और सप्ताह के अन्य दिनों की इससे बहुत अधिक है । इससे हम इस कल पर पहुँचते हैं कि यहाँ के जीवन की दशाओं में सुधार की आवश्यकता है ।

(५) तुलना का आधार—जब दो विभिन्न मालाओं के सम्बन्ध की प्रवर्णित के रूप में प्रकट करना होता है तो माध्यों की सहायता अनिवार्य हो जाती है । इन्हीं के आधार पर तुलना की सभी अन्य क्रियाएँ आश्रित हैं ।

## एक संतोषजनक माध्य के आवश्यक गुण (Essentials of a Satisfactory Average)

किसी भी संतोषजनक माध्य के निम्नलिखित गुण होने आवश्यक हैं :—

(१) स्पष्ट—माध्य की परिभाषा स्पष्ट शब्दों में व्यक्त होनी चाहिये ताकि अनुमानकर्ता या अन्य किसी व्यक्ति को अनुमान लगाने की गुंजाइश न रहे । अन्यथा उसकी व्यक्तिगत प्रवृत्तियों का प्रभाव पड़ेगा और फल अशुद्ध होगा ।

(२) प्रतिनिधि—माध्य वास्तव में

समग्र का प्रतिनिधि होना चाहिये। समग्र की अधिक से अधिक विशेषणों उगमों पाई जानी चाहिये। वह ऐसा हो कि समग्र प्रत्येक पर म उगमों अधिक में अधिक निरूपता प्रकट हो।

### उत्तम माध्य के प्रमुख आठ लक्षण हैं

- (१) स्पष्ट।
- (२) प्रतिनिधि।
- (३) सरल।
- (४) व्यापक के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव।
- (५) निश्चिन्त संख्या।
- (६) निरपेक्ष संख्या।
- (७) स्थिरता।
- (८) बीजगणितीय तथा अंकगणितीय विवेचन।

(३) सरल—एक अच्छे माध्य में यह गुण होना चाहिये कि यह सरलता व सीधता से निराला जा सके ताकि किसी भी व्यक्ति को उसे निरालने तथा समझने में किसी विशेष कठिनाई का सामना न करना पड़े।

(४) व्यापक के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव—एक अच्छे माध्य की एक विशेषता यह है कि यदि व्यापक में परिवर्तन कर दिया जाय तो माध्य पर उसका कम से कम प्रभाव पड़े। यदि

व्यापक के परिवर्तन से माध्य में भी परिवर्तन हो जाय तो माध्य संतोषजनक नहीं माना जायेगा।

(५) निश्चिन्त संख्या—माध्य एक निश्चिन्त संख्या होना चाहिये। यदि माध्य एक संख्या न होकर एक वर्ग आवे तो इसे अच्छा माध्य नहीं कहेंगे। इसी प्रकार यदि माध्य में दो प्राणा है जैसे ५० या ५३ तो यह भी ठीक नहीं।

(६) निरपेक्ष संख्या—एक अच्छे माध्य में यह विशेषता होनी चाहिये कि वह एक निरपेक्ष (Absolute) संख्या हो अर्थात् माध्य प्रतिष्ठान में या अन्य किसी सांकेतिक से न व्यक्त हो।

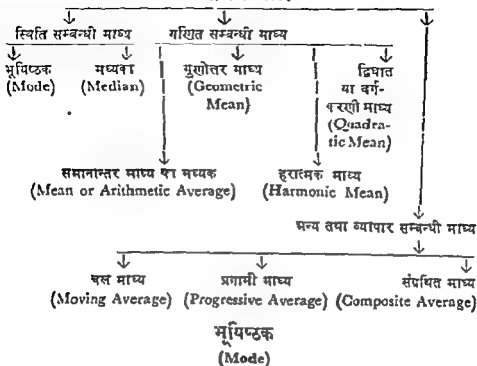
(७) स्थिरता—माध्य ऐसा होना चाहिये कि पक्षों में थोड़ा बहुत घटाव या वृद्धि करने पर उस पर कम से कम प्रभाव पड़े। जितना ही अधिक प्रभाव पड़ेगा उतना ही कम प्रतिनिधि होगा।

(८) बीजगणितीय तथा अंकगणितीय विवेचन—एक संतोषजनक माध्य में यह गुण भी आवश्यक है कि उगमों प्रयोग अंकगणितीय तथा बीजगणितीय विधियों द्वारा किया जा सके।

### माध्यों के प्रकार (Kinds of Averages)

सांख्यिकीय माध्य अनेक तरह के होते हैं। उन्हें सुविधा की दृष्टि से निम्न वर्गों में बांटा जा सकता है :—

## माध्य के प्रकार

भूयिष्ठक  
(Mode)

भूयिष्ठक उस पद का मूल्य या आवार है जिसकी आवृत्ति श्रेणी में सबसे अधिक हो। इस बात को अधिक स्पष्ट शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि माला में सबसे अधिक बार आने वाले पद या मूल्य को भूयिष्ठक कहते हैं।

“विश्वी सांख्यिकीय समूह में वर्गीकृत मात्रा का वह मूल्य (मजदूरी, ऊँचाई या अन्य किसी मापनीय मात्रा का) जहाँ पर संजीकृत संख्याएँ सबसे अधिक हों उन ‘भूयिष्ठक’ या ‘सबसे अधिक घनत्व का स्थान’ या ‘सबसे महत्वपूर्ण मूल्य’ कहलाता है।”

—डा० बाउले

इसी प्रकार अन्य विद्वानों ने भी इसकी परिभाषा दी है। विश्वी ने “सर्वाधिक आवृत्ति वाली आवृत्ति” (Size of the highest frequency) माना है तो विश्वी ने “सर्वाधिक अंको से केन्द्रीकृत आवृत्ति (Size of highest concentration) माना है। पर सभी परिभाषाओं का अभिप्राय एक ही है अर्थात् वह मूल्य जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो।

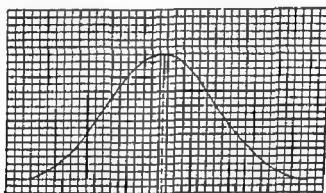
1. “The value of the graded quantity in a statistical group (of wages, heights, or some other measurable quantity) at which the numbers registered are most numerous is called the mode, or the position of greatest density or the predominant value.”

—Dr. Bowley.

‘किसी भी वितरण में घट का वह मूल्य जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो। भूविच्छेद कहलाता है।’ —केनो

हम प्रायः प्रतिदिन सुनते हैं कि एक भारतीय की औसत उम्र ५५ वर्ष है, प्रत्येक गारा होता है भारत का औसत छादमी ईमानदार है आदि। इस बयान में चाह सत्यता हो या नहीं परन्तु इनमें जिस माध्य की ओर मनेन है वह भूविच्छेद है। यदि हम यह नहे कि किसी गाँव में कुल ३०० व्यक्तियों में से उनकी आय का भूविच्छेद १८ वर्ष है तो इसका यह अर्थ हुआ कि उस गाँव में जितने लोग १८ वर्ष की आय के हैं उससे अन्य सभी आयुओं के लोग की संख्या कम है। अर्थात् सबसे अधिक संख्या १८ वर्ष के लोगों की है।

यदि भूविच्छेद का विदुरेणीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो जो वक्र बनगा उसके शीर्ष में दु गना आकार भूविच्छेद को प्रदर्शित करेगा। जैसे—



Mode

चित्र—५१

### भूविच्छेद निकालने की रीति (Method of Calculating the Mode)

भूविच्छेद निकालने की रीति बहुत सरल है क्योंकि सबसे अधिक वृद्धि के सामने वाली आवृत्ति ही भूविच्छेद होती है। परन्तु विभिन्न प्रकार की श्रेणियों में इसमें थोड़ा अंतर पड़ता है। अतः इसके विचार से तीन श्रेणियों का विस्तृत विवेचन यथास्थान किया जा चुका है। वे निम्न हैं —

- (१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)
- (२) विच्छिन्न या अलग श्रेणी (Discrete Series)
- (३) अविच्छिन्न, अलग या सतत श्रेणी (Continuous Series)।

हम आगे तीनों श्रेणियों में अलग अलग भूविच्छेद निकालेंगे।

1 'The value of the variable which occurs most frequently in a distribution is called the mode' —Kenny

✓ **व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)**—इस श्रेणी में भूविष्टक निवा-  
चना सबसे सरल है। यहाँ पर केवल निरीक्षण (Inspection) करना होता है और  
यह निर्दिष्ट करना होता है कि कौनसा पद सबसे अधिक बार आ रहा है जो पद  
सबसे अधिक बार मिले वही भूविष्टक होगा।

**Illustration 1.** The ages of 20 students of a class are given  
below Find out the Mode. —

No.	Age in Years	S. No.	Age in Years
1	15✓	11	21
2	17	12	22✓
3	18	13	23
4	20	14	22✓
5	22✓	15	17
6	24	16	22✓
7	21	17	18
8	17	18	22✓
9	16	19	19
10	15✓	20	20

**Solution 1.** उपर्युक्त सारणी का नली-नाति निरीक्षण करने के  
पश्चात् हम इस पल पर पहुँचते हैं कि २२ वर्ष ऐसी अवस्था है जिसकी आवृत्ति  
अन्य सभी आयुओं से अधिक है अर्थात् २२ वर्ष की आयु वाले ५ विद्यार्थी उस कक्षा  
में हैं और अवस्थाओं वाले व्यक्तियों की संख्या इससे कम है। इसलिये यही संख्या  
भूविष्टक होगी।

✓ **विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)**—विच्छिन्न श्रेणी में भी भूविष्टक  
केवल निरीक्षण द्वारा ही ज्ञात किया जा सकता है। परन्तु यह तभी तक समझ है  
जब पद मात्रा में नियमितता हो और उनके पद सजातीय हों।

**Illustration 2.**

Height in Inches	Number of Persons
64	2
65	4
66	8
67	10
68	5
69	6
70	3

Find out the mode.

**Solution. 2.** श्रेणी का निरीक्षण करने से पता लगता है कि ६७ इन्च  
ऐसा मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है अर्थात् इस सम्बाँध वाले लोगों की  
संख्या यहाँ सबसे अधिक है इसलिये यही भूविष्टक होगा।

परन्तु ओखी भ जहाँ अनियमितता है वहाँ पर भूयिष्ठक का पता लगाना इतना सरल नहीं। कही नहीं ऐसा भी पाया जाता है जहाँ दो या इससे अधिक मूल्यों की आवृत्ति सबसे अधिक हो एणी देगा म यह निश्चित करना कठिन होता है कि किस पद को भूयिष्ठक माना जाय। इसको समूहीकरण रीति (Grouping method) द्वारा उसे निर्धारित करते हैं।

### Illustration 3.

Find out Mode in the following series —

Size of items	Frequency
8 <sup>1</sup>	5 ✓
9 <sup>2</sup>	6 ✓
10	8 ✓
11	7
12	9
13	8 ✓
14	9
15	6 ✓

**Solution 3** भूयिष्ठक प्राप्त करने के लिए आवृत्तियों के समूहीकरण की आवश्यकता होगी क्योंकि यहाँ सबसे अधिक आवृत्ति ६ है जो दो बार आती है। इसलिए यह निश्चित करना कठिन है कि इनमें से किस आवृत्ति का मूल्य भूयिष्ठक होगा। समूहीकरण के द्वारा इसे निश्चित किया जा सकेगा।

### Location of Mode by Grouping

Size of item (m)	Frequency (f)					
	1	2	3	4	5	6
8	5	} 11	} 14	} 19	} 21	} 21 ✓
9	6					
10	8	} 15	} 16	} 21	} 26	} 23
11	7					
12	9	} 17	} 17	} 21	} 26	} 23
13	8					
14	9	} 15	} 15	} 19	} 21	} 21 ✓
15	6					



ऊपर की सारणी में आवृत्ति के पहले खाने में दी हुई आवृत्तियाँ लिखी हैं। दूसरे खाने में दो-दो आवृत्तियों को जोड़कर लिखा गया है - तीसरे खाने में भी दो-दो आवृत्तियों को जोड़ कर लिखा गया है परन्तु प्रारम्भ में पहली आवृत्ति को छोड़कर समूह बनाये गये हैं। चौथे, पाँचवें व छठे खाने में तीन-तीन आवृत्तियों को जोड़कर समूह बनाये गये हैं। चौथे में तो सभी आवृत्तियों को सम्मिलित किया गया है परन्तु पाँचवें खाने में पहली आवृत्ति को तथा छठे खाने में पहली व दूसरी दोनों आवृत्तियों को छोड़कर समूह बनाये गये हैं। आवश्यकता होने पर इसी प्रकार चार-चार या पाँच-पाँच के समूह भी बनाये जा सकते हैं।

अब यह देखना है कि इन समूहों में प्रत्येक खाने में कौनसी आवृत्ति सबसे अधिक है। ऐसी आवृत्तियों को चिह्नित कर दिया है।

अब यह निश्चित करने के लिये कि सभी समूहों में कौन-सी आवृत्ति सबसे अधिक बार सम्मिलित हुई है। इसके लिये समूहों की सबसे अधिक आवृत्तियों वाले पदों को एक विम्बेपण सारणी पर उतारेंगे।

Column No	Size of items containing Max. Frequency				
1			12		14
2			12	13	
3				13	14
4		11	12	13	
5			12	13	14
6	10	11	12		
No of items	1	2	5	4	3

देखने में स्पष्ट है कि १२ वह मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है इसलिए भूविच्छेद १२ हुआ।

समूहीकरण के अतिरिक्त ऐसी दशाओं में भूविच्छेद ज्ञान करने की एक सक्षिप्त रीति यह है कि सबसे अधिक आवृत्तियों के आगे व पीछे की आवृत्तियों को भी आवृत्ति के साथ जोड़ लेते हैं और इस प्रकार जिन तीनों का योग अधिक होता है उसी वर्ग का सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूविच्छेद होगा।

जैसे ऊपर के उदाहरण में सबसे अधिक आवृत्तियाँ ६ हैं। ये दो हैं। पहली वाली ६ आवृत्ति के आगे व पीछे की आवृत्तियाँ क्रमशः ७ और ८ हैं और इस प्रकार तीनों का योग २४ हुआ। दूसरे वाले ६ के आगे व पीछे के पद ८ व ६ हैं और इन तीनों का जोड़ २३ हुआ। इससे यह पता चलता है कि पहले वाले ६ के सामने का पद भूविच्छेद होगा। इस दशा में वह पद १२ है।

बमी-बमी आवृत्तियों का वितरण इस प्रकार होता है कि सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूयिष्ठक नहीं होना और समूहीकरण से कोई दमरा पद हो भूयिष्ठक निश्चित होना है। जैसे :—

Value of Items	Frequency
12	2
13	10
14	3
15	8
16	9
17	8
18	7

यदि समूहीकरण किया जाय तो यहाँ १३ भूयिष्ठक न होकर १६ भूयिष्ठक होगा। क्योंकि इसी के पास आवृत्तियाँ का अधिक के द्वारा है।

### अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक निश्चित करते समय भी हम वहाँ की तरह सर्वप्रथम निरीक्षण से यह निश्चित करना पड़ेगा कि कौन से वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति है। यदि आवृत्तियाँ नियमित रूप से घटती बढ़ती हो तो भूयिष्ठक वर्ग की निश्चित करना बहुत सरल है। जिस वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति हो उसे भूयिष्ठक वर्ग (Model class) कहते हैं।

परन्तु ऐसी श्रेणी में जहाँ आवृत्तियाँ नियमित रूप से नहीं घटती-बढ़ती हा वही भूयिष्ठक वर्ग की निश्चित करना सरल नहीं है और ऐसी दशा में पहले की ही भाँति समूहीकरण द्वारा भूयिष्ठक वर्ग की निश्चित करेंगे।

वर्ग निश्चित हो जाने पर ही कार्य नहीं समाप्त हो जाता क्योंकि कोई वर्ग माध्य नहीं हो सकता। माध्य एक निश्चित और अकेली संख्या होनी है। भूयिष्ठक वर्ग से केवल यह प्रकट होता है कि माध्य वही इसी वर्ग की निम्नतम और उच्चतम सीमा के बीच में है। अतः निश्चित संख्या के रूप में माध्य निर्धारित करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

इस सूत्र में प्रयोग किये गये चिन्हों का अर्थ निम्न है :—

Z Stands for mode (भूयिष्ठक)

L<sub>1</sub> Stands for Lower Limit of the model class  
(भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा)

L<sub>2</sub> Stands for Upper Limit of the model class  
(भूयिष्ठक वर्ग की उच्च सीमा)

$f_1$  Stands for the frequency of the model class.

(भूयिष्ठक वर्ग की आवृत्ति)

$f_0$  Stands for frequency of the next lower class.

(भूयिष्ठक वर्ग के पूर्व वर्ग की आवृत्ति)

$f_2$  Stands for the frequency of the next higher class.

(भूयिष्ठक वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति)

**Illustration 4.** Table showing frequency distribution of Wages in a Factory.

Wages in Rupees	No. of Employees
0—10	6
10—20	10
20—30	10
30—40	16
40—50	12
50—60,	8
60—70	7

**Solution 4.** निरीक्षण में यह स्पष्ट है कि भूयिष्ठक वर्ग ३०-४० है क्योंकि इस वर्ग की आवृत्ति सबसे अधिक है। वहाँ स्पष्ट होने के कारण समूहीकरण की आवश्यकता नहीं।  $Z = 21 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (22 - 21)$

प्रबलन का प्रयोग निम्न ढंग में करेंगे :—

$$Z = 30 + \frac{16 - 10}{32 - 10 - 12} \times (40 - 30)$$

$$= 30 + \frac{6}{10} \times 10$$

$$= \text{Rs. } 36.$$

**Illustration 5.** समूहीकरण के द्वारा भूयिष्ठक वर्ग का निर्दिष्ट करना।

**उदाहरण—**Find out the mode in the following series :—

Size	f
0—5	1
5—10	2
10—15	10

15—20	4
20—25	10
25—30	9
30—35	2

Solution 5. Grouping Table

Size	Frequency				
	1	2	3	4	5
0—5	1	3	12	13	16
5—10	2				
10—15	10	14	14	23	21
15—20	4				
20—25	10	19	11		
25—30	9				
30—35	2				

Analysis Table

Columns	Size of Items containing Maximum Frequency				
1	10—15	20—25			
2		15—20	20—25		
3		15—20	20—25		
4		15—20	20—25	25—30	
5			20—25	25—30	30—35
Total	1	3	5	2	1

इस विश्लेषण सारणी से यह स्पष्ट है कि २०—२५ वर्ग अधिकतम वर्ग है क्योंकि यह सबसे अधिक बार आया है। अब पहले वाले सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$Z = 20 + \frac{10 - 4}{20 - 4 - 9} \times (25 - 20)$$

$$= 20 + \frac{6}{7} \times 5$$

$$= 20 + 4 \cdot 28$$

$$= 24 \cdot 28$$

समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) में भूयिष्टक ज्ञात करना :—

समावेशी श्रेणी को पहले अपवर्जी (Exclusive series) में परिवर्तन करने के उपरान्त ही भूयिष्टक ज्ञात किया जा सकता है क्योंकि बिना ऐसे किये हुये वर्ग की निम्न सीमा का निर्दिष्ट करना कठिन होगा।

Illustration 6—Find out the mode from the following Series.

Measurement	Frequency
0—9	1
10—19	2
20—29	6
30—39	7
40—49	12
50—59	8
60—69	5
70—79	3

Solution 6—सबसे पहले इस समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) को अपवर्जी श्रेणी (Exclusive Series) में परिवर्तित करेंगे :—

Measurement	Frequency
0—9.5	1
9.5—19.5	2
19.5—29.5	6
29.5—39.5	6
39.5—49.5	12
49.5—59.5	8
59.5—69.5	5
69.5—79.5	3

निरीक्षण से स्पष्ट है कि इस श्रेणी में भूयिष्टक वर्ग ३९.५—४९.५ है क्योंकि इसकी आवृत्ति सबसे अधिक है।

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$= 39.5 + \frac{12 - 6}{24 - 6 - 0} \times (49.5 - 39.5)$$

$$= 39.5 + \frac{6}{10} \times 10$$

$$= 39.5 + 6$$

$$= 45.5$$

### भूमिष्ठक के मुख्य लक्षण (Chief Characteristics of Mode)

भूमिष्ठक के निम्न प्रमुख लक्षण हैं :—

(१) भूमिष्ठक ऐसा माध्य है जिन पर श्रेणी के निम्नतम व उच्चतम अंकों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

(२) जहाँ भूमिष्ठक स्पष्ट न हो वह/ उसे निर्धारित करना कठिन है और इस निर्धारण की सीमा या सीमा में तनिक भी परिवर्तन होने पर भूमिष्ठक पहले वाला बदल कर दूसरा हो जायगा।

(३) भूमिष्ठक द्वारा श्रेणी के विवरण का अनुमान कुछ अंशों में लिया जाता है क्योंकि यह आवृत्तियों के सर्वाधिक घनत्व का बिन्दु होता है।

(४) उपमादित भूमिष्ठक का निर्धारण सरल है परन्तु वास्तविक भूमिष्ठक का निर्धारण कठिन है।

(५) भूमिष्ठक का बीज गणितीय विवेचन संभव नहीं है।

### भूमिष्ठक के गुण (Merits of Mode)

(१) इसका समझना और प्रयोग करना जन साधारण के लिए सरल है। क्योंकि निरीक्षण मात्र में ही इसका पता लगाया जा सकता है।

(२) इस पर प्रति सीमान्त पदों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। यह माध्य सभी मूल्यों पर आधारित नहीं होता।

(३) विन्दुरेखीय गति में भूमिष्ठक सरलतापूर्वक प्रदर्शित किया जा सकता है।

(४) तीव्रप्रियता का अध्ययन करने के लिये यह सरल उपयुक्त माध्य है।

(५) इसमें समग्र के लक्षणों का रचना पर भी कुछ प्राप्ति पड़ता है क्योंकि यह आवृत्तियों के अधिकतम घनत्व यात्रा पद होता है।

(६) समग्र (Unicels) में से देव निर्दर्शन द्वारा पाए जाते हैं और भी निर्दर्शन (Simple) लिया जाय, भूमिष्ठक समग्र एवं ही लायगा। अन्य माध्यों में निर्दर्शन के परिवर्तन के साथ-साथ माध्यों में भी परिवर्तन होता है।

### भूमिष्ठक के दोष (Demerits of Mode)

(१) इसमें प्रति सीमान्त पदों को कोई महत्व नहीं दिया जाता और इसलिये जहाँ प्रति सीमान्त पदों को भार देने की आवश्यकता होती है—वह उपयुक्त नहीं।

(२) गणधारण अवगणितीय विद्या द्वारा इसका नहीं निरासा जा सकता है और कई दशांशों में जिनमें भी गति द्वारा इसे गृह्य के साथ नहीं निरासा जा सकता—विशेष पर तब जब श्रेणी का विवरण अनिवार्य हो।

(३) यह बीज गणित में प्रयोग किये जाने के लिये उपयुक्त नहीं है।

(४) यह प्रायः अनिश्चित और अस्पष्ट होता है। जमीन-जमी दो या अधिक पद भूयिष्ठ हो जाते हैं और समुहिकरण करना पड़ता है।

(५) यदि श्रेणी के सभी पदों की आवृत्ति समान हो तो भूयिष्ठ निश्चित ही नहीं किया जा सकता।

(६) जनन पदों को समानुसार रखना आवश्यक होगा है क्योंकि सबसे अधिक आवृत्ति वाले पदों के आन-पान की आवृत्तियाँ भी आवश्यकता पड़ती हैं।

(७) यदि भूयिष्ठ और पदों की संख्या में अंतर हो तो भी कुछ लोग नहीं प्राप्त किया जा सकता।

(८) भूयिष्ठ बहुत कुछ वर्गीकरण पर निर्भर करता है। यदि वर्ग विभाजन में परिवर्तन कर दिया जाय तो भूयिष्ठ भी बदल जायगा।

### भूयिष्ठ की उपयोगिता (Uses of Mode)

भूयिष्ठ शीघ्रता व सरलता में समझ में आ जाता है इसलिए दैनिक जीवन में इसका प्रयोग बहुत होता है। हम जीवन में अक्सर सुनते हैं कि “घर दुकान में कूने का औसत आकार १० इंच है”, “औसत पृष्ठ में ३०० शब्द हैं”; “औसत मंजरे की लम्बाई ६ फीट होती है”; “औसत पत्राची स्वस्थ होता है” आदि।

इन सब दशाओं में औसत का तात्पर्य भूयिष्ठ से ही है। व्यवसाय में इसका उपयोग दैनिक-प्रतिदिन चलता जा रहा है। व्यापार सम्बन्धी पूर्वानुमानों के लिये यह एक विश्वनीय पथ-प्रदर्शक का काम करता है। इसकी महत्त्वता में एक मशीन द्वारा भूयिष्ठ उत्पादन (Model output), किसी वस्तु के निर्माण के लिये भूयिष्ठ समय (Model Time) आदि निर्धारित करते हैं। कूता, मिले, कपड़े, टीवी, हैट आदि के निर्माण करने वाले व्यवसायी इसी के आधार पर अपना काम बनाते हैं।

### मध्यका

(Median)

मध्यका उस पद का मूल्य है जो समस्तता को दो बराबर भागों में इस प्रकार बाँट देता है कि उसके एक ओर के सब घन उससे कम मूल्य के और दूसरी ओर के सब घन उससे अधिक मूल्य के होते हैं।<sup>१</sup>

मध्यका निकालने के लिये सर्वप्रथम अनुविन्यास (Arrangement) आवश्यक है। पद किसी मापनीय गुण के आधार पर आरोही (Ascending) या अवरोही (Decending) समानुसार अनुविन्यसित किये जाते हैं अर्थात् सबसे पहले सबसे छोटे पद को और उसके बाद उसके बड़ा और इसी क्रम में अंत में सबसे बड़े पद को

1. Median is the value of that item in a series which divides the series into two equal parts, one part consisting of all value less and the other all value greater than it.

रखते हैं या अनरोही क्रम में होर दूसरे विपरीत अर्थानु पड़ते सबसे बड़ा और छत में सबसे छोटे पद को रखते हैं।

दम प्रकार अनुविन्यमिता श्रेणी म के द्वीय पद का माप मध्यका वर्यता है।

**मध्यका का संगणन (Computation of Median)**

सर्व प्रथम पदा को आरोही या अनरोही क्रम में अनुविन्यमित करते हैं। इसके

उपरान्त निम्न सूत्र का प्रयोग करन है —

$$M = \text{Size of } \left( \frac{N+1}{2} \right) \text{th item}$$

Where, M Stands for median (म यका)

N " " Number of items (पदा की मय्या)

अन अनन-मनन श्रेणिया म इस सूत्र का प्रयोग करके मध्यका नितायेन।

**व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)**

**Illustration 7.** The following table gives the marks obtained by a batch of 31 B Com Students in a class test in Statistics (Marks 100)

Serial No	Marks obtained	Serial No.	Marks obtained
1	33	17	33
2	32	18	42
3	51	19	30
4	47	20	45
5	21	21	26
6	50	22	33
7	27	23	44
8	12	24	48
9	68	25	52
10	49	26	30
11	40	27	50
12	17	28	37
13	44	29	38
14	48	30	35
15	62	31	70
16	24		

Find the value of the Median

**Solution 7** Series arranged in ascending order.

S No	Marks obtained	S No	Marks obtained.
1	12	17	42
2	17	18	44
3	21	19	44
4	21	20	45
5	26	21	47
6	27	22	48



7	30	23	48
8	32	24	49
9	33 -	25	50
10	33	26	52
11	33	27	55
12	35	28	58
13	37	29	62
14	38	30	68
15	38	31	70
16	40		

$$\text{Median} = \text{Size of } \left( \frac{N+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{Size of } \left( \frac{31+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{Size of 16th item}$$

$$= 40 \text{ (Marks)}$$

यदि प्राप्तांकों को हम अवरोही क्रम से रखते हैं तब इस प्रकार मध्यक निकालेंगे :—

Series Arranged in descending order.

S. No.	Marks obtained	S. No.	Marks obtained—
1	70	17	38
2	68	18	37
3	62	19	37
4	58	20	35
5	55	21	33
6	52	22	33
7	50	23	33
8	49	24	32
9	48	25	30
10	48	26	27
11	47	27	26
12	45	28	24
13	44	29	21
14	44	30	17
15	42	31	12
16	40		

$$\text{Median} = \text{Size of } \left( \frac{N+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{ " " } \left( \frac{31+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{ " " } 16 \text{th item}$$

$$= 40 \text{ (Marks)}$$

ऊपर के उदाहरण में हमने यह देखा कि पदा की संख्या अग्रगुण (Odd) थी इसलिए मध्य पद एवं सम्पूर्ण संख्या के ऋष म मिलता था और उसका मूल्य ज्ञात करना सरल था।

कभी-कभी पदों की संख्या युग्म (Even) होती है। तब मध्य पद सम्पूर्ण संख्या नहीं होता। ऐसी दशा में उस पद का मूल्य निम्न प्रकार से निकालेंगे :—

S. No.	Marks obtained in English	S. No.	Marks obtained in English
1	25	11	46
2	28	12	47
3	29	13	48
4	30	14	51
5	32	15	52
6	33	16	53
7	33	17	54
8	35	18	60
9	42	19	65
10	45	20	72

The items are arranged in ascending order.

$$\text{Median} = \text{Size of } \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, ,} \left( \frac{20+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, ,} 10.5 \text{th item}$$

$$= \frac{\text{Size of 10th item} + \text{Size of 11th item}}{2}$$

$$= \frac{45+46}{2}$$

$$= 45.5 \text{ (Marks)}$$

### Illustration 8.

The mean daily sunshine for Great Britain and Ireland for the years 1945-55 given below :—

Month	Jan	Feb	March	Apr	May	June	July	Aug	Sept	Oct	Nov	Dec
Hrs.	1.49	2.40	3.62	5.21	5.81	6.25	5.45	5.32	4.11	2.99	1.85	1.40

Find the median number of hours sunshine per day.

(B. Com., Banaras, 1955)

## Solution 8.

Hours of Sunshine Arranged in Ascending order.

S. No.	Hours	S. No.	Hours
1	1.40	7	4.41
2	1.49	8	5.21
3	1.85	9	5.32
4	2.49	10	5.45
5	2.99	11	5.81
6	3.62	12	6.25

$$\begin{aligned}
 M &= \text{Size of } \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{Size of } \left( \frac{12+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{,, ,, 6.5th item} \\
 &= \frac{\text{Size of 6th item} + \text{Size of 7th item}}{2} \\
 &= \frac{3.62 + 4.41}{2} \\
 &= 4.015 \text{ hours sunshine per day.}
 \end{aligned}$$

## विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में मध्यका ज्ञात करने की भी यही रीति है। सर्वप्रथम यह देखना आवश्यक होता है कि पद आरोही (ascending) या अवरोही (descending) क्रम में रखे जाय। फिर उसी सूत्र का प्रयोग करते हैं। पर यहाँ एक विशेष क्रिया यह करनी पड़ती है कि पदों की संचयी आवृत्ति (cumulative) निकालनी पड़ती है।

## Illustration 9.

Compute the Median of the following Series :—

Size of item	Frequency	Size of item	Frequency
2	2	9	8
3	3	10	6
4	8	11	5

5	10	12	6
6	12	13	4
7	16	14	3
8	10	15	1

**Solution :**

यहाँ पद आरोही क्रम (ascending order) में पढ़ने में ही अनुविन्यसित (arranged) हैं :

Size of item	Frequency	Cumulative Frequency
2	2	2
3	3	5
4	8	13
5	10	23
6	12	35
7	16	51
8	10	61
9	8	69
10	6	75
11	5	80
12	6	86
13	4	90
14	3	93
15	1	94

Median or  $M = \text{Size of } \left( \frac{n+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{,, ,} \left( \frac{94+1}{2} \right)^{\text{th}} \text{ item}$

$= \text{,, ,} 47.5^{\text{th}} \text{ item}$

अब हम इस बात को पढ़ें कि ४७.५ वें पद का मूल्य क्या होगा। इस पद का मूल्य प्राप्त करने के लिए सबसे आसानी को देखेंगे। वह पहला पद जहाँ यह संख्या मिलती हो, ठीक उसका सामन का मूल्य या आकार मध्यका होगा। इस प्रश्न में देखने से स्पष्ट है कि ४७.५ पहला बार सबसे आसानी में ५१ में सम्मिलित है। इसलिए ५१ सबसे आसानी के सामन के पद का मूल्य ७ होगा। यही संख्या मध्यका हुई।

## 7. अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

इस श्रेणी में मध्यका ज्ञान करने के नियम अन्तर्गलन (Interpolation) का एक सूत्र प्रयोग करना पड़ता है क्योंकि मध्यका संख्या को ज्ञापित करने वाली सबसे आसानी के सामने एक संख्या नहीं बल्कि एक वर्ग होगा। एक अल्प मात्रा में एक वर्ग के रूप में न होकर अनेक संख्या के रूप में होता है। इस मध्यका वर्ग

(Median class) बहो है। इस वर्ग की निम्न व उच्च सीमाओं के अन्तर्गत ही बही मध्यक होगी। इसे निपारित करने के निय निम्न सूत्र है —

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

चिन्हा का स्पष्टीकरण —

M stands for Median (मध्यक)

$L_1$  Stands for Lower Limit of the Median Class (मध्यक वर्ग की निम्न सीमा)

$L_2$  Stands for upper limit of the Median Class (मध्यक वर्ग की उच्च सीमा)

f Stands for frequency of the Median Class (मध्यक वर्ग की आवृत्ति)

m stands for median number  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$  (मध्यक संख्या)

c stands for cumulative frequency of the group preceding the median group. (मध्यक वर्ग के पूर्व वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति)

Illustration 10.

Wages in Rs	No. of Workmen
20—21	8
21—22	10
22—23	11
23—24	16
24—25	20
25—26	25
26—27	16
27—28	9
28—29	6

Calculate the Value of the median.

Solution 10.

Wages in Rs.	No. of Workmen	Cumulative Frequency
20—21	8	8
21—22	10	18
22—23	11	29
23—24	16	45

21—25	20	65✓
25—29	25	90
29—33	16	106
33—37	9	115
37—41	6	121

$m = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2}\right)\text{th item}$

$$= \text{“ “ } \left(\frac{121+1}{2}\right)\text{th item } \left(\frac{122}{2}\right) = 61$$

= “ “ 61 st. item which falls into median class 24-25.

अब हम वर्ग (२४-२५) में मध्यका को निर्धारित करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$\begin{aligned} M &= L_1 + \frac{I_2 - L_1}{f} \times (m - c) \\ &= 21 + \frac{25 - 21}{20} \times (61 - 45) \\ &= 21 + \frac{4}{20} \times 16 \\ &= \text{Rs. } 21.8 \checkmark \end{aligned}$$

### मध्यका का चित्रात्मक प्रदर्शन (Graphic Presentation of Median)

जैसे भूमिच्छा की चित्रात्मकता द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है, इसी प्रकार मध्यका का भी चित्रात्मक प्रदर्शन सम्भव है। यह दो रीतियों से हो सकता है :—

- (१) संवयी आवृत्ति वक्र (Cumulative Frequency Curve)
- (२) 'गाल्टन' (Galton) रीति द्वारा।

चित्रात्मक प्रदर्शन वाले अध्याय में इनका विस्तृत विवेचन व प्रदर्शन किया जा चुका है।

### मध्यका की विशेषताएँ (Characteristics of Median)

मध्यका की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं :—

- (१) मध्यका के मूल्य पर अति सीमान्त पदों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।
- (२) मध्यका के मूल्य का उगम समय भी निर्धारण किया जा सकता है जब सम्बन्ध अपूर्ण हो। जैसे यदि केवल पदों की संख्या तथा मध्यका वर्ग के बारे में सूचनाएँ हो तो यह पर्याप्त है।

- (३) मध्यका तब भी निश्चिन की जा सकती है तब पदा के मूल्यों का सत्याम न व्यक्त किया गया हो।
- (४) मध्यका का उस प्रकार का गणितीय विवेचन संभव नहीं जिस प्रकार कि अन्य माध्यों का संभव है।

### मध्यका के गुण (Merits of Median)

मध्यका के निम्न गुण व लाभ हैं :—

- (१) मध्यका का ज्ञात करना सरल है।
- (२) कई प्रकार की श्रेणियाँ म केवल निरीक्षता से ही मध्यका का अनुमान लगाया जा सकता है।
- (३) मध्यका प्राप्त करते समय यदि कुछ भ्रमा तक समक ग्रहण रहे तब भी इसे ज्ञान किया जा सकता है। संगणना के लिये सम्पूर्ण समक की आवश्यकता नहीं होती।
- (४) मध्यका को बिन्दुरेखीय रीति से भी प्राप्त किया जा सकता है।
- (५) मध्यका का अर्थ समझना साधारण व्यक्ति के लिये भी बहुत सरल है।
- (६) मध्यका पर साधारण और सीमान्त पदों का प्रभाव नहीं पड़ता है।
- (७) मध्यका निश्चित होती है, भ्रष्टिष्ठक की भाँति अस्पष्ट और अनिश्चित नहीं। इसे निश्चितता के साथ सदैव ज्ञान किया जा सकता है।
- (८) गुणात्मक विशेषताओं का अध्ययन करने के लिये मध्यका को अन्य सभी माध्यों की अपेक्षा अच्छा समझा जाता है।

### मध्यका के दोष (Demerits of Median)

मध्यका के निम्न दोष या कमियाँ हैं :—

- (१) मध्यका प्राप्त करने के लिये पदों की आरोही या अवरोही क्रम में अनुविन्यसित करना पड़ता है। इसमें समय लगता है और भ्रमविषा होती है।
- (२) मध्यका का आवृत्ति का कुल सत्या से गुणा करने पर मूल्यों का कुल योग नहीं प्राप्त किया जा सकता।
- (३) मूल्यों का वितरण अनियमित होने पर भी मध्यका समूह का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती।
- (४) इस माध्य को निशाने में श्रेणियों के मनो पदा को समान महत्व दिया जाता है जो अनुचित है।
- (५) इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।
- (६) पदों की जितनी सत्या कम होती है उतनी ही अधिक यह भ्रमविषा होती है कि मध्यका समूह का पूर्ण प्रतिनिधि व नहीं कर सकेगी।

$$Q = Rs. 244 + \frac{3}{4} \times 56$$

$$= Rs. 286$$

$$D_8 \Rightarrow \text{the size of } 8\left(\frac{n+1}{10}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, ,, } 8\left(\frac{20+1}{10}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, ,, } 16.8 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 16th item} + \frac{4}{5} (\text{the size of 17th item} - \text{the size of 16th item.})$$

$$= Rs. 300 + \frac{4}{5} (350 - 300)$$

$$= Rs. 340$$

$$O_7 \Rightarrow \text{the size of } 7\left(\frac{n+1}{8}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, } 7\left(\frac{20+1}{8}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \frac{147}{8} \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 18.4 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 18th item} + \frac{4}{10} (\text{the size of 19th item} - \text{the size of 18th item})$$

$$= Rs. 370 + \frac{4}{10} \times 15$$

$$= Rs. 370 + 6$$

$$= 376 \text{ App.}$$

$$Q_n \Rightarrow \text{the size of } 3\left(\frac{n+1}{5}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 3\left(\frac{20+1}{5}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 12.6 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 12th item} + \frac{6}{10} (\text{the size of 13th item} - \text{size of 12th item})$$



$$= \text{Rs. } 230 + \frac{6}{10}(240 - 230)$$

$$= \text{Rs. } 230 + 6$$

$$= \text{Rs. } 236.$$

$$P_{70} = \text{the size of } 70 \left( \frac{n+1}{100} \right)^{\text{th}} \text{ item.}$$

$$= \text{ " " } = 14.7 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 14th item} + \frac{7}{10} (\text{the size of 15th item} - \text{the size of 14th item})$$

$$= \text{Rs. } 242 + \frac{7}{10}(244 - 242)$$

$$= \text{Rs. } 243.4.$$

### विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

#### उदाहरण

The following table shows the marks obtained by 199 students in statistics out of 100. Find out lower and upper Quartiles, 3rd Decile, 2nd Quintile, 1st Octile and 35th Percentile.

Marks	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Frequency	2	8	20	35	42	20	28	26	16	12

Solution.

#### Cumulative Frequency Table

Marks	Frequency	Cum. Frequency
10	2	2
20	8	10
30	20	30
40	35	65
50	42	107
60	20	127
70	28	155
80	26	181
90	16	197
100	2	199

$Q_1$  = the size of  $\left(\frac{n+1}{4}\right)$  th item.

= " " "  $\left(\frac{199+1}{4}\right)$  th item

= " " " 50 th item

= 40 marks

$Q_3$  = the size of  $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$  th item

= " " "  $3\left(\frac{199+1}{4}\right)$  th item

= " " " 150 th item

= 70 marks

$D_8$  = the size of  $3\left(\frac{n+1}{10}\right)$  th item

= " " "  $3\left(\frac{199+1}{10}\right)$  th item,

= " " " 60 th item

= 40 marks

$Q_{n_1}$  = the size of  $2\left(\frac{n+1}{5}\right)$  th item.

= " " "  $2\left(\frac{199+1}{5}\right)$  th item

= " " " 80 th item

= 50 marks

$O_1$  = the size of  $\left(\frac{n+1}{8}\right)$  th item

= " " "  $\left(\frac{199+1}{8}\right)$  th item

= " " " 25 th item

= 30 marks

$P_{100}$  = the size of  $35\left(\frac{n+1}{100}\right)$  th item.

= " " "  $35\left(\frac{199+1}{100}\right)$  th item

= " " " 70 th item

= 50 marks

**अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)**

मध्यका की माँति चतुर्थक, दशमक, पंचमक, अष्टमक तथा शतमक आदि सभी जब अविच्छिन्न श्रेणी में ऊपर दिये हुये सूत्र से निकाले जायेंगे तो वे एक वर्ग के रूप में होंगे। वर्ग माध्य नहीं हो सकता। इसलिये उनको वर्ग में निश्चित करने के लिये अन्तर्गणन की आवश्यकता होगी। अन्तर्गणन के लिये मध्यका निकालते समय प्रयोग किये जाने वाले सूत्र से मिलते-जुलते सूत्र इन सभी के लिये प्रयोग किये जाते हैं। सूत्रों में बहुत थोड़ा परिवर्तन करने की आवश्यकता होती है। मूल में दिये गये (m) के स्थान पर निम्न चतुर्थक निकालते समय ( $Q_1$ ), उच्च चतुर्थक निकालते समय ( $Q_3$ ), दशमक निकालते समय ( $D_1$  से  $D_9$  तक कोई भी जो पूछा गया हो,; पंचमक निकालते समय ( $Q_{n1}$ ) से ( $Q_{n4}$ ) तक में से जो पूछा गया हो; अष्टमक निकालते समय ( $O_1$ ) से ( $O_7$ ) तक में जो पूछा गया हो; और इसी प्रकार शतमक निकालते समय ( $P_1$ ) के ( $P_{99}$ ) तक में जो पूछा गया हो, प्रयोग होता है। (C) अमीष्ट चतुर्थक, दशमक, अष्टमक, पंचमक या शतमक वाले वर्ग के पहले वाले वर्ग की संख्या प्राप्ति होगी।

**Illustration 12.**

From the following distribution, calculate the median, Lower Quartile, 8th Decile and 56th Percentile. Also calculate the Second Quartile, 5th Decile; 25th, 50th and 80th Percentile.

Class Interval	Frequency
1—3	6
3—5	53
5—7	85
7—9	56
9—11	21
11—13	16
13—15	4
15—17	4

(B. Com. Banaras, 1953)

**Solution 12.****Cumulative Frequency Table.**

Class Interval	Frequency	Cumulative Frequency
1—3	6	6
3—5	53	59
5—7	85	144
7—9	56	200
9—11	21	221
11—13	16	237
13—15	4	241
15—17	4	245

$$m = \text{size of } \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \left( \frac{245+1}{2} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 123\text{rd item which falls in median class (5—7)}$$

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (123-59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 64$$

$$= 5 + 1.5$$

$$= 6.5 \text{ (size).}$$

$$q_1 = \text{size of } \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \left( \frac{245+1}{4} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 61.5\text{th item which falls in Lower quartile class (5—7)}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (61.5-59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 2.5$$

$$= 5.06 \text{ (size).}$$

$$d_1 = \text{size of } n \left( \frac{n+1}{10} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 8 \left( \frac{245+1}{10} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 196.8\text{th item which falls in decile class (7—9)}$$

$$D_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (d_1 - c)$$

$$= 7 + \frac{9-7}{56} \times (196.8 - 144)$$

$$= 7 + \frac{2}{56} \times 52.8$$

$$= 7 + 1.9$$

$$= 8.9 \text{ (size).}$$

$$P_{11} = \text{size of } 56 \left( \frac{n+1}{100} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 56 \left( \frac{245+1}{100} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 137.76 \text{th item which falls in class (5—7)}$$

$$P_{11} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (P_{11} - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (137.76 - 59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 78.76$$

$$= 6.85 \text{ (size).}$$

ऊपर के ही ढंग से द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile), पंचम दशमक (5th Decile), पच्चीसवाँ, पचासवाँ और अस्सीवाँ शतमक (25th, 50th and 80th Percentiles) भी निकाले जा सकते हैं। परन्तु यदि ध्यान से देखा जाय तो ये सभी निकाले जा चुके हैं क्योंकि द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile) पंचम दशमक (5th Decile) और पचासवाँ शतमक (50th Percentile) मध्यका के ही बराबर होते हैं। इसी प्रकार पच्चीसवाँ शतमक (25th Percentiles) प्रथम चतुर्थक (First Quartile) के बराबर होता है और अस्सीवाँ शतमक (80th Percentile) आठवाँ दशमक (8th Decile) एक ही होते हैं।

इन सबको बिन्दुरेखीय रीति से भी दिखाया जा सकता है तथा निकाला जा सकता है। इसमें संबंधी मावृत्ति वक्र बनाना पड़ेगा जैसा कि बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के अध्याय में बनाकर मध्यका निकाला गया है। संबंधी मावृत्ति वक्र के द्वारा चतुर्थक, पंचमक, अष्टमक, दशमक, और शतमक आदि निकाले जा सकते हैं।

## समानान्तर माध्य या मध्यक (Arithmetic Average or Mean)

समानान्तर माध्य गणितीय माध्यों में सबसे उत्तम माना जाता है और यह मान्य बहुत लोकप्रिय है। सामान्यतः 'औसत' शब्द का प्रयोग इसी मान्य के लिये होता है।

परिभाषा :—'मध्यक वह द्रव्य है जो किसी श्रेणी के सम्मिलित पदों के दूर्य के योग में उनही संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है।'

### मध्यक के प्रकार (Kinds of Arithmetic Average)

मध्यक दो प्रकार के होते हैं :—

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)—यहाँ पदों की मात्रा के समस्त पदों की समान मात्रा दिया जाता है और वही के योग में पदों की संख्या से भाग देने से। इस माध्य को सरल माध्य कहते हैं।

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)—कभी-कभी मात्रा के समी पदों का समान महत्व नहीं होता है और उनमें भारी भिन्नता होती है। यदि इस लक्ष्य को ध्यान में न रखा जाय और सरल मध्यक निर्धारित किया जाय तो निष्कर्ष गूढ़ नहीं होगा। ऐसी दशाओं में आवश्यकतानुसार पदों की महत्ता प्रदान करना अनिवार्य हो जाता है। इसलिये पदमात्रा के प्रत्येक पद को उसकी व्यक्तिगत महत्ता के अनुसार भार प्रदान करते हैं। उसके पश्चात् प्रत्येक पद के मूल्य को उसके भार से गुणा कर देते हैं और इस प्रकार प्राप्त हुये गुणनफल के योग में भारों के योग का भाग देते हैं।<sup>१२</sup>

भार निरपेक्ष और मापेक्ष दो प्रकार के हो सकते हैं। मापेक्ष भार निरपेक्ष भारों का प्रयोग करना चाहिये। यदि निरपेक्ष भार न मिले तो मापेक्ष भारों का प्रयोग किया जा सकता है।

### सरल मध्यक निकालने की रीति

#### (Method of Calculating Simple Arithmetic Average)

सामान्यतः मध्यक निकालना सम्भव सरल है। समस्त पदों के योग में पदों

1. "The arithmetic average is the quantity obtained by dividing the sum of the values of the items in a variable by their number."
2. The weighted Arithmetic Average may be defined as the sum of the items multiplied by their respective weights and divided by the sum of the weights.

की संख्या का भाग देने से जो भागफल आयेगा, वही मध्यक होगा। मध्यक निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

(१) ऋजु रीति (Direct Method)

(२) लघु रीति (Short Cut Method)

(१) ऋजु रीति (Direct Method)—यह रीति सरल है। समस्त पदों के योग में सरल का भाग देते हैं। परन्तु जहाँ पदों की संख्या बहुत अधिक हो और पद बहुत बड़े हो वहाँ के लिये यह रीति उचित नहीं।

(२) लघु रीति (Short Cut Method)—इस रीति में माला के किसी भी पद को या धन्य निम्न भी सरल को मध्यक मान लेते हैं। उसे कल्पित माध्य (Assumed mean) कहते हैं। फिर इस माध्य से प्रत्येक पद का विचलन (Deviation) निकालते हैं। विचलन धन ऋण किसी भी प्रकार का हो सकता है। सभी विचलन के योग में सरल का भाग दे देते हैं और भजनफल को कल्पित माध्य में जोड़ या घटा देते हैं। अब भजनफल धन होता है तब जोड़ेंगे और ऋण होता है तब घटाते हैं। इस प्रकार जो सरल प्राप्त होती है वही मध्यक होती है।

व्यक्तिगत श्रेणी में सरल मध्यक निकालना

(Calculation of Arithmetic Average in Individual Series)

ऋजु रीति (Direct Method)—सरल समानान्तर माध्य निकालने की रीति निम्न है :—

$$a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Hence a Stands for simple Arithmetic Average (सरल माध्य)

$x_1, x_2$  etc. Stand for values of different items of the series. (माला के विभिन्न पदों का मूल्य)

$n$ . Stands for number of items (पदों की संख्या)

इसी सूत्र को संक्षिप्त रूप में निम्न प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है :—

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

Here a Stands for simple Arithmetic Average (सरल मध्यक)

$\Sigma$  Stands for summation (योग)

$m$  „ „ measurements of item (पदों का मूल्य)  
 $n$  „ „ number of items. (पदों की संख्या)

१. यह चिह्न  $\Sigma$  ग्रीक भाषा का एक अक्षर 'Capital items' है। इसका अर्थ होता है—योग।

**Illustration 13**

Monthly expenditure of 5 Persons is given below in rupees:—  
132, 140, 144, 136 & 138.

Find out the Simple Arithmetic Average.

**Solution 13.**

Computation of Simple Arithmetic Average.

Serial No.	Monthly expenditure in Rs
1	132
2	140
3	144
4	136
5	138
Total	Rs. 690

$$a = \frac{\sum m}{n}$$

$$= \frac{690}{5}$$

$$= \text{Rs. } 138.$$

**संक्षेप रीति (Short cut Method)**

ऊपर के उदाहरण की संक्षेप रीति से इस प्रकार करेंगे :—

S. No	Monthly expenditure in rupees.	Deviations from assumed mean (144)
1	132	-12
2	140	-4
3	144	0
4	136	-8
5	138	-6
		<hr/> -30



$$a = x + \frac{\sum d_x}{n}$$

Here  $x$  Stands for assumed arithmetic average.

$d_x$  Stands for Deviation of the values of variables from the assumed mean.

यहाँ इस सूत्र का प्रयोग करने पर निम्न होगा :—

$$\begin{aligned} a &= Rs. 144 + \left( \frac{-30}{5} \right) \\ &= Rs. 144 - 6 \\ &= Rs. 138. \end{aligned}$$

### विच्छिन्न श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Calculation of Simple Arithmetic Average in Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में समानान्तर माध्य निकालते समय ऊपर के सूत्र को परिवर्तित दशा में प्रयोग करते हैं। वैसे तो सिद्धान्त रूप में शून्यों में कोई अंतर नहीं होना पर व्यावहारिक दृष्टिकोण से थोड़ा अंतर अवश्य होता है।

इसमें प्रत्येक पद को उसकी आवृत्ति से गुणा करके सभी गुणनफलों को जोड़ लेते हैं। यही जोड़ कुल पदों की मात्रा का योग होता है। फिर योग में सभी पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

इसके लिये श्रेणी रीति में निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

Where	$m$	Stands	for	Size of items
	$f$	"	"	Frequency of that item
	$n$	"	"	Number of items
	$\Sigma$	"	"	Total

#### Illustration 14.

Find the mean in the following :—

Size of items	Frequency
6	5
7	11
8	10
9	12
10	7
11	8
12	4

## Solution 14.

Size of items (m) —	Frequency (f)	Product of Size and Frequency (m f)
6	5	30
7	8	56
8	10	80
9	12	108
10	7	70
11	6	66
12	4	48
	$n = 52$	$\sum mf = 458$

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{458}{52}$$

$$= 8.81 \text{ approx.}$$

## सघु रीति (Short cut Method)

यहाँ निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = x + \frac{\sum fd_x}{n}$$

Where a Stands for Arithmetic Average

x " " Assumed Arithmetic Average,

f " " Frequency of the items

$d_x$  " " Deviations from the assumed Arithmetic Average

n " " Number of items

उपर से प्रदत्त हो इस रीति से निम्न प्रकार से करेंगे :—

Size of items	Frequency	Deviation from assumed mean (9) dx	Product of deviation and frequency (col. 2 and 3) f dx
6	5	-3	-15
7	8	-2	-16
8	10	-1	-10
9	12	0	0
10	7	+1	+7
11	6	+2	+12
12	4	+3	+12
n=52			$\Sigma f dx = -10$

$$a = x + \frac{f dx}{n}$$

$$= 9 + \frac{-10}{52}$$

$$= 9 - .19$$

$$= 8.81 \text{ approx.}$$

### प्रविच्छिन्न श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Continuous Series)

इस प्रकार की श्रेणी में सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग (Class) का मध्य मूल (Mid-Value) निकालकर श्रेणी को प्रविच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series) में बदल लेते हैं और इनके उपरान्त मध्यक निकालने का ठीक वही ढंग प्रयोग में लाया जाता है जो प्रविच्छिन्न श्रेणी में होता है।

#### Illustration 15.

From the table given below find the mean.

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of students	10	12	20	18	10

#### Solution 15.

#### Direct Method

Measurement (m)	Mid-value	Frequency	Product of m. and f (mf) (col. 2 and 3)
1	2	3	4
0-10	5	10	50
10-20	15	12	180
20-30	25	20	500
30-40	35	18	630
40-50	45	10	450
		n=70	$\Sigma mf = 1810$

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{1810}{70}$$

$$= 25.86 \text{ marks approx.}$$

लघु रीति (Short cut Method)

Measure- ment (m)	Mid value	Frequency (f)	Deviation from assumed mean 25 (dx)	Product of frequency and deviation (fdx)
0-10	5	10	-20	-200
10-20	15	12	-10	-120
20-30	25	20	0	0
30-40	35	18	+10	+180
40-50	45	10	+20	+200
		$\sum n = 70$		$\sum fdx = +60$

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$= 25 + \frac{60}{70} \text{ marks}$$

$$= 25.86 \text{ marks approx.}$$

समावेशी श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Inclusive Series)

समावेशी श्रेणी में भी मध्यक ठीक उसी प्रकार से निकाला जाता है जिन प्रकार अपवर्ती श्रेणी में।

Illustration 16

Calculate Arithmetic average from the data given below :—

Marks	Number of Students
1-10	2
11-20	4
21-30	6
31-40	3
41-50	5
51-60	2

## Solution 16.

## Short cut Method

Measurement (m)	Mid value	Frequency (f)	Deviation from assumed mean (25.5) (dx)	Product of frequency and Deviations (fdx)
1-10	5.5	2	-20	-40
11-20	15.5	4	-10	-40
21-30	25.5	■	0	0
31-40	35.5	3	+10	+30
41-50	45.5	3	+20	+60
51-60	55.5	2	+30	+60
		$\Sigma n = 20$		$\Sigma fdx = +70$

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 25.5 + \frac{70}{20} \text{ marks}$$

$$= 25.5 + 3.5 \text{ marks}$$

$$= 29 \text{ marks}$$

## सरल समानान्तर माध्य की विशेषतायें

समानान्तर माध्य की निम्न विशेषतायें हैं :-

- (१) समानान्तर माध्य माता के प्रत्येक पद के मूल्य से प्रभावित होता है। मूल्य के अनुसार अति सीमान्त पदों का इस पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है।
- (२) इस माध्य की गणना सरल है और प्रत्येक दशा में इसे निर्धारित किया जा सकता है।
- (३) इस माध्य को निश्चित रूप से बिना किसी प्रकार के सन्देह व दुविधा के प्राप्त किया जा सकता है।
- (४) इस माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।

## सरल समानान्तर माध्य के गुण -

- (१) इसको प्राप्त करने की क्रिया निश्चित व सरल है। इसलिये एक सामान्य व्यक्ति भी इसे समझ सकता है।
- (२) इसकी गणना बहुत सरल व निश्चित है।
- (३) इसे प्राप्त करते समय समूह के सभी पदों का प्रयोग होता है। बीजगणित का प्रयोग संभव है।

- (५) इसमें सामग्री की मध्यका की भाँति कम बढ़ करने और भूमिष्ठक की भाँति समूहा में रखने की आवश्यकता नहीं पड़ती।
- (६) यह माध्य निश्चित और सदा एक ही होता है।
- (७) पंखों की संख्या, कुल योग और मध्यक में से यदि कोई दो ज्ञात हो तो तीसरा सरलतापूर्वक प्राप्त किया जा सकता है।
- (८) यदि किसी श्रेणी के चलावा कुछ मुख्य और कभी की कुल संख्या दी हुई हो, तो अथवा मुख्यों के अभाव में भी सरल मध्यक को प्राप्त किया जा सकता है।
- (९) यदि श्रेणियों में पर्याप्त चलो के मुख्य दिये हुये हों तो मध्यक तुलानात्मक अध्ययन के लिये विशेष विद्वत्तनीय समझा जाता है।

### सरल समानान्तर माध्य के दोष

- (१) किसी समकालीन भावना की आवृत्ति को देखकर मध्यक का अनुमान नहीं लगाया जा सकता।
- (२) सरल समानान्तर माध्य की गणना करते समय प्रत्येक पद को समान महत्व दिया जाता है अतः परिणाम विरलसनीय नहीं होता।
- (३) बिन्दुरेख द्वारा इकाया प्रदर्शन में शक्ति करना सम्भव नहीं।
- (४) यदि समकालीन भावना का कोई भी मुख्य न ज्ञात हो तो इसे नहीं निरास्त जा सकता जबकि मध्यक का भूमिष्ठक ज्ञात किया जा सकता है।
- (५) कभी-कभी सरल मध्यक द्वारा श्रेणी का सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं होता। यदि चार गरीब व्यक्तियों में एक बहुत धनी को सम्मिलित कर लिया जाय तो मध्यक उनकी आय अच्छी प्रदर्शित करेगा।
- (६) गुणरामक सामग्री (जिसका अन्तर्गत भाव नहीं लिया जा सकता) के लिये यह नहीं प्रयोग होता।
- (७) यह निश्चित नहीं कि जो माध्य प्राप्त हो, वह सामग्री में मिले। इसलिये यह माध्य सच्चा प्रतिनिधि नहीं होता।
- (८) कभी-कभी मध्यक की देखकर अनुष्ठान परिणाम निरूपित जा सकते हैं। उदाहरणार्थ मान लीजिये 'क' और 'ख' दो व्यवहारों का ३ वर्षों का शुद्ध साम इस प्रकार है :—

वर्ष	क व्यवसाय का साम (रुपयों में)	ख व्यवसाय का साम (रुपयों में)
१९५७	२,०००	६,०००
१९५८	४,०००	४,०००
१९५९	६,०००	२,०००

दोनों व्यवसायों का मध्यक ४,००० दया होगा। जब यह निश्चयेगा कि

दोनों व्यवसायों की दशा एक सी है। परन्तु 'क' व्यवसाय उन्नति कर रहा है और स व्यवसाय शीघ्रता से भवनति कर रहा है।

(६) अनुपात व दर आदि का अध्ययन करने के लिये मध्यक का प्रयोग, अनुपयुक्त समझा जाता है।

**सरल मध्यक का प्रयोग (Uses of Simple Arithmetic Average)—**

सामाजिक व आर्थिक समस्याओं के अध्ययन के लिये यह माध्य बहुत उपयोगी है। गणना करने में तथा समझने में तथा सरल होने के कारण इसका प्रयोग बहुत होता है। औसत उत्पादन, औसत आयोक्त व निर्यात, औसत उत्पादन व्यय, औसत मूल्य, औसत आय आदि में यही माध्य प्रयोग में आता है। इसका प्रयोग गुणात्मक अध्ययन के लिये उपयुक्त नहीं। देनाओं में भी इसका प्रयोग ठीक नहीं होता।

### ✓ भारित माध्यक (Weighted Arithmetic Average)

सरल माध्यक का यह दोष है कि प्रत्येक पद का प्रभाव समान पड़ता है। महत्व के अनुसार प्रभाव डालने के लिये भारित मध्यक का प्रयोग किया जाता है। उसे नात करने के लिये प्रत्येक पद का प्रभाव भिन्न-भिन्न माना जाता है।

• **उदाहरण—**मान लीजिये किसी कारखाने में कुछ मजदूर आठ घंटे प्रतिदिन, कुछ दस घंटे प्रतिदिन और कुछ तीन रुपये प्रति दिन पाते हैं। इसका सरल मध्यक एक रुपये छः आना प्रति मजदूर हुआ। परन्तु वहाँ पर दोष यह है कि हमने मजदूरों की संख्या की ध्यान में नहीं रखा।

मान लीजिये आठ घंटे प्रतिदिन पाने वाले मजदूरों की संख्या १०, दस घंटे पाने वाले मजदूरों की संख्या = और तीन रुपये पाने वाले मजदूरों की संख्या ५ है।

$$\begin{aligned} \text{भारित मध्यक} &= \frac{\left(\frac{5}{16} \times 10\right) + \left(\frac{10}{16} \times 5\right) + (3 \times 5)}{23} \text{ रुपये} \\ &= \frac{25}{23} \text{ रुपये} \\ &= 1 \text{ रुपये १ आना ५ पाई} \end{aligned}$$

इस प्रकार हम देखते हैं भिन्न-भिन्न मजदूरों पाने वाले मजदूरों की संख्या जानना आवश्यक है तथा ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिये इन तथ्यों की गणना में उचित स्थान देना अनिवार्य है। यदि प्रत्येक प्रकार की मजदूरों पाने वालों की संख्या बराबर-बराबर होती तो सरल मध्यक उनका उपयुक्त प्रतिनिधि होता परन्तु यहाँ पर





$$= \frac{61}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2.03$$

### लघु रीति द्वारा भारित मध्यक का निकालना (Computation Weighted Arithmetic Average by Short cut Method)

जैसे सरल मध्यक ऋजु या लघु दो रीतियों से निकाला जा सकता है, ठीक उसी प्रकार भारित मध्यक भी इन दो रीतियों से निकाला जा सकता है। लघु रीति द्वारा भारित मध्यक निकालने समय निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है—

$$a_w = x + \frac{\sum wdx}{\sum w}$$

Where  $a_w$  stands for Weighted Arithmetic Average.

$x$  " " Assumed Weighted Arithmetic Average.

$w$  " " Weight

$dx$  " " Deviation from Assumed Weighted Arithmetic Average.

उपर वाले उदाहरण में लघु रीति द्वारा भारित मध्यक इस प्रकार निकालेंगे—

Kind of work	Wages i. e. measurement (m)	No. of workers i. e. weights (w)	Deviation from assumed mean	Product of weights & deviations from Assumed mean
Painters	4	2	+1.5	+3
Plasterers	3	2	+ .5	+1
Carpenters	2.5	4	0	0
Helpers	2	8	— .5	— 4
Labourers	1.5	14	—1.0	—14
$\sum w = 30$				$\sum wdx = -14$

$$a_w = x + \frac{\sum wdx}{\sum w}$$

$$= \text{Rs. } 2.5 - \frac{14}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2.5 - .47$$

$$= \text{Rs. } 2.03$$

## सरल व भारित मध्यक की तुलना

## Illustration 18

Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed and explain why they differ as they do —

I	II	III
Articles of food	Quantity Consumed	Price in Rs Per md.
Flour	115 mds	58
Ghee	56 "	58 4
Sugar	28 "	82
Potato	16 "	25
Oil	35 "	200

## Solution 18

I	II	III	Product
Articles of food	Quantity Consumed in md	Price in Rupees per md	
	w	m	mw
Flour	116	58	667
Ghee	56	58 4	3270 4
Sugar	28	82	2296
Potato	16	25	4
Oil	35	200	70
n=5	$\Sigma w = 1789$	$\Sigma m = 949$	$\Sigma mw = 403436$

$$\text{Unweighted or Simple mean} = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{949}{5}$$

$$= 18.98 \text{ Rupees}$$

$$\text{Weighted mean} = \frac{\Sigma mw}{\Sigma w}$$

$$= \frac{403436}{1789}$$

$$= 22.55 \text{ Rupees}$$

The weighted mean differs from unweighted mean because the former is affected by the weights

वास्तविक तथा अनुमानित भार (Actual and Estimated Weights)

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

वास्तविक (Actual)—भार पदों के सापेक्षिक महत्व के प्रतिरूप और कुछ नहीं है। पदों के सापेक्षिक महत्व को प्रकट करने के लिये ही इसका सहाय

लिया जाता है। यह महत्व उन तथ्यों के आधार पर निर्दिष्ट किया जाता है—जो प्राप्त होने हैं। कुछ दशाओं में भार स्पष्ट रूप से दिये होते हैं और अन्य दशाओं में गंभीर होते हैं। गंभीर भारों के उदाहरण निम्न हैं :—

(क) विभिन्न वर्गों या समूहों में आने वाले पदों की संख्या।

(ख) यदि समंक परीक्षाफल से सम्बन्धित हो तो विभिन्न परीक्षाओं में सम्मिलित होने वाले परीक्षार्थियों की संख्या।

(ग) यदि समंक वस्तुओं के विभिन्न प्रकारों के मूल्यों से सम्बन्धित हो तो

(१) उत्पादित परिमाण, या।

(२) विषय के लिये प्रस्तुत परिमाण, या।

(३) बिक्रीत परिमाण, या।

(४) उपभोग किया गया परिमाण, या।

(५) किसी भी अन्य उपलब्ध तथ्य,

के आधार पर भार निर्दिष्ट किये जाते हैं। इस प्रकार निर्दिष्ट किये गये भार वास्तविक कहलाते हैं। पर प्रायः ऐसा भी होता है जब वास्तविक भार न तो स्पष्ट रूप से और न गंभीर रूप से दिये हों। ऐसी दशा के पदा की महत्व के अनुसार भारों का अनुमान लगाया जाता है।

**अनुमानित (Estimated)**—यहाँ पदों के वास्तविक मूल्यों का पता नहीं होता और उनके महत्व को प्रकट करने के लिये अनुमानित मूल्यों का सहारा लेते हैं। इन्हीं मूल्यों के आधार पर पदों का भार निर्दिष्ट किया जाता है। विभिन्न व्यक्ति विभिन्न ढंग से अनुमानित भार लेते हैं। परन्तु यदि किसी वैज्ञानिक व तर्कयुक्त ढंग से अनुमान किये गये हैं तो पूर्ण रूप से यही सम्भावना होगी कि चाहे संचालक उत्तर भिन्न-भिन्न भले ही हों, परन्तु परिणाम सबके एक से होंगे। नीचे के प्रश्न में हम अनुमानित भारों का प्रयोग करके हल करेंगे :—

#### Illustration 19.

The following table gives the results of certain examinations of three Universities in the year 1937. Which is the best university?

Examination

Percentage results in the university.

A

B

C

M. A.

80

70

70

M. Sc.

65

70

60

B. A.

70

80

70

B. Sc.

60

70

80

B. Com.

75

60

70

साहित्यिकीय माध्य

यदि हम प्रश्न में सूर्य मध्यक निकाल जायें तो निम्न होंगे —

'स' विश्वविद्यालय का सरण मध्यक =  $\frac{80+60+70+60+70}{5} = 70\%$

$$= \frac{70+70+80+70+60}{5} = 70\%$$

'g'     "     "     =  $\frac{70+60+70+80+70}{5} = 70\%$

इस परिणामा को देखन मे अनुमान यह होता है कि तीनों विषयविद्यालयों का शिक्षण स्तर समान है। परन्तु यह बात आवश्यक नहीं। सरन मन्थन निहालत समय एम० ए०, एम० एग सी०, आदि परीणामा व विद्याधिया की सम्प्राप्ति पर ध्यान नहीं दिया गया है जो वास्तविक परिणाम निकालन व निय यदून मावश्यक है इसलिये यहाँ आरित मन्थन निहालता आवश्यक होगी।

### Calculation of the Weighted Arithmetic Average of the percentage Results in A, B and C Universities

Exams	University A			University B			University C		
	$m_1$	$w_1$	$m_1 w_1$	$m_2$	$w_2$	$m_2 w_2$	$m_3$	$w_3$	$m_3 w_3$
M A	80	25	2000	70	40	2800	70	50	3500
M Sc	65	20	1300	70	20	1400	60	30	1800
B A	70	80	5600	81	100	8000	70	150	10500
B Sc	60	45	2700	70	50	3500	80	100	8000
B Com	75	50	3750	60	60	3600	70	80	5600
	$\Sigma w_1 =$ 220	$\Sigma m_1 w_1 =$ 15350		$\Sigma w_2 =$ 270	$\Sigma m_2 w_2 =$ 19300		$\Sigma w_3 =$ 410	$\Sigma m_3 w_3 =$ 29100	

University A

$$x_{w_1} = \frac{\sum m_1 w_1}{\sum w_1} = \frac{15\,350}{220} = 69.77\%$$

## University B

$$a_{72} = \frac{\sum m_2 v_2}{\sum v_2} = \frac{19,500}{270} = 71.48\%$$

## University C

$$a_{72} = \frac{\sum m_2 v_2}{\sum v_2} = \frac{29,400}{410} = 70.17\%$$

इस प्रश्न में विद्यार्थियों की संख्या को मान लिया गया है। यही अनुमानित भार है। तीनों विश्वविद्यालयों के भारित मध्यम क्रमशः ६६.७३%, ७१.४८% और ७०.१७% हुआ। इससे यह परिणाम निकला कि 'ब' विश्वविद्यालय का परीक्षाक्रम सब में अच्छा है।

## भार का उपयोग कहाँ किया जाय

माध्य का प्रयोग धेरों की विशेषताओं को व्यक्त करने के लिये दिया जाता है। वह एक प्रतिनिधि संक होता है जो धेरों की सामान्य विशेषता को प्रकट करता है। इन उद्देश्यों को जल्दी भाँति पूरा करने के लिये वही सरल मध्यम ठीक रहता है और वही भारित मध्यम। वहाँ बोन-सा मध्यम ठीक प्रकार में प्रतिनिधि होगा यह परिस्थितियों पर निर्भर करता है। दोनो सामान्यतः निम्न परिस्थितियों में भारित समानान्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त है :—

(१) जब ऐसी माला का माध्य प्राप्त करना हो जो कई उपवर्गों में विभाजित हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त प्रतिनिधि हो सकता है। उदाहरणार्थ, यदि किसी फैक्टरी में विभिन्न प्रकार के काम करने वाले व विभिन्न प्रकार की मजदूरी पाने वाले मजदूर काम करते हैं और उनकी मजदूरी का समानान्तर माध्य निकालना हो तो भारित समानान्तर माध्य निकालना ही ठीक रहेगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(२) जब विभिन्न धेरियों के विभिन्न वर्गों के तुलनात्मक प्रतिशत अनुपात या दर दिये हुये हैं और पूरी धेरों का प्रतिशत, अनुपात या दर निकाल कर अन्य धेरियों से तुलनात्मक अध्ययन करना हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य निकालना ही उपयुक्त रहेगा क्योंकि यदि वैकल्पिक प्रतिशतों, अनुपातों या दरों का समानान्तर माध्य निकाल दिया जाय तो सब असम्भव होगा। संख्या को भी ध्यान में रखना आवश्यक होगा और वही भार होगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(३) जब धेरों के उपवर्गों का समानान्तर माध्य दिया हुआ हो और समूहों का समानान्तर माध्य निकालना हो तो उन समय भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त रहेगा। मान लीजिये किसी फैक्टरी में काम करने वाले मजदूर तीन वर्गों में विभाजित हैं और उनका समानान्तर माध्य क्रमशः १२०, २४० व ३२० है।

यदि इनका सरल मध्यक निकालें तो  $\frac{1+2+3}{3} = 2$  द० हुआ। परन्तु इसमें

हमने प्रत्येक वर्ग के मजदूरों की ध्यान में नहीं रक्खा जो ठीक नहीं। मान लीजिये पहले वर्ग में २० मजदूर, दूसरे वर्ग में ३०, मजदूर, और तीसरे वर्ग में ५० मजदूर हैं तो भारत मध्यक निम्न होगा :—

$$\frac{(1 \times 20) + (2 \times 30) + (3 \times 50)}{100} \text{ द०} = \frac{230}{100} \text{ द०} = 2.3 \text{ द०}।$$

(४) ऐसी परिस्थितियों में जहाँ पद मानों की भावृत्तियाँ असंग-प्रसंग हो तो भारत समानांतर माध्य ही ठीक रहेगा। यदि विभिन्न उपवर्गों में पदों की संख्या एक ही है तो उनका सापेक्षिक महत्त्व बराबर रहेगा और भारत मध्यक निकालने की आवश्यकता नहीं रहेगी। तब सभी भार एक ही राशि से गुणा किये जाने हैं और नये सिरे से कोई माध्य निकालने की आवश्यकता नहीं होती। नये सिरे से भारत माध्य निकालने की आवश्यकता तब पड़ेगी जब थोड़ी भ परिवर्तन होने के फलस्वरूप भारों के अनुपातों में भी परिवर्तन हुये हो।

### भार तथा भावृत्ति में अन्तर

यों तो व्यावहारिक रूप में भार व भावृत्ति में कोई अन्तर नहीं होता। क्योंकि प्रश्न हल करते समय भार का वही उपयोग होता है जो भावृत्ति का। परन्तु सैद्धान्तिक रूप में दोनों में अन्तर है। दोनों एक ही वस्तु नहीं। ये अन्तर निम्न हैं :—

(१) भावृत्ति पदों की संख्या को व्यक्त करती है परन्तु भार पदों के महत्त्व को प्रकट करते हैं। यह सम्भव है कि वहीं भावृत्ति व भार एक ही हों पर यह भी सम्भव है कि संख्या एक होने पर भार में अन्तर हो क्योंकि भार निर्दिष्ट करने के आधार भिन्न हो सकते हैं।

(२) भावृत्ति एक ही प्रकार की इकाइयों की होती है। परन्तु भार कई प्रकार की इकाइया का हो सकता है। उदाहरणार्थ किसी वस्तु में विभिन्न भागों में भावृत्ति विद्यापियों की संख्या होगी। परन्तु जीवन निर्वाह देशनाक निकालने समय भार गन्, मेर, गज, पीठ, आदि की इकाइयों में भी हो सकता है।

(३) भावृत्ति मत्ता वास्तविक तथ्यों पर आधारित होती है परन्तु भार अनुमानित भी हो सकता है।

(४) भावृत्ति सापेक्ष होती है जो किसी विशेष इकाई में व्यक्त की जाती है परन्तु भार निरपेक्ष संख्याओं में व्यक्त किये जाते हैं और वे किसी इकाई में नहीं रखे जाते।

(५) भावृत्ति का उपयोग इस समय भी हो सकता है जब सभी पदों की भावृत्तियाँ समान हो पर जब सभी पदों के भार समान हो उस समय उनके प्रयोग

करने की आवश्यकता नहीं होती। ऐसे स्थान पर भारित मध्यक निकालना भी निरर्थक होता है।

(६) एक ही प्रकार की इकाई होने से आवृत्ति वितरण वाली श्रेणियों में प्रवाह होता है तथा पद एक दूसरे से बहुत संबंधित होते हैं। परन्तु भार युक्त श्रेणों इकाइयों की भिन्नता के कारण एक दूसरे से असम्बन्धित भी हो सकती है।

सरल समानान्तर माध्य व भारित समानान्तर माध्य के मान में तुलना

व्यावहारिक रूप से देखने में पता चलता है कि कभी सरल समानान्तर माध्य भारित समानान्तर माध्य के बराबर होता है, कभी उससे बड़ा होता है और कभी उससे छोटा होता है। इस विषय में निम्न नियम हैं :—

(१) जब प्रत्येक मूल्य को समान भार दिया जाय तब सरल व भारित मध्यक बराबर होंगे।

(२) जब छोटे मूल्यों को अधिक भार और बड़े मूल्यों को कम भार दिया जाय तो सरल मध्यक भारित मध्यक से बड़ा होगा।

(३) जब छोटे मूल्यों को कम भार और बड़े मूल्यों को अधिक दिया जाय तो सरल मध्यक भारित मध्यक से छोटा होगा।

**गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)**

गुणोत्तर माध्य किसी श्रेणी के सभी पदों के गुणनफल का वह मूल (root) होता है, जितनी उसमें श्रेणियाँ होती हैं।

इस प्रकार ४ और १६ का गुणोत्तर माध्य =

$$2\sqrt{4 \times 16} = 8 \text{ हुआ।}$$

इसी प्रकार, २, ६ और १८ का गुणोत्तर माध्य =

$$3\sqrt{2 \times 6 \times 18} = 6 \text{ हुआ}$$

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$G = n\sqrt{a \times b \times c \dots \dots \dots \times n}$$

where,  $G$  stands for Geometric Mean.

" " " the number of items

$a, b, c, \dots$  etc. stand for the values of the items

इस प्रकार हम देखते हैं कि जहाँ दो पद हो वहाँ दोनों का गुणा करके वर्गमूल निकाल लेने पर गुणोत्तर माध्य निकल आता है। इसी प्रकार जहाँ तीन पद हो वहाँ तीनों का गुणा करके घनमूल निकाल कर गुणोत्तर माध्य प्राप्त कर लेते हैं परन्तु प्रसुविधा वहाँ होती है जहाँ चार, पाँच या अधिक पद हो। क्योंकि जब पाँच

The Geometric Mean, also called the Geometric Average, is the  $n^{\text{th}}$  root of the product of the  $n$  quantities of a series.

एक हज़ार तो यही कि गुणा करने की जगह घुमा, ६ पर हो तो लघुगुणन मूल और इसी प्रकार करना पड़ता है। यह कार्य अत्यन्त कठिन होता है और गणित में इसे करने की कोई सार्व निधि नहीं है। इसके लिये लघुगुणन (Logarithms) तथा प्रतिलघुगुणन (Anti Logarithms) का सहारा लेना पड़ता है। इन प्रकार गुणोत्तर माध्य निकालने का सूत्र निम्न है :—

$$p = \text{Anti Log } \left\{ \frac{\log a + \log b + \log c + \dots + \log n}{n} \right\}$$

### गुणोत्तर माध्य निकालने की रीति

(Method of Calculating Geometric Mean)

#### साधारण श्रेणी (Individual Series)

- (१) प्रत्येक सूचक का लघुगुणन (Logarithms) लघुगुणन सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त किया जाता है।
- (२) सभी यदों के लघुगुणन का योग प्राप्त करते हैं।
- (३) इस योग में यदों की संख्या का भाग दे देते हैं।
- (४) भागफल का प्रतिलघुगुणन (Anti Log) प्रतिलघुगुणन सारणी (Anti Log Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं। यही गुणोत्तर माध्य होता है।

#### Illustration 20

The monthly incomes of 10 families in rupees in a certain locality are given below. Calculate the Geometric Mean —

85, 70, 15, 75, 500, 8, 45, 250, 40 and 36.

(B. Com. Agra, 1915)

#### Solution 20

#### Calculation of Geometric Mean

Family	Income in Rs (x)	Logarithms (Log x)
A	85	1.9291
B	70	1.8431
C	15	1.1761
D	75	1.8751
E	500	2.6990
F	8	0.9031
G	45	1.6532
H	250	2.3979
I	40	1.6021
J	36	1.5563
10		21 Log x = 17.6373



$$S = \sqrt[n]{a \times b \times c \times d \dots \dots \dots n}$$
$$= \sqrt[10]{85 \times 70 \times 15 \times 75 \times 500 \times 8 \times 45 \times 250 \times 40 \times 36}$$

परन्तु मध्यम गुणा कर लेने पर दसवाँ मूल निकालना अत्यन्त बटिन का है । इसलिये लघुगणको की सहायता से निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$S = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a + \text{Log } b + \text{Log } c \dots \dots \text{Log } n}{n} \right\}$$
$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } 85 + \text{Log } 70 + \text{Log } 15 \dots \dots \text{Log } 36}{10} \right\}$$
$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\Sigma \text{Log } x}{10} \right\}$$
$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{17.6373}{10} \right\}$$
$$= \text{Anti Log } 1.76373$$
$$= \text{Rs. } 58.08$$

**विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)**

विच्छिन्न श्रेणी में भी गुणोत्तर माध्य निकालने की वही रीति है । केवल यह ध्यान रखना पड़ता है कि आवृत्तियों को उचित स्थान दिया जाय । इसमें निम्न क्रियामें करनी पड़ती है :—

- (१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) लघुगणक सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं ।
- (२) इन लघुगणको का सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं ।
- (३) इन गुणफलों को जोड़ कर इस जोड़ में आवृत्तियों के योग का भाग देने हैं ।
- (४) इस प्रकार प्राप्त भागफल का प्रतिलघुगणक (Anti Log) ज्ञात कर लेते हैं ।

यही गुणोत्तर माध्य होगा ।

विच्छिन्न श्रेणी में गुणोत्तर माध्य का सूत्र निम्न होगा :—

$$S = \sqrt[n]{\frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 \dots \text{Log } n \times f_n}{f_1 + f_2 + f_3 \dots \dots + f_n}}$$
$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\Sigma (\text{Log } x \times f)}{\Sigma f} \right\}$$

**Illustration 21.**

From the following data calculate the Geometric mean —

Size of item	Frequency
10	2
11	4
12	5
13	3
14	3
15	2
16	1
<b>Total</b>	<b>20</b>

**Solution 21.**

**Calculation of Geometric Mean**

Size (x)	Logarithms (Log x)	Frequency (f)	Product of col (2) × (3) (Log x × f)
10	1.0000	2	2.0000
11	1.0414	4	4.1656
12	1.0792	5	5.3960
13	1.1139	3	3.3417
14	1.1461	3	3.4383
15	1.1761	2	2.3522
16	1.2041	1	1.2041
		<b>Σf = 20</b>	<b>ΣLog x × f = 21.8979</b>

$$\begin{aligned}
 g &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 + \dots + \text{Log } n \times f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} \right\} \\
 &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\Sigma (\text{Log } x \times f)}{\Sigma f} \right\} \\
 &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{21.8979}{20} \right\} \\
 &= \text{Anti Log } 1.0949 \\
 &= 12.4 \text{ units.}
 \end{aligned}$$

**अविच्छिन्न माता (Continuous Series)**

अविच्छिन्न श्रेणी में वर्ग के मध्य बिन्दुओं के समुहण निहालकर सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं। ये सब कार्य ठीक उसी प्रकार से किया जाता है जैसा कि ऊपर विच्छिन्न श्रेणी में किया गया है।

**Illustration 22.**

The following table gives the marks obtained by 30 students in Mathematics in a certain examination :—

Marks	No. of Students
0—10	1
10—20	2
20—30	6
30—40	6
40—50	5

Calculate the Geometric Mean of the above series

**Solution 22.**

### Calculation of Geometric Mean

Marks	Mid-point (x)	Frequency (f)	Logarithms (Log x)	Product of col. (3) × (4) (Log x × f)
0—10	5	1	0.6990	0.6990
10—20	15	2	1.1761	2.3522
20—30	25	6	1.3579	8.3874
30—40	35	6	1.5441	9.2646
40—50	45	5	1.6532	8.2660
		$\Sigma f = 20$	$\Sigma (\text{Log } x \times f) = 28.9592$	

$$G = \text{Anti Log} \left\{ \frac{(\text{Log } x \times f)}{\Sigma f} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{28.9592}{20} \right\}$$

$$= \text{Anti Log } 1.4484$$

$$= 28.0 \text{ units.}$$

### भारित गुणोत्तर माध्य (Weighted Geometric Average)

यह बतलाया जा चुका है कि माध्य निकालते समय मूल्यों को उनके महत्व के अनुसार स्थान देने के लिये भार देना आवश्यक होता है। समानान्तर माध्य निकालते समय इसका विस्तृत रूप से प्रयोग हम देख चुके हैं। गुणोत्तर माध्य निकालते समय भी विभिन्न मूल्यों को उनकी महत्ता के अनुसार भार देने की प्रत्यन्त आवश्यकता पड़ती है। यदि ऐसा न किया जाय तो गुणोत्तर माध्य वास्तविक स्थिति को प्रदर्शित नहीं करेगा और परिणाम भ्रामक होगा। भारित गुणोत्तर माध्य निकालते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) प्राप्त करते हैं।
- (२) प्रत्येक लघुगणक का सम्बन्धित भार से गुणा करते हैं।
- (३) इन गुणनफलों के योग में भार के योग का भाग देते हैं।

(४) भजनफल का प्रतिनधुगणक (Anti Log) प्राप्त करेंगे और यही भारित गुणोत्तर माध्य होगा ।

इसके लिय निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है —

$$g_w = \sqrt[n]{a w_1 \times b w_2 \times \dots \times n w_n}$$

तधुगणको की सहायता से यह सूत्र निम्न रूप में होगा —

$$g_w = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a \times w_1 + \text{Log } b \times w_2 + \dots + \text{Log } n \times w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\sum (\text{Log } x \times w)}{\sum w} \right\}$$

Where  $g_w$  represents Weighted Geometric Mean

$a, b, c, \dots, n$  represent the values of items

$w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$  represent the weights corresponding to the size of item to which they relate

### Illustration 23

Calculate the Weighted Geometric Mean of the following —

Commodity	Index No	Weight
Wheat	120	10
Rice	110	5
Pulses	130	5
Gram	125	3
Other Food grains	128	7

### Solution 23

Commodity	Weight (w)	Index No	Log of Index No	Product of weight & Log
Wheat	10	120	2.0792	20.7920
Rice	5	110	2.0414	10.2070
Pulses	5	130	2.1139	10.5695
Gram	3	125	2.0969	6.2907
Other Food grains	7	128	2.1072	14.7504
	$\sum w = 30$			$\sum (\text{Log } x \times w) = 62.6096$

$$g_w = \text{Anti Log} \frac{62.6096}{30}$$

$$= 122.2^{.087}$$

$$= 122.2$$

## गुणोत्तर माध्य की विशेषतायें

सभी माध्यों की तरह गुणोत्तर माध्य की भी कुछ निम्नी विशेषतायें हैं जो निम्न हैं :—

- (१) गुणोत्तर माध्य में समानान्तर माध्य की अपेक्षा अति सीमान्त पदों को कम महत्त्व दिया जाता है। फलस्वरूप असाधारण छोटे व बड़े मूल्यों का कम प्रभाव पड़ता है।
- (२) यह घनारमक मूल्यों में प्राप्त किया जा सकता है। जब कोई मूल्य शून्य में या ऋणात्मक हो तो गुणोत्तर माध्य ज्ञात करना असम्भव हो जाता है।
- (३) जब परिवर्तन की दर या अनुपातों का माध्य निकालना हो तो इस प्रकार का माध्य अधिक उपयुक्त होता है।
- (४) गुणोत्तर माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।
- (५) यह जटिल होता है और इसे प्राप्त करने के लिये लघुगणकों व प्रति-लघुगणकों का ज्ञान आवश्यक है।

## गुणोत्तर माध्य के गुण

- (१) इस माध्य पर अतिसीमान्त पदों का प्रभाव पहले वर्णन किये गये सभी माध्यों की अपेक्षा कम पड़ता है। फलस्वरूप परिणाम अधिक प्रतिनिधि व शुद्धता के समीप होता है।
- (२) इस माध्य को निकालते समय सभी मूल्यों को प्रयोग में लाया जाता है। किसी पद को छोड़ा नहीं जाता। इससे फल अधिक गणितीय शुद्धता के निकट होता है।
- (३) यह माध्य उच्चस्तरीय गणितीय विवेचन के सर्वथा उपयुक्त है।
- (४) यह माध्य उस समय विशेष रूप से उपयुक्त होता है जब समंको की प्राकृति में विषमता हो।
- (५) यदि आंकड़ों का कुल मूल्य व उनकी कुल संख्या ज्ञात हो तो इसे प्राप्त किया जा सकता है।
- (६) अनुपातों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य बहुत उपयुक्त है। इसीलिये देशनाओं के अध्ययन में इसका प्रयोग अधिक होता है।

## गुणोत्तर माध्य के दोष

- (१) इस माध्य को निकालने का ढंग अन्य माध्यों की अपेक्षा अधिक कठिन है। इसलिये इसका प्रयोग जन सामान्य के लिये सम्भव नहीं।
- (२) यदि एक पद का मूल्य शून्य हो तो यह माध्य शून्य हो जायेगा जो सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं करेगा।

- (३) इसे निकालने के लिये समस्त मानों की बनावट का पूर्ण ज्ञान बहुत आवश्यक है।
- (४) यदि श्रेणी में कोई मूल्य शून्यात्मक है, तब भी यह माध्य नहीं निकाला जा सकता।
- (५) इसे प्राप्त करने के लिये सभी पदों का मूल्य जानना आवश्यक है। यदि कोई भी मूल्य न मिले तो इसे निकालना असम्भव है।
- (६) इस माध्य को केवल निरीक्षण के द्वारा नहीं प्राप्त किया जा सकता।
- (७) कोई आवश्यक नहीं कि गुणोत्तर माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो। वह कोई नई सख्या भी हो सकती है।

### गुणोत्तर माध्य का उपयोग

गुणोत्तर माध्य का उपयोग निम्न दशाओं में अधिक आवश्यक है :—

- (१) जहाँ बड़े मूल्यों को कम महत्त्व देना हो और छोटे मूल्यों को अपेक्षाकृत अधिक महत्त्व देना हो।
- (२) जहाँ निरपेक्ष पदों का औसत न निकालना हो बल्कि अनुपातों या दरों का माध्य निकालना हो।
- (३) जहाँ मूल्यों में अधिक असमानता हो। कोई मूल्य बहुत छोटा तथा कोई बहुत बड़ा हो।

### हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)

यदि किसी श्रेणी के पदों की सख्या की उन पदों के व्युत्क्रमों (Reciprocals) के भाग से योग दिया जाय तो जो भजनफल प्राप्त होता है उसे ही उस श्रेणी का हरात्मक माध्य कहते हैं। इसी बात को दूसरे शब्दों में यों कह सकते हैं कि हरात्मक माध्य किसी श्रेणी के विभिन्न पदों के व्युत्क्रमों के समानान्तर माध्य का व्युत्क्रम होता है। दिसी सर्या का व्युत्क्रम (Reciprocal) एक ऐसी सख्या होती है जिसमें उसी संख्या का गुणा करने पर गुणनफल एक हो। जैसे १५ का व्युत्क्रम  $\frac{1}{15}$  और २२ का व्युत्क्रम  $\frac{1}{22}$  होगा। व्युत्क्रम सारणी (Reciprocal Tables) की सहायता से किसी भी संख्या का व्युत्क्रम अत्यन्त सरलता से प्राप्त किया जा सकता है।

हरात्मक माध्य को ज्ञात करने का सूत्र निम्न है —

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

$$H = \text{Reciprocal} = \frac{\text{अथवा}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

Where H represents Harmonic Mean  
a, b, c, n represent the value of n items of the variable.  
n represents the number of items.

हरात्मक माध्य निकालने की रीति (Method of Calculating the Harmonic Mean)

साधारण श्रेणी (Individual series) :—

Illustration 24.

Find the Harmonic Mean of the following —  
6, 10, 15 and 20

Solution 24.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}} \\
 &= \frac{4}{\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} \\
 &= \frac{4}{\frac{10+6+4+3}{60}} \\
 &= \frac{4}{\frac{23}{60}} \\
 &= 4 \times \frac{60}{23} \\
 &= 10.43
 \end{aligned}$$

व्युत्क्रम सारणी की सहायता से करते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं—

(१) पहले प्रत्येक मूल्य का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(२) सभी व्युत्क्रमों को जोड़ देते हैं।

(३) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

(४) प्राप्त भजन फल का व्युत्क्रम निकालते हैं।

यही हरात्मक माध्य होगा।

व्युत्क्रम की रीति में ऊपर की प्रश्न निम्न दृग से होगा—

Measurement	Reciprocals
6	1667
10	1000
15	0666
20	0500
	<hr/>
	3833

$$H = \text{Reciprocal of } \frac{3833}{4}$$

$$= \frac{4}{3833}$$

$$= \frac{4}{3833}$$

Illustration 25.

The monthly income of ten families in rupees in a certain locality are given below Calculate the Harmonic mean —

85, 70, 10, 75, 500, 8, 42, 250, 40 and 36

Solution 25

Family	Income in Rs (x)	Reciprocals (1/x)
A	85	0.01176
B	70	0.01429
C	10	0.10000
D	75	0.01333
E	500	0.00200
F	8	0.12500
G	42	0.02381
H	250	0.00400
I	40	0.02500
J	36	0.02778
		0.31697

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{n}{\sum (1/x)}$$

$$= \frac{10}{0.31697}$$

$$= \text{Rs } 28.82$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न माता में हारमन माध्य निजातने के निम्ने निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) प्रत्येक मुख्य वर गुणकय गुणनम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।
- (२) इन प्राप्त गुणनमों से उनकी संबंधित आवृत्तियों की गुणा कर देते हैं।
- (३) इन आवृत्तियों के योग में इन गुणनमों का भाग देने हैं। अतः हारमन माध्य होता है।



## Illustration 26

Age in years	No. of Persons.
50	2
51	4
52	10
53	6
54	2
55	2

Calculate the Harmonic Mean

Solution 26.

Calculation of Harmonic Mean.

Age in Years (x)	No of Persons (f)	Reciprocal (1/x)	Product of col. (2) × (3) (f/x)
50	2	0.0200	0.04000
51	4	0.01961	0.07844
52	10	0.01923	0.19230
53	6	0.01887	0.11322
54	2	0.01852	0.03704
55	2	0.01818	0.03636
	26		0.49736

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{\sum (f)}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}} \\
 &= \frac{26}{0.49736} \\
 &= 52.27 \text{ years}
 \end{aligned}$$

### रविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

रविच्छिन्न मापों में हरात्मक माध्य निकालने समय निम्न बिन्दुओं पर ध्यान देना पड़ेगा—

- (१) सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु प्राप्त करते हैं।
  - (२) फिर इन मध्य बिन्दुओं का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।
  - (३) इन व्युत्क्रमों से और सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं।
  - (४) इन गुणनफलों के योग में आवृत्तियों के योग में भाग देने हैं।
- प्राप्त भजनफल हरात्मक माध्य होता है।

**Illustration 27**

Calculate the Harmonic Mean —

Marks	Number of Students
0—10	4
10—20	3
20—30	11
30—40	6
40—50	1

**Solution 27.**

Calculation of Harmonic Mean

Group	Mid point (x)	Frequency (f)	Reciprocals (1/x)	Product of c/d J x i (f/x)
0—10	5	4	0.20000	0.80000
10—20	15	3	0.06667	0.20000
20—30	25	11	0.04000	0.44000
30—40	35	6	0.02857	0.17142
40—50	45	1	0.02222	0.02222
		$\Sigma (f) = 30$		$\Sigma (f/x) = 1.63363$

$$H = \frac{\Sigma (f)}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}}$$

$$= \frac{\Sigma (f)}{\Sigma (f/x)}$$

$$= \frac{30}{1.63363} =$$

$$= 16.36 \text{ years} \quad 16 \text{ } 36 \text{ } 1000$$

**भारित हरात्मक माध्य (Weighted Harmonic Mean)**

गुरुत्व के महत्व के अनुसार उचित भार देकर भी हरात्मक माध्य ज्ञात जा सकता है। इसे भारित हरात्मक माध्य कहा है। भार निर्दिष्ट करने के विषय में हम विचार कर चुके हैं। भार निर्दिष्ट करने समय यह है कि जिस तथ्यांक का भार अधिक हो

भारित हरात्मक माध्य ज्ञात करने समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं :—

- (१) गुरुत्व के अनुसार प्रत्येक भूखण्ड का भार निर्दिष्ट करने है।
- (२) प्रत्येक भूखण्ड का हरात्मक हरात्मक-सारणी (Reciprocal Table) तैयार करना होता है।
- (३) प्रत्येक भूखण्ड का हरात्मक माध्य उसके भार में गुणा करने है।
- (४) इस गुणनफल का योग करने है।
- (५) इस योग में भार के योग का भाग देना है।

(६) भागफल का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से निकालने हैं।  
 प्राप्त फल भारित हरात्मक माध्य होता है।  
 इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग होना :—

$$H_h = \frac{\sum (\text{Weight} \times \text{Reciprocal})}{\text{Reciprocal of } \sum \text{Weight}}$$

### Illustration 23.

Size	Weight
40	10
50	6
120	4
150	2
110	3

Calculate Weighted Harmonic Mean

### Solution 23.

Measurement	Weight	Reciprocals	Weight $\times$ Reciprocals
40	10	0.02500	0.25000
50	6	0.02000	0.12000
120	4	0.00833	0.03332
150	2	0.00666	0.01332
110	3	0.00909	0.02727
	$\Sigma W = 25$		$\Sigma W \times \text{Rec} = 0.44391$

$$H_w = \text{Reciprocal of } \frac{0.44391}{25}$$

$$= 56.30 \quad \text{or} \quad 0.177$$

### हरात्मक माध्य की विशेषताएँ

हरात्मक माध्य की विशेषताये निम्न है :—

(१) बड़े मूल्यों का कम प्रभाव—इस माध्य पर बड़े मूल्यों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। इसलिये यह वहाँ के लिये उपयुक्त होते हैं जहाँ किसी एक या दो बड़े मूल्यों के धा जाने से माध्य मूल्यों का ठीक प्रतिनिधित्व नहीं करता।

(२) प्रयोग सीमित—सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग कम होता है क्योंकि इसमें व्युत्क्रम निकालने में असुविधा होती है।

(३) जटिल—यदि व्युत्क्रम सारणी की सहायता न की जाय तो व्युत्क्रम निकालने में अधिक परिश्रम करना पड़ता है और यदि व्युत्क्रम सारणी से व्युत्क्रम निकाला जाय तो इसको समझने में असुविधा होती है।

(४) बीज-गणितीय विवेचन संभव—इस माध्य में बीज-गणितीय विवेचन संभव है। इसलिये इसका प्रयोग सदा ठीक रहता है।

## हरात्मक माध्य के गुण

(१) यह माध्य अथवा सभी प्रकार के माध्यों की अपेक्षा बड़ा मूल्यों को कम और छोटे मूल्यों को अधिक भार देता है। परास्वरूप यह माध्य अथवा सभी माध्यों की अपेक्षा छोटा होता है।

(२) इस माध्य की गणना करने में सभी पदों का प्रयोग किया जाता है। परास्वरूप प्रत्येक पद परिलक्ष्य की प्रभावित करता है।

(३) ऐसी श्रेणियाँ जहाँ विषमता अधिक हो वहाँ के लिये यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है क्योंकि विषमता का कम प्रभाव पड़ता है।

(४) इस माध्य में गणितीय विवेचन किया जा सकता है क्योंकि इसमें वही भी गणितीय दृष्टि से कोई कमी नहीं।

(५) समय, दूर गति, चलन वेग (velocity) आदि का सम्बन्ध करते समय यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है।

## हरात्मक माध्य के दोष

(१) इस माध्य की गणना करने के लिये श्रेणी के सभी पदों की आवश्यकता पड़ती है। किसी भी मूल्य के सम्भाव्य हानि गणना सम्भव नहीं।

(२) स्मृतिगत गणना में असुविधा होती है। स्मृतिगत कारणों का सह्यता से भी अनुक्रम निर्दिष्ट करना एक सामान्य व्यक्ति के लिये कठिन है।

(३) यह माध्य एक ऐसी संख्या हो सकती है जो समय माप में विद्यमान न हो। इसलिये कभी-कभी यह श्रेणी के मूल्यों का सच्चा प्रतिनिधि नहीं हो सकता।

## वर्गमध्य (Quadratic Mean)

समय माप में अथवा समय मूल्य धारात्मक होते हैं तब उत्तम माध्य सामान्य रूप से निर्धारित होते हैं और इस प्रकार निर्धारित होने वाले माध्यों का विवेचन विस्तृत रूप में किया गया है। परन्तु कभी-कभी ऐसा भी होता है जब कुछ मूल्य हरात्मक होते हैं और कुछ धारात्मक ऐसी दशा में साधारण माध्य मापने की प्रवृत्ति का लक्ष्य प्रतिगमित होना शुरू कर सकता है। हरात्मक मूल्यों को छोड़ देते पर भी उत्तर ठीक नहीं होता। एही दशा में वर्गमध्य माध्य की सहायता ली जाती उपयुक्त है। वर्गमध्य माध्य सभी मूल्यों के वर्गों के योग में पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त भजनफल का वर्गमूल होता है। सभी मूल्यों का वास्तविक हरात्मक मूल्य भी धारात्मक में परिवर्तित हो जाता है।

वर्गमध्य माध्य गणना के समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं —

(१) समस्त श्रेणी के सभी पदों का वर्ग कर लेते हैं।

Quadratic Mean is an average obtained by extracting the root of the sum of squares of item values divided by their number

- (२) इन वर्गों का योग प्राप्त करने हैं ।  
 (३) वर्गों के योग में पदा की संख्या का भाग दते हैं ।  
 (४) प्राप्त मूलनसल का वर्गमूल निकाल लें ।  
 यही वर्गकरणी माध्य होता है ।

इसके लिए निम्न सूत्र प्रयोग में लाया जाता है —

$$Q_m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + \dots + n^2}{n}}$$

Where  $Q_m$  represents the Quadratic Mean

$a^2, b^2$  etc represent the squares of various item values

$n$  represents the number of items

### Illustration 29

Find out the Quadratic Mean of the following —

S No	Rs
1	10
2	15
3	20
4	12
5	8

### Solution 29.

$$\begin{aligned}
 Q_m &= \sqrt{\frac{(10)^2 + (15)^2 + (20)^2 + (12)^2 + (8)^2}{5}} \\
 &= \sqrt{\frac{100 + 225 + 400 + 144 + 64}{5}} \\
 &= \sqrt{\frac{933}{5}} \\
 &= \sqrt{186.6} \\
 &= \text{Rs } 13.6
 \end{aligned}$$

### वर्गकरणी माध्य की विशेषताएँ

(१) इस माध्य का प्रयोग तब समय होता है जब श्रेणी में कुछ मूल्य घनात्मक तथा कुछ ऋणात्मक रहते हैं ।

(२) इस माध्य के निश्चालने समय सभी मूल्यों का वर्ग निश्चालना पड़ता है। जो पदों के बड़े होने पर गड़बड़ का र्क होता है।

(३) कोई आश्चर्य नही कि माध्य दिय गये मूल्यों में से ही हो।

(४) सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है।

### संयोजक माध्य के गुण

(१) सम्भावित सम्बन्धी सम्बन्धों के अध्ययन में यह माध्य बहुत उपयुक्त है।

(२) भूतगत मूल्यों के बीच जब सम्बन्ध नष्ट हो जाते हैं तब इस माध्य का प्रयोग अनिवार्य हो जाता है।

(३) इस माध्य का प्रयोग बीज गणितीय विवेचन में किया जा सकता है।

(४) इस माध्य को निश्चालने समय किसी मूल्य को छोड़ा नहीं जाना।

### संयोजक माध्य के दोष

(१) यह माध्य बड़े मूल्यों के बहुत प्रभावित होता है और इसलिये कम सम्बन्ध प्रतिनिधि नहीं हो पाता।

(२) इस माध्य को निश्चालने में समानांतर माध्य की अपेक्षा अधिक परिश्रम करना पड़ता है।

(३) पदों के वर्ग निश्चालने तथा फिर उनके योग में मूल्यों का भाग देकर भजनका या वर्गमूल निश्चालने में असुविधा होती है। यह कार्य एक साधारण व्यक्ति के लिये कष्ट तः कठिन है।

(४) यह कोई आश्चर्य नही कि यह माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो। यह बाहर से भी हो सकता है। इसलिये अच्छा प्रतिनिधित्व नहीं कर पाती।

### चल माध्य (Moving Average)

यह माध्य एक प्रकार का समाभन्तर माध्य है। अन्तर यह है कि समाभन्तर माध्य सम्पूर्ण समस्त माता के लिये एक होता है पर चल माध्य कई होते हैं। यह माध्य सामान्यतः तीन वर्ष, पांच वर्ष या गार वर्ष के आधार पर निश्चाला जाता है। यह माध्य निश्चालने समय कालः एक-एक पद को छोड़ने चलते हैं। इस माध्य का प्रयोग विशेषकर समय श्रेणियों में किया जाता है।

यह माध्य निश्चालने समय निम्न त्रियाँ करनी पड़ती हैं—

(१) सर्व प्रथम यह निर्दिष्ट करना पड़ता है कि कितने वर्षीय माध्य निश्चालना है। ऐसा करते समय अत्युम्भ (odd) संख्या सेना ही ठीक है। इसलिये त्रैवर्षीय, पांच वर्षीय या सातवर्षीय आदि माध्य निश्चालने का निर्दिष्ट करने हैं।

(२) इसके उपरान्त उतने वर्षों के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकालकर बीच वाले वर्ष के सामने रखते हैं जैसे यदि त्रैवर्षीय चले माध्य निकाल रहे हों तो पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकाल कर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं और यदि पंचवर्षीय चल माध्य निकाल रहे हों तो पहले, दूसरे तीसरे, चौथे और पाँचवें वर्ष का समानान्तर माध्य निकालकर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं।

(३) पहले तीन, पाँच या सात वर्षों का माध्य निकालने के उपरान्त पहले वर्ष को छोड़कर फिर समानान्तर माध्य निकालने हैं। जैसे त्रैवर्षीय माध्य निकालते समय सर्वप्रथम पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष का समानान्तर माध्य निकालने हैं। फिर दूसरे, तीसरे, और चौथे वर्ष का समानान्तर माध्य निकाल कर तीसरे वर्ष के सामने रखेंगे। इसी प्रकार माध्य निकालने चलेंगे।

(४) यदि युग्म वर्षावृत्त (Even) संख्या जैसे ४ वर्ष ६ वर्ष आदि के आधार पर चल माध्य निकाला जाय तो माध्य को दो वर्षों के बीच में लिखना पड़ेगा।

त्रैवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c}{3}, \frac{b+c+d}{3}, \frac{c+d+e}{3} \text{ आदि।}$$

इसी प्रकार पंचवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}, \frac{b+c+d+e+f}{5}, \frac{c+d+e+f+g}{5} \text{ आदि।}$$

### Illustration 30.

Find out 3 yearly and 5 yearly moving averages of the following data :—

Year	1941	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	1953
Value	10	15	20	22	28	22	26	27	30	18	23	24	23

Calculation of 3 yearly and 5 yearly moving Average

Year	Value	3 Yearly Moving Average	5 Yearly Moving Average
1911	10		
1912	15	$\frac{10+15+20}{3} = 15$	
1913	20	$\frac{15+20+22}{3} = 19$	$\frac{10+15+20+22+28}{5} = 19$
1914	22	$\frac{20+22+28}{3} = 23.3$	$\frac{15+20+22+28+22}{5} = 21.4$
1915	28	$\frac{22+28+22}{3} = 24$	$\frac{20+22+28+22+26}{5} = 23.6$
1916	22	$\frac{28+22+26}{3} = 25.3$	$\frac{22+28+22+26+27}{5} = 25$
1917	26	$\frac{22+26+27}{3} = 25$	$\frac{28+22+26+27+30}{5} = 26.6$
1918	27	$\frac{26+27+30}{3} = 27.6$	$\frac{22+26+27+30+18}{5} = 24.6$
1949	30	$\frac{27+30+18}{3} = 25$	$\frac{26+27+30+18+23}{5} = 24.8$
1850	18	$\frac{30+18+23}{3} = 23.6$	$\frac{27+30+18+23+24}{5} = 24.4$
1951	23	$\frac{18+23+24}{3} = 21.6$	$\frac{30+18+23+24+23}{5} = 23.6$
1952	24	$\frac{23+24+23}{3} = 23.3$	
1953	23		



चल माध्यो का प्रभाव यह होता है कि यह अल्पकालीन परिवर्तनों पर नहीं विचार करता। यह दीर्घकालीन परिवर्तनों पर ही विचार करता है।

### प्रगामी माध्य (Progressive Average)

यह माध्य भी समानान्तर माध्य से मिलता जुलता है। प्रगामी माध्य निकालते समय चालू वर्ष का माध्य पिछले वर्षों के मूल्यों व चालू वर्ष के मूल्य का समानान्तर माध्य होता है। चल माध्य में व प्रगामी माध्य में एक मुख्य अन्तर यह है कि प्रगामी माध्य की प्रवृत्ति सचयी होती है अर्थात् पहले १ वर्ष का, फिर २ वर्ष का, ३ वर्ष का, ४ वर्ष और इस प्रकार अंत में जितने वर्ष होते हैं उतने वर्ष का समानान्तर माध्य निकालते हैं।

इसको निकालने के लिये निम्न सूत्र प्रयोग में लाये जाते हैं :—

$$\text{पहले वर्ष का प्रगामी माध्य} = \frac{a}{1}$$

$$\text{दूसरे ,, ,, ,,} = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{तीसरे ,, ,, ,,} = \frac{a+b+c}{3}$$

$$\text{चौथे ,, ,, ,,} = \frac{a+b+c+d}{4}$$

और इसी प्रकार आगे चलता जायेगा।

a, b, = आदि मूल्यों को प्रकट करते हैं।

उदाहरण

Year	Profit in thousand Rs.	Progressive Averages
1954	10	$\frac{10}{1} = 10$
1955	12	$\frac{10+12}{2} = 11$
1956	20	$\frac{10+12+20}{3} = 14$
1957	22	$\frac{10+12+20+22}{4} = 16$

1958	26	$\frac{10+12+20+22+26}{5} = 18$
1959	30	$\frac{10+12+20+22+26+30}{6} = 20$
1960	28	$\frac{10+12+20+22+26+30+28}{7} = 21.14$

### संग्रहित माध्य (Composite Average)

विभिन्न समानांतर माध्यों के समानांतर माध्य का संग्रहित माध्य कहते हैं। किसी परिवार के लोगो को धाय का मासिक समानांतर माध्य निम्न है :—

रु०

जनवरी = २००
फरवरी = १५०
मार्च = ३००
अप्रैल = २४०
मई = २५०
जून = ३००
जुलाई = ४००
अगस्त = २००
सितम्बर = २६०
अक्टूबर = २५०
नवम्बर = २४०
दिसम्बर = २६०

उक्त वर्ष का औसत धाय संग्रहित माध्य कहनायेगा। इसका संग्रहित माध्य निम्न सूत्र से निकालेंगे :—

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l}{12}$$

a, b, c, d आदि प्रत्येक माह को औसत धाय को प्रकट करते हैं।

ऊपर के उदाहरण का संग्रहित माध्य निम्न होगा :—

$$= 200 + 150 + 300 + 240 + 250 + 300 + 400 + 200 + 260 + 250 + 240 + 260 \text{ म १२ का भाग देने पर } = 254.16 \text{ रु०।}$$

## सामान्य व प्रमाणित मृत्यु और जन्म की दरें (General or Crude and Standardized Death and Birth Rates)

जन्म व मृत्यु की दरें प्रति हजार देने का प्रचलन है। ये दरें निकालने के लिये भारत समानान्तर माध्य का प्रयोग किया जाता है। इस रीति से दो स्थानों के लोगों की आयु दशा, स्वास्थ्य दशा व प्रजनन शक्ति की तुलना की जाती है।

दो स्थानों की जन्म दर व मृत्यु दर की तुलना करने के लिये यह आवश्यक है कि एक प्रमाण जनसंख्या (Standard Population) हो तथा दूसरी स्थानीय जनसंख्या (Local Population) हो। तभी किसी स्थान की जन्म दर या मृत्यु दर कैसी है इसका विश्वसनीय अनुमान लगाया जा सकता है।

मृत्यु दर दो प्रकार की होती है :—

- (१) सामान्य या अनोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)
- (२) प्रमाणित या ओधित मृत्यु दर, (Standardized or Crude Death Rate)

## सामान्य या अनोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)

इस प्रकार की मृत्यु दर निकालते समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं :—

- (१) सर्वप्रथम प्रत्येक आयु वर्ग का मृत्यु दर प्रति सहस्र निकालने हैं।
- (२) प्रत्येक आयु वर्ग की जनसंख्या को भार मान लेते हैं।
- (३) प्रत्येक वर्ग की मृत्यु दर व भार में गुणा करके गुणनफल का योग निकाल लेते हैं।
- (४) इस योग में भारों के योग का अर्थात् सम्पूर्ण जनसंख्या का भाग दे दें हैं।

इस प्रकार प्राप्त भजनफल सामान्य या अनोधित मृत्यु दर प्रकट करेगा।

### Illustration 31.

The deaths of two towns A and B are given according to the age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns.

Age group	Town-A		Town-B	
	Population	Deaths	Population	Deaths
Under 5	25,000	550	10,000	220
5—15	40,000	280	15,000	105
15—35	60,000	720	20,000	240
Over 35	15,000	525	15,000	525
	1,40,000	2,075	60,000	1,090

(B. Com., Agra 1959)

## Solution 31.

Age group	Town—A			Town—B		
	Population	Death	Death Rate	Population	Death	Death Rate
Under 5	25,000	550	22	10,000	220	22
5—15	10,000	280	7	15,000	105	7
15—35	60,000	720	12	20,000	240	12
Above 35	15,000	525	35	15,000	525	35
Total	1,40,000	2,075	14.8	60,000	1,090	18.1

General or Crude Death Rate of Town A :—

$$= \frac{(25,000 \times 22) + (10,000 \times 7) + (60,000 \times 12) + (15,000 \times 35)}{25,000 + 10,000 + 60,000 + 15,000}$$

$$= \frac{550,000 + 70,000 + 7,20,000 + 5,25,000}{25,000 + 10,000 + 60,000 + 15,000}$$

$$= \frac{20,75,000}{1,40,000} = 14.8$$

General or Crude Death Rate of Town B —

$$= \frac{(10,000 \times 22) + (15,000 \times 7) + (20,000 \times 12) + (15,000 \times 35)}{10,000 + 15,000 + 20,000 + 15,000}$$

$$= \frac{2,20,000 + 1,05,000 + 2,40,000 + 5,25,000}{10,000 + 15,000 + 20,000 + 15,000}$$

$$= \frac{10,90,000}{60,000} = 18.1$$

प्रमाणित या शोधित मृत्यु दर (Standardized or Corrected Death Rate)

ऊपर हम सामान्य या प्रमाणित मृत्यु दरें निकाल चुके हैं। वता चलता है कि B नगर की मृत्यु दर A नगर की मृत्यु दर की अपेक्षा अधिक है। इसलिये इस तुलना के आधार पर हम इन परिणामों को पहुँचने हैं कि B नगर A नगर की अपेक्षा अधिक स्वस्थ है। परन्तु इस प्रकार का तुलनात्मक अध्ययन विश्वसनीय नहीं है। क्योंकि प्रत्येक नगर के विभिन्न आयु समूहों को भिन्न भिन्न भार दिया जाता है। जब तक दोनों नगरों के आयु वर्गों को दिये जाने वाले भारों में समता नहीं होगी, तब तक तुलना विश्वसनीय नहीं होगी।

इस बात को ध्यान में रखते हुये यदि तुलनात्मक अध्ययन करना है तो अधिक विश्वसनीय जनसंख्या की प्रमाण जनसंख्या (Standard Population) मान लेने हैं और इसी जनसंख्या का दोनों नगरों के लिये भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इस प्रकार स्थानीय (Local) जनसंख्या की प्रमाणित या शोधित मृत्यु दर प्राप्त होती है।

अब ऊपर के प्रश्न में मान लीजिये हम  $\alpha$  नगर की जनसंख्या की प्रमाण मानते हैं तो  $\beta$  नगर की प्रमाणित जनसंख्या निम्न ढंग से निकालेंगे :—

**Standardized or Corrected Death Rate of  
Town B**

$$\frac{(22 \times 2,000) + (7 \times 40,000) + (12 \times 60,000) + (35 \times 15,000)}{1,40,000}$$

$$= \frac{20,75,000}{1,40,000} = 14.8$$

इस प्रकार हम इस परिणाम को यहूत हैं कि  $\alpha$  नगर  $\beta$  नगर की जनसंख्या की प्रमाणित मृत्यु दर बराबर अर्थात् १४.८ है। इससे यह परिणाम निकाला जा सकता है कि दोनों नगर समान ही स्वस्थ हैं। सामान्य मृत्यु दर के अनुसार  $\alpha$  नगर अधिक स्वस्थ था। ऐसी परिस्थिति में प्रमाण मृत्यु दर अधिक विश्वसनीय है।

ठीक इसी प्रकार जन्म दर, विवाह दर व बेरोजगारी दर भी सामान्य व प्रमाणित निकाली जा सकती हैं और इनमें तुलना की जा सकती है।

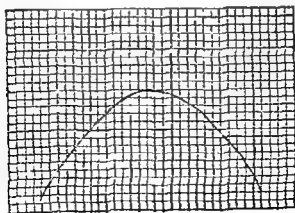
**विभिन्न माध्यों का स्थान निरूपण (Position of the Averages)**

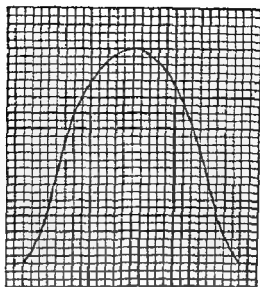
माध्यों के कई प्रकारों का विवेचन किया जा चुका है। यह आवश्यक नहीं कि सभी माध्य समान हों। प्रायः उनमें अंतर होता है। फिर भी उनमें आपस में कुछ सम्बन्ध होता है। यह सम्बन्ध ठीक प्रकार से निरूपित करने के लिये थोड़ी बें भाँझार की जानना अत्यन्त आवश्यक है।

मावृत्तियों का वितरण दो प्रकार का हो सकता है :—

**समितीय वितरण (Symmetrical Distribution)**

समितीय थोड़ी में पदों की मावृत्तियाँ ऐसे क्रम में दी होती हैं कि यदि उन्हें विन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण संमिति प्राप्त हो। जैसे :—

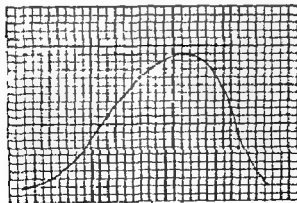


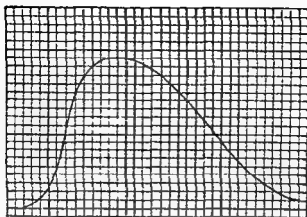


### असमितीय वितरण (Asymmetrical Distribution)

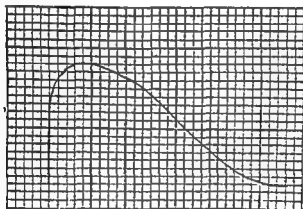
असमितीय वितरण में वक्रों की आवृत्तियाँ ऐसे कम में होती हैं कि यदि उन्हें बिन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण समिति न प्राप्त हो।

जैसे :—

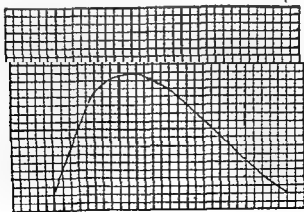




सममितीय वितरण भी कृत्रिम बहुत अधिक हो सकता है। जैसे :—

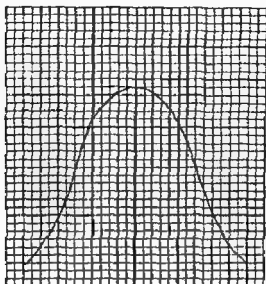


और कहीं कम हो सकता है। जैसे :—



विभिन्न प्रकार के माध्यों में सम्बन्ध के विषय में निम्न नियम हैं :—

(१) जब श्रेणी पूर्णरूप से समित (Perfect Symmetrical) हो तो समानान्तर माध्य या मध्यक मध्यका, व भूविष्टक का मूल्य समान होता है।



$\frac{a}{2}$

$$a = Z = M$$

(२) असममित (Asymmetrical) श्रेणी में समानान्तर माध्य, मध्यका व भूविष्टक में निम्न सम्बन्ध होता है :—

$$3M = a + 2Z$$

$$\text{या } Z = \frac{3M - a}{2}$$

$$a = \frac{3}{2}(3M - Z)$$

(३) समानान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में सामान्यतः समानान्तर माध्य सबसे बड़ा, उसके छोटा गुणोत्तर माध्य व सबसे छोटा हरात्मक माध्य होता है। इसे निम्न ढंग से प्रकट करते हैं :—

$$a > G > H$$

परन्तु यदि सभी पदों के मूल्य बराबर हो तो समानान्तर माध्य, गुणोत्तर व हरात्मक माध्य तीनों बराबर होते हैं :—

$$a = G = H$$

बिनाही दो पदों का गुणोत्तर माध्य उनके समानान्तर व हरात्मक माध्यों के गुणोत्तर माध्य के बराबर होता है।

$$G = \sqrt{a \times H}$$



### उपयुक्त माध्य का चुनाव (Selection of Suitable Average)

प्रथम प्रश्न यह उठता है कि कौन सा माध्य वहाँ प्रयोग किया जाय। सभी प्रकार के माध्य सभी स्थानों के लिये उपयुक्त नहीं होते। यदि उपयुक्त माध्य का चुनाव न किया गया तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इस विषय में प्रसिद्ध विद्वान् थो होरेस सेनाइस्ट का मत है कि माध्यों के प्रयोग करने के मोचित्व का निर्णय सभी तथ्यों तथा प्रत्येक माध्य के विशेष लक्षणों को ध्यान में रखकर करना चाहिये। इस विषय में थो वौफ (Wauagh) का विचार है कि सांख्यिकी के प्रारम्भिक विद्यार्थियों को समानान्तर माध्य को प्रधानता देनी चाहिये। माध्य का चुनाव करते समय विशेषकर निम्न दो बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) माध्य का उद्देश्य।

(२) पदों का बंटन।

इन्हीं दो तथ्यों के आधार पर माध्य का चुनाव ठीक प्रकार से किया जा सकता है।

माध्यों का चुनाव करते समय सामान्यतः निम्न तथ्यों व नियमों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) जिस श्रेणी में पदों का बंटन बहुत अधिक विषम हो वहाँ मध्यका या भूद्विष्टक का प्रयोग उपयुक्त होता है। इन दोनों में भी भूद्विष्टक को प्रधानता दी जानी चाहिये।

(२) जिस श्रेणी में बंटन ऊर्ध्व-वाह (U-shaped) हो, वहाँ भूद्विष्टक ही अधिक उचित माध्य माना जायेगा।

(३) देशनांक निकालने समय शायः गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त होता है।

(४) जब पदों के मूल्य गुणोत्तर क्रम में हों तो उस श्रेणी का ठीक प्रतिनिधित्व गुणोत्तर माध्य ही करेगा।

(५) जब किसी निश्चित समय के भीतर परिवर्तन का मापन करना हो तो गुणोत्तर माध्य अधिक उपयुक्त रहेगा।

(६) माध्य निकालते समय जब यह अपेक्षित हो कि मयासाध्य चल तत्व (Variable Factor) को स्थिर रखना आवश्यक हो, तब केवल केवल माध्य का प्रयोग वांछनीय रहेगा।

(७) जहाँ प्रतिसीमान्त पदों के कारण समानान्तर माध्य के ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व करने की संभावना न हो वहाँ मध्यका या भूद्विष्टक का प्रयोग उपयुक्त होगा।

(८) जिस श्रेणी में सामान्यतः सभी पद छोटे हों परन्तु केवल कुछ प्रतिसीमान्त पदों के प्रभाव के कारण समानान्तर माध्य बहुत अधिक घाता हो, वहाँ गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक ठीक होगा।

(६) इस प्रकार यदि जगमग सभी पद छोड़े जा और बहुत बड़ा मात्रा का और गुणांतर माध्य निकालने पर भी उसका प्रभाव कम न होना हो इसलिए माध्य अधिक उपयोग होता है।

(१०) जब घन शीला न पड़ने का अधिक महत्व हो तो मध्यम हो जा, समानता पर माध्य अधिक उपयोग होता है।

(११) यदि चर की सादृष्टि का अध्ययन करना है तो मध्यम, अनुसंधान सादृष्टि का उपयोग अधिक है।

आ गा० एम० वालिश (C. M. Walsh) के अनुसार माध्य का चुनाव करने समय निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए :—

(१) जब किसी समक श्रेणी में उच्चतम और निम्नतम शीलाएँ निर्दिष्ट न की जा सकती हो तो वही समानांतर माध्य का प्रयोग ठीक रहता है।

(२) जब निम्न शीला निर्दिष्ट हो परन्तु उच्च शीला निर्दिष्ट हो नहीं गुणांतर माध्य का प्रयोग अधिक होगा।

(३) जहाँ उच्च और निम्न शीलाएँ निर्दिष्ट हैं और ऊपर दिए हुए नियम न लागू हों तो यदि ब्रुविट्स समानता पर माध्य का निर्देश हो तो उस ही निर्देशना चाहिए और यदि ब्रुविट्स गुणांतर माध्य के अधिक प्रभाव हो तो गुणांतर माध्य का प्रयोग करना चाहिए।

### Standard Exercises

1. What is the purpose served by an average? Discuss the special advantages attached to the different averages and illustrate their uses. (B Com, Agra, 1912)
2. What is meant by 'Central Tendency'? Describe the measures of measuring Central tendency. Point out the usefulness and limitations of each method. (B Com, Bombay, 1919)
3. What is a statistical average? What are the desirable properties for an average to possess? Which of the averages is known possesses most of these properties? (B Com, Allahabad 1911)
4. Compare Mean, Mode and Median as averages representing groups. Explain with illustrations the particular circumstances in which each of them may be most advantageously used. (B Com, Agra, 1914)
5. The use of an average is always the function of the purpose one has in mind. Classification, forethought and analysis are necessary at every step in the use of averages. (B Com, Agra, 1953)

### ■ Define —

- (a) Arithmetic Average
- (b) Geometric

- (c) Median
- (d) Mode

Which of the four is the most representative and why ?

(M Com, Agra, 1945)

- 7 Write a note on the relative merits and uses of the following averages —
  - (a) Arithmetic Average
  - (b) Median
  - (c) Mode
  - (d) Geometric Mean
  - (e) Harmonic Mean

(B Com, Agra, 1957)
- 8 Each type of average has its own particular field of usefulness. In the light of this statement discuss characteristic features of the chief averages used in statistics.
 

(B. Com, Agra, 1954)
- 9 Explain the uses of the different types of averages, with illustrations.
 

(B Com, Lucknow, 1954)
- 10 What is an average ? Under what circumstances would you use the following ?
  - (a) The mode instead of the arithmetic average
  - (b) The geometric average instead of the arithmetic average
  - (c) The arithmetic average instead of the median

(B Com, Banaras, 1952)
- 11 Write short notes on any three of the following —  
 Limitations of averages    Geometric and Harmonic averages
 

(B Com, Agra, 1959)
- 12 Discuss, giving examples, the merits and defects of the averages generally employed in business statistics
- 13 Discuss the relative merits of the various types of averages used in statistical analysis
- 14 Which of the averages will be most useful in the following problems ? Give reasons—
  - (a) Per capita consumption of food in a family consisting of children, women and men
  - (b) Average earnings of a labourer
  - (c) Normal size of a hat for hat manufacturers
  - (d) Average size of oranges on a tree
- 15 (a) In what circumstances would you consider the Arithmetic Mean, the Geometric Mean, the Harmonic Mean, respectively, the most suitable statistic to describe the central tendency of a distribution ?  
 .. Determine Mode and the Median from the following figures —  
 25, 15, 23, 40, 27, 25, 23, 25, and 20 ( $Z=25$  and  $M=25$ )

- 16 Compare the merits and demerits of the Median and the Mode  
In which of the following problems would they be most useful ?  
 (a) Skill measurements  
 (b) Size of holdings  
 (c) Comparison of intelligence  
 (d) Marks obtained in any examination  
 (e) Heights and weights of students
- 17 'An average is a substitute for a complex group of variables, but it is not always safe to depend on the substitute alone to the exclusion of individual measurements of the group' Discuss
- 18 Explain what is meant by 'Central tendency' and describe the various methods of measuring it. Point out the usefulness of each method  
(B Com, Raj, 1953)
- 19 'Averages linked with percentages constitute the whole basis upon which is raised the superstructure of a simple device of comparing factors which are not directly comparable' Discuss  
(B Com, Allahabad, 1955)
- 20 What is the purpose served by an average ? What are the limitations of the uses of each one of the different kinds of average you know ?  
(B Com, Raj, 1950)
- 21 Discuss the essential requisites of an average, and in the light of them examine critically all forms of averages. Give illustrations  
(M A, Agra, 1951)
- 22 Explain the Law of Averages and describe the objects of computing statistical average. Also distinguish clearly between Average of Position and Mathematical averages  
(B. Com Allahabad, 1957)
- 23 Show how the determination of the central tendency as well as the estimation of variations therefrom are together necessary for the proper understanding of a series of items. Discuss the propriety of using particular average under particular circumstances  
(M Com Agra, 1956)
- 24 Statistics help collective agreement of wage adjustments. What data are required for the consideration of a revision in wage rates in a factory ? Which average will you utilize and why ?  
(M Com, Allahabad, 1943)
- 25 What do you understand by the "Central Tendency" of a frequency distribution ? Do you think a measure of Central Tendency is enough to describe a distribution ? If not, what other measure or measures would you like to obtain for the purpose ? Illustrate your answer by a suitable example  
(B Com, Raj, 1955)
- 26 Enumerate and define the various kinds of averages in use, and indicate the purposes for which they are respectively

required. What fallacies have to be guarded against in using averages ?

- 27 How will you find (a) the average marks of a class of students to show the level of intelligence (b) the average cost of goods purchased in different lots to determine the selling price (c) the average size of groups of items for the purpose of classification and (d) the average rate of increase in prices when the prices increase at different rates during successive periods ? Explain why you adopt a particular method in each case ?

(B Com, Agra & Raj, 1948)

- 1 Name the different averages used in Statistics and explain how they conform to the requisites of a good average. Also mention the situations in which each of them would be appropriate.

Obtain the Mean, Median and the Mode of the following distribution —

Marks	Frequency
10-25	6
25-40	20
40-55	44
55-70	26
70-85	3
85-100	1

$\bar{x} = 47.75$  marks,  $M = 48.35$  marks and  $Z = 48.57$  marks)

(M A, Agra, 1957)

Find the Mode and the Median from the following table by the use of graphs and check the results by calculations

Marks	Students	Marks	Students
0-10	2	40-50	35
10-20	18	50-60	20
20-30	30	60-70	6
30-40	42	70-80	3

$Z = 36$  marks and  $M = 36.66$

(B Com, Agra 1941)

The following are the monthly salaries in rupees of the employees in a branch bank. Calculate the Arithmetic Mean, the Geometric Mean, and the Harmonic Mean of the salaries. Which one of them represents the Salaries best, and why ?

10, 17, 29, 95, 95, 100, 100, 175, 250 and 750

( $\bar{x} = \text{Rs } 162.1$ ,  $G = \text{Rs } 82.41$  and  $H = \text{Rs } 40.82$ )

(B Com, Banaras, 1945)

The monthly incomes of 10 families in rupees in certain Locality are given below —

Family	A	85	Family	P	8
	B	70		Q	42
	C	100		H	250
	D	75		I	40
	E	500		J	36

Calculate the Mean, the Geometric Mean and the Harmonic Mean. Which of the above three averages represents the above figures best?

( $\bar{x}$  = Rs 111.6,  $G$  = Rs 55.31 and  $H$  = Rs 28.82)

(B Com, Agra 1915)

- 2 Calculate (a) the Arithmetic Mean (b) the Geometric Mean and (c) the Harmonic Mean of the following incomes —

5, 10, 22, 25, 50, 100, 150, 220, 248, 2000, 2,200 and 3,000  
( $\bar{x}$  = 669.17,  $G$  = 125.3 and  $H$  = 27.8) (B Com, Banaras, 1916)

- 3 From the following figures given below, find the Mode, Median and Quartiles. What information could you deduce from them?

Age	Number of Persons
20-25	50
25-30	70
30-35	100
35-40	180
40-45	150
45-50	120
50-55	70
55-60	50

( $\bar{x}$  = 38.67,  $M$  = 40,  $Q_1$  = 31 and  $Q_3$  = 47) (B Com, Agra, 1915)

- 4 Explain what is meant by weighted average. Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed.

I	II	III
Articles of food	Quantity consumed	Prices in Rs per pound
Floor	11.5 mds	5.0
Ghee	5.6 "	58.4
Sugar	0.28 "	8.2
Potato	0.16 "	2.5
Oil	0.35 "	20.0

( $\bar{x}$  = Rs 18.99 and  $W\bar{x}$  = Rs 22.55) (M A Calcutta 1937)

- 5 Find the Median, Lower quartile, 7th Decile and 85 percentile of the frequency distribution given below —

Marks in Statistics	Number of Students
Marks group	
Under 10	8
10-20	12
20-30	20
30-40	32
40-50	30
50-60	28
60-70	12
70-and above	4

Verify graphically

( $M$  = 40.5 marks,  $Q_1$  = 28.375 marks,  $D_7$  = 50.32 marks and  $P_{85}$  = 58.2 marks) ✓

36 From the table given below, find the mean and the Mode —

Marks	No of Candidates
1-5	7
6-10	10
11-15	16
16-20	32
21-25	24
26-30	18
31-35	10
36-40	5
41-45	1

✓ ( $\bar{x} = 20.36$  marks and  $Z = 18.67$  marks) (B Com., Agra, 1951)

37 Calculate the arithmetic mean of the following distribution

Profit Per Shop	Number of Shops
0-10	12
10-20	1
20-30	2
30-40	20
40-50	17
50-60	6

Find also graphically the value of median ( $a = 28$ )

(B Com., Bombay University, 1948)

38 (a) What is a weighted average?

(b) From the following data relating to paper consumed by a press, find the difference in the weighted average cost of paper for the two years —

Description of paper	Rate per lb 1942-43			Quantity consumed	Rate per lb 1943-44			Quantity consumed
	Rs	a	p		Rs	a	p	
White	0	7	2	17	0	8	6	11½
Brown	0	6	6	11	0	7	6	8½
Other	0	13	0	14	0	15	0	10
				37				30

(1942-43  $W_{a1} \approx \text{Re } -/9/3$ , 1943-44  $W_{a2} \approx \text{Re } /10/3$  and difference Re 1/-) (B Com., Banaras, 1950)

39 Find the Modal wage from the following data

Weekly Wages				Number of Wage earners	
s	d	to	s	d.	
12	6	—	17	6	4
17	6	—	22	6	44
22	6	—	27	6	38
27	6	—	32	6	28
32	6	—	37	6	6
37	6	—	42	6	8
42	6	—	47	6	12
47	6	—	52	6	2
52	6	—	57	6	2

43

(Z=21 5 Shillings)

(B. Com Raj 1919)

40 Calculate the (arithmetic) mean age and the median from the following data —

Age in years	No of persons
20	14
25	28
30	33
35	30
40	20
45	15
50	13
55	7

( $\bar{x}=34.56$  years and  $M=35$  years)

(B. Com, Lucknow, 1954)

41 Calculate the median, Quartiles, 6th Decile and 75th percentile from the following data —

Marks	No of students	Marks	No of students
Less than 80	100	Less than 40	32
" 70	90	" " 30	20
" 60	80	" " 20	13
" 50	60	" " 10	5

(B. Com, Raj, 1951)

( $M=46.6$  marks,  $Q_1=34.37$  marks,  $Q_3=57.87$  marks,  $D_6=50.3$  marks, and  $p_{75}=57.87$  marks)

42 Find out the Arithmetic average, Median and the Mode from the following table —

Marks	No of students
Below 10	15
" 20	15
" 30	60
" 40	84
" 50	91
" 60	127
" 70	198
" 80	250

250  
198  
127  
60  
15  
15  
—  
71

(B. Com, Raj, 1952)

( $\bar{x}=50.1$  marks,  $M=59.51$  marks and  $Z=6.78$  marks)

. 0 Q



Calculate the arithmetic mean for the following distribution —

Profit per shop

No. of shops

£	
0—10	12
10—20	18
20—30	21
30—40	20
40—50	17
50—60	6

( $\Sigma x = £ 2819$ )

(B Com. Raj, 1953)

14 According to the Census of 1941, the following are the population figures, in thousands of the first 36 cities in India —

2,488	391	203	178	360	176
1,490	1311	777	258	213	147
733	437	176	143	222	264
193	181	672	302	160	153
591	263	213	142	407	260
169	92	387	209	204	451

Find the median and the quartiles

(M Com, Agra, 1948)

( $M = 239$ ,  $Q_1 = 176$ ,  $Q_3 = 407$ )

15 Below are given the marks obtained by a batch of 20 students in a certain class-test in English and Hindi —

Roll No	Marks in English	Marks in Hindi	Roll No	Marks in English	Marks in Hindi
1	53	58	11	25	10
2	34	55	12	42	42
3	32	25	13	33	15
4	32	32	14	48	16
5	30	26	15	72	0
6	60	85	16	51	64
7	47	44	17	41	39
8	46	80	18	33	38
9	31	13	19	65	30
10	28	72	20	29	36

In which subject is the level of knowledge of the student higher?

(M A, Punjab, 1951)

( $M$  in Eng = 46 and  $M$  in Hindi = 42)

16 The marks (out of Max. of 100) obtained by candidates in an examination are shown in the following frequency table. Calculate the arithmetic average and the mode

Marks	No. of candidates	Marks	No. of candidates
17.5—22.5	2	47.5—52.5	213
22.5—27.5	11	52.5—57.5	145
27.5—32.5	33	57.5—62.5	67
32.5—37.5	80	62.5—67.5	35
37.5—42.5	170	67.5—72.5	1
42.5—47.5	243		

( $\Sigma x = 46965$  marks and  $\Sigma f = 5601$  marks)

(B Com, Agra, 1954)

- 7 Calculate the median and quartiles from the frequency table given above  
(B Com, Agra, 1954)

( $M = 46.77$  marks,  $Q_1 = 41.11$  marks and  $Q_3 = 52.56$  marks)

- 8 The following table gives the heights of students in an institution —

Heights in centimeters	No. of students	Heights in centimeters	No. of students
150—157	1	169—171	181
157—159	9	171—173	127
159—161	28	173—175	92
161—163	56	175—177	50
163—165	94	177—179	12
165—167	151	179—181	3
167—169	193	181—183	2

Calculate the Median, Quartiles and Third decile

(B Com, Agra, 1955)

( $M = 168.66$  centimeters,  $Q_1 = 167.13$  centimeters,  $Q_3 = 171.36$  centimeters,  $D_3 = 166.47$  centimeters)

- 9 The following marks have been obtained in three papers of statistics in an examination by 12 students. In which paper is the general level of the knowledge of the students highest?

A—36, 56, 41, 46, 54, 59, 53, 51, 52, 41, 37, 59

B—38, 51, 21, 51, 59, 46, 63, 31, 63, 41, 70, 36

C—63, 55, 26, 40, 30, 74, 43, 29, 83, 32, 80, 39

(Al A, Punjab, 1953)

( $M_1 = 51.5$  marks,  $M_2 = 52.5$  marks and  $M_3 = 42.5$  marks. Hence the general level of knowledge is the highest in paper B)

- 10 The following table gives the monthly income of 21 families in a certain locality —

Serial No. of the family	Monthly income in rupees	Serial No. of the family	Monthly income in rupees
1	60	13	96
2	400	14	93
3	86	15	101
4	95	16	75
5	100	17	80
6	150	18	91
7	110	19	100
8	71	20	75
9	90	21	600
10	92	22	62
11	200	23	200
12	181	24	81

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of

the above incomes. Which average would represent the above series the best? Give reasons

(P C S 1955)

(a=Rs 141.9, M=Rs 95.5 and Z=Rs 75 and Rs 100)

The following table gives the annual birth and death rates in the U & A during the period 1931 to 1945 —

Year	Birth Rate	Death Rate
1931	18.0	11.1
1932	17.4	10.9
1933	16.6	10.7
1934	17.2	11.1
1935	16.9	10.9
1936	16.7	11.6
1937	17.1	11.3
1938	17.6	10.6
1939	17.3	10.6
1940	17.9	10.7
1941	18.9	10.5
1942	20.9	10.4
1943	21.5	10.9
1944	20.2	10.6
1945	19.6	10.6

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of birth and death rates separately.

(Birth Rate a=18.25, M=17.6, Z=16.3 Death Rate a=10.83, M=10.7 and Z=10.6)

2. The deaths of two towns A and B are given according to age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns.

Age group	Town A		Town B	
	Population	Deaths	Population	Deaths
Under 5	25,000	550	10,000	220
5—15	40,000	280	15,000	105
15—35	60,000	720	20,000	240
Over 35	15,000	525	15,000	525
	1,40,000	2,075	60,000	1,090

(Crude death rates A Town 14.82, B Town 18.165, Standardized death rate of B Town 14.82)

The following table gives the population of males at different age groups of the U K. and India at the time of the Census of 1931

Age Group	U. K. (Lakhs)	India (Lakhs)
0-5	18	214
5-10	19	250
10-15	20	222
15-20	18	157
20-25	10	145
25-30	14	161
30-40	27	257
40-50	25	148
50-60	19	120
Above 60	17	100

Calculate the average age of Males in U K and India and comment on the difference. (B Com, Lucknow, 1911)

(U K.  $\bar{x} = 29.62$ , India  $\bar{x} = 25.33$ )

Calculate the Arithmetic average by short-cut method and the median in the following series —

Expenditure	No. of Students
Below 5	11
" 10	16
" 15	28
" 20	38
" 25	46

Explain the underlying assumption of the formula of the median (B Com, Alld., 1955)

( $\bar{x} = \text{Rs } 12.93$  and  $M = \text{Rs } 13.125$ )

Amend the following table and locate the median from the amended table. Also measure the magnitude of the Median so located

Sizes	Frequency
10-15	10
15-17.5	15
17.5-20	17
22-30	23
30-35	28
35-40	30
45-and onwards	40

( $M = 32.7$ )

(B Com. Allahabad, 1912)

Calculate the Mean, Median, Quartiles, 4th Decile and 12th Percentile from the following frequency distribution of marks at a test in Economics

Marks	No. of Students
0-5	4
5-10	6
10-15	10
15-20	16
20-25	12
25-30	8
30-35	4

(B. Com., Allahabad, 1953)

( $Q_1=18$  marks  $M=18.28$  marks  $Q_3=21.62$  marks,  $Q_3=21.62$  marks,  $D_4=16.37$  marks and  $P_{12}=7.77$  marks)

Compute the Mode from the following series

Size of the items	Frequency	Size of the item	Frequency
0—5	20	25—30	16
5—10	24	30—35	34
10—15	<u>32</u>	35—40	10
15—20	28	40—45	8
20—25	20		

( $Z=32.14$  units)

*B Com, Allahabad 1956)*

Calculate the arithmetic average and the median from the following data —

Age	No of People
55—60	7
50—55	13
45—50	15
40—45	20
35—40	<u>30</u>
30—35	33
25—30	22
20—25	14
Total	160

*(B Com, Lucknow 1951)*

( $a=37.06$  years and  $M=30.916$  years)

Q9 Under what assumptions is mode located in a frequency distribution? Compare the mode of the following distribution —

Size of item	Frequency
4—8	10
8—12	12
12—16	<u>16</u>
16—20	11
20—24	10
24—28	8
28—32	<u>17</u>
32—36	5
36—40	1

*(B Com, Allahabad, 1947)*

( $Z=14.63$  units)

Find the Median, Lower Quartile, 7th Decile and 85th Percentile of the frequency distribution given below —

Marks Group	No. of Students
under 10	8
10-20	12
20-30	20
30-40	32
40-50	30
50-60	28
60-70	12
70 and above	1

*Handwritten mark: a large 'L' with a 'K' above it.*

(B Com Allahabad, 1949)

( $M = 10\frac{1}{2}$  marks  $Q_1 = 21\frac{1}{2}$  marks  $D_7 = 50\frac{1}{2}$  marks  
5-58.2 marks)

Draw a cumulative frequency graph of the following distribution showing the monthly wages of a group of workmen and hence or otherwise Calculate the values of (a) the mode, (b) the median, and (c) the two quartiles —

Wages in Rs	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Workmen	8	10	11	16	20	21	15	9	6	6

(W A, Rajputana, 1950)

( $Z = Rs\ 23\frac{1}{2}$ ,  $M = Rs\ 21\frac{1}{2}$   $Q_1 = Rs\ 21\frac{1}{2}$  and  $Q_3 = Rs\ 26\frac{1}{2}$ )

2 Calculate the simple average and the weighted average of the following items

Item	88	85	101	102	109	110	112	113
Weight	1	16	11	1	11	7	23	17
Item	121	128	133	136	151	153	172	
Weight	9	11	2	1	16	1	3	

Account for the difference in the two averages

(W A Allahabad 1940)

( $\bar{x} = 121\frac{1}{2}$  units and  $\bar{w}_x = 108\frac{1}{2}$  units)

3 Make a frequency table having grades of wages with class intervals of two annas each from the following data of daily wages received by 30 labourers in a certain factory and then compute average daily wages paid to a labourer —

Daily Wages in Annas									
11	16	16	14	22	13	15	24	12	23
11	20	17	21	11	18	19	20	17	16
11	11	12	21	20	17	18	19	22	23

*Handwritten mark: a large 'V' with a '5' above it.*

( $\bar{x} = 18\frac{1}{2}$  annas)

(B A Punjab, 1945)

4 Calculate the mode and the Arithmetic Average from the following series and account for the difference if any —

Size of the item	Frequency
6-10	20
11-15	30
16-20	50
21-25	40
26-30	10

( $\bar{x} = 19\frac{1}{2}$  units and  $\bar{w}_x = 17\frac{1}{2}$  units)

(B Com, Banaras, 1950)

65 Below are given the marks obtained by a batch of students appearing in statistics in the certificate course examination, maximum marks in the paper being 50

14, 22, 25, 15, 11, 33, 28, 26, 22, 30, 13, 16, 27, 32, 19, 12, 21, 18, 16, 10, 31, 29, 23, 24, 17, 23, 20

Find out (a) the median marks directly and (b) the median marks after classifying the given marks into class intervals of 10—15, 15—20 etc. Account clearly for the difference, if any between the two values of median so computed (B. Com, Allahabad 1957)

Ans. (a)  $M_e = 22$  marks and (b)  $M_e = 22.14$  marks

66 Define the Mean, the Median, and the Mode. Find their values in the case of the heights of trees in a garden whose frequency distribution is given in the following table —

Heights under 7 feet	Frequencies
" 14	56
" 21	57
" 28	92
" 35	134
" 41	216
" 49	287
" 56	341
	360

(a = 30.1 feet, Z = 33.5 feet and  $M = 31.92$  inches) (M. A. Agra, 1947)

Find the average marks of a student from the following table —

Marks	Number of Students
Below 80	240
" 70	190
" 60	125
" 50	95
" 40	75
" 30	60
" 20	40
" 10	25

(a = 49.58 marks)

(B. Com. Banaras 1954)

Find out the median and the mode from the following table —

No. of days absent	Number
Less than 5	29
" 10	224
" 15	465
" 20	582
" 25	634
" 30	644
" 35	650
" 40	653
" 45	655

( $M = 12.16$  days and  $Z = 11.35$  days)

(B. Com. Lucknow 1957)

- 67 From the following table calculate mean and median By graph verify the median.

Crop-cutting Experiment Data on plot yields of wheat

Yields in lb.	No of Plots
Over 0	216
" 60	210
" 120	156
" 180	98
" 240	57
" 300	31
" 360	13
" 420	7

( $\Sigma = 1889$  lb and  $M = 170.2$  lb.)

(*B. Com., Sagar, 1958*)

- 68 What is a Weighted Average? Why and how are weights given?

Determine which of the town A or B is more healthy?

- 69 Find the mode and the median from the following table :-

Marks	Students
0-10	2
10-20	18
20-30	30
30-40	45
40-50	35
50-60	20
60-70	6
70-80	3

( $M = 36.66$  marks and  $Z = 36$  marks)

- 70 The following table gives the frequency distributions of weights of students of a college sex-wise Calculate the mean and median weights for both the sexes

Weights in lbs	Males	Females
60-69	—	4
70-79	6	18
80-89	11	30
90-99	15	11
100-109	38	21
110-119	53	9
120-129	21	3
130-139	11	—
140-149	2	1
	<hr/> 160	<hr/> 130

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Mean Weight of Males} = 109.93 \text{ lbs.} \\ \text{Median " Females} = 92.57 \text{ "} \\ \text{Median " Males} = 111.93 \text{ "} \\ \text{" " Females} = 93.37 \text{ "} \end{array} \right\}$$



## अध्याय १२

# अपकिरण और विपमता

### (Dispersion and Skewness)

विभिन्न माध्यों के अध्ययन से यह स्पष्ट है कि वे पदमाला को एक प्रतिनिधि अंक के रूप में प्रगट करने हैं और पदमाला की सामान्य माध्य स्थिति को व्यक्त करते हैं। यदि दो या अधिक पदमालाओं के भाग बराबर हों तो इनके आधार पर एक सामान्य व्यक्ति यही समझेगा कि दोनों श्रेणियाँ एक दूसरे के प्रतिरूप हैं और दोनों में कोई अन्तर नहीं। परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं होता। माध्यों के बराबर रहते हुए भी पदमालाओं के आकार में बहुत अन्तर हो सकता है। इसका कारण यह है कि सभी आवृत्ति वितरण समान नहीं होते। वे दो प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) माध्यों में अन्तर पर वनावट में समानता—एक तो ऐसे कि माध्यों में अन्तर होने पर भी पदमाला की वनावट में अन्तर न हो और उनमें बहुत साम्य हो।

जैसे	अ	ब
	३	८
	४	६
	५	१०
	६	११
	७	१२

यहाँ अ और ब दो श्रेणियों में समानतर माध्य या मध्यका क्रमशः ५ और १० हागे इस प्रकार इन दोनों श्रेणियों के माध्यों में बहुत भारी अन्तर है। परन्तु यदि इनकी वनावट पर विचार किया जाय तो यह ज्ञान होगा कि इस विचार में दोनों श्रेणियों में बहुत समानता है क्योंकि दोनों श्रेणियों में माध्य की तुलना में सबसे छोटा मूल्य २ कम है तथा सबसे बड़ा मूल्य २ अधिक है। अर्थात् दोनों श्रेणियों में माध्य में अड़ों का विचलन (Deviation) समान है।

जैसे —	अ माध्य से विचलन	ब माध्य से विचलन
	३ — २	८ — २
	४ — १	६ — १
	५ ०	१० ०
	६ + १	११ + १
	७ + २	१२ + २

(२) माध्यों में समानता पर बनावट में अन्तर—प्राचुरि वितरण का दूसरा रूप यह हो सकता है कि दो या अधिक पदमानाओं के माध्य बराबर हों परन्तु उनकी बनावट में भिन्नता हो।

उदाहरण :—

तीन वर्गों के व्यक्तियों की मासिक आय (रुपों में)

अ—वर्ग	ब—वर्ग	स—वर्ग
✓ प्रथम व्यक्ति १००	११५	२०
✓ द्वितीय " १००	१००	८०
✓ तृतीय " १००	६०	६०
✓ चतुर्थ " १००	६०	१२०
✓ पंचम " १००	१०५	२२०
<hr/>	<hr/>	<hr/>
७००	५००	५००
मध्यक = १००	१००	१००

यह अ, ब और स तीन वर्गों के पाँच-पाँच व्यक्तियों की मासिक आय दी हुई है। तीनों वर्गों की माध्य मासिक आय समान है। परन्तु यदि ध्यानपूर्वक देखा जाय तो तीनों वर्गों की बनावट में भारी अन्तर है।

प्रथम वर्ग में सभी पदों का मूल्य १०० है और माध्य भी १०० है। इसलिए यह माध्य सभी पदों का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व कर रहा है।

द्वितीय वर्ग में पदों का मूल्य कम से कम ६० और अधिक से अधिक ११५ है और माध्य १०० है। अर्थात् माध्य से सबसे छोटे पद का विचलन —१० और सबसे बड़े पद का विचलन + १५ है। इस प्रकार माध्य में पदों के मूल्यों में कुछ विचलन अर्थात् दूरी है परन्तु यह बहुत अधिक नहीं। अधिक से अधिक १५ है। इस प्रकार इस वर्ग में भी १०० माध्य वर्ग का प्रतिनिधित्व ठीक प्रकार से कर रहा है।

तृतीय वर्ग में परिस्थितियाँ एक दम भिन्न हैं। अन्य वर्गों की भाँति माध्य यहाँ भी १०० है। परन्तु यहाँ सबसे छोटा मूल्य २० है जो माध्य से ८० कम है। अर्थात् विचलन —८० है। पदमानों का सबसे बड़ा मूल्य २२० है जो माध्य से १२० अधिक है। अर्थात् विचलन + १२० है। पदमानों का सबसे बड़ा मूल्य माध्य के दूने से भी अधिक है और सबसे छोटा मूल्य माध्य का पाँचवाँ भाग है। इसलिये यहाँ माध्य वर्ग का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं करता। यदि १०० माध्य के आधार पर यह अनुमान लगाया जाय कि चूँकि इस वर्ग के लोगों का माध्य आय १०० रु० है इसलिए यहाँ के सभी लोग निम्न स्तर का समान जीवन व्यतीत कर रहे होंगे तो यह गलत होगा। प्रथम दो वर्गों में अर्थात् अ तथा ब वर्ग में यह अनुमान बहुत सही में ठीक होगा। परन्तु स वर्ग में वितरण की भिन्नता के कारण यह ठीक नहीं।

यहाँ एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मामूली आय केवल २० रु० है। जो धोरों की अपेक्षा, यदि परिस्थितियाँ समान हों तो बहुत गरीबी का जीवन व्यतीत कर रहा होगा और एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मामूली आय २२० रु० है। जो धोरों की अपेक्षा यदि परिस्थितियाँ समान हों, तो, सुखमय जीवन व्यतीत कर रहा होगा। इसलिए प्रावृत्ति वितरण के कारण इस वर्ग का माध्य ठीक प्रतिनिधि नहीं। और यदि इसी के आधार पर परिणाम निकाले जायें तो भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे।

### अपकिरण (Dispersion)

उपरोक्त विवेचन से हम इस परिणाम पर पहुँचे हैं कि केवल माध्य की प्राप्ति करने हम ठीक परिणाम पर नहीं पहुँच सकते हैं। माध्य के साथ साथ प्रावृत्ति वितरण के आकार का ज्ञान भी अच्छे परिणाम पर पहुँचने के लिये आवश्यक है अर्थात् यह भी जानना आवश्यक है कि पदमाला के प्रत्येक पद माध्य से कितनी दूरी पर है या कितना दटा या छोटा है। इस विचलन की दूरी, फैलाव, विस्तार या विस्तार को ही अपकिरण (Dispersion) कहते हैं।

द्वितीय श्रेणी का माध्य (Average of the Second Order)—अपकिरण के माप की द्वितीय श्रेणी का माध्य भी कहा जाता है। अपकिरण का माप निकालने समय माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य के अन्तर की निकाला जाता है। परन्तु केवल इतने ही से हम किसी निश्चित परिणाम की नहीं पहुँच सकते। इसमें श्रेणी के आकार के बारे में कुछ अनुमान करने का आधार आवश्यक मिल जाता है। निश्चित रूप से एक मर्यादा में अपकिरण का माप जानने के लिये माध्य से प्रत्येक पदों के अन्तर का माध्य प्राप्त करते हैं। इस प्रकार अपकिरण का माप माध्य से प्रत्येक पदों के विचलन का माध्य होता है। यही कारण है कि इसे द्वितीय श्रेणी का माध्य कहा जाता है।

अपकिरण पदों के विचलन (Variation) की माप है।<sup>1</sup> —बाउले

अपकिरण का दो अर्थों में प्रयोग—जब दो या अधिक पदमालाओं की तुलना की जाती है तो यह बहुत कम सम्भव है कि वे पूर्ण रूप से समान हों। अमान्यता माध्यों में या पदमाला के आकार में या दोनों में हो सकती है। 'अपकिरण' का सांख्यिकी में दो अर्थों में प्रयोग होता है :—

(१) सामान्य अर्थ में अपकिरण में तात्पर्य पद-श्रेणी के पदों के विस्तार या परस्पर विचलन में है।

(२) दूसरे अर्थ में अपकिरण से तात्पर्य पदमाला की विभिन्न प्रावृत्तियों (Sizes) का माध्य से विचलन में है। इसमें यह प्रकट होता है कि श्रेणी के पद माध्य से किस सीमा तक तथा किस दिशा में विचलित होते हैं।

अपसरण का माप (Measures of Dispersion) निम्नलिखित समय अपसरण व इन दो प्रयोगों का व्यास में रखा जाता है। अपसरण का माप पहले प्रयोग में मापार्थों की सीमा (Method of Limits) द्वारा और दूसरे प्रयोग में विचलन का माध्य (Average of Deviation) द्वारा निर्धारित किया जाता है।

निरपेक्ष एवं सापेक्ष अपसरण (Absolute and Relative Dispersion)

अपसरण मापक और निरपेक्ष दोनों रूपों में प्राप्त किया जा सकता है —

निरपेक्ष माप (Absolute Measure)—अपसरण का यह माप माप में प्रत्येक पद के विचलन का औसत होता है। इसका द्वारा किसी पदमात्रा के मापक का मान प्राप्त होता है। इस माप का पदमात्रा का एकदम में ही प्रकट करता है—जैसे दूरी या वजन आदि।

५

सापेक्ष माप (Relative Measure)—अपसरण के निरपेक्ष माप में एक मूल्य बढ़ा दिया यह है कि इसमें दो या अधिक औद्योगिक या तुलनात्मक प्रयोग सम्भव नहीं। क्योंकि विभिन्न श्रेणियों का इकाई भिन्न हो सकता है। विभिन्न इकाई के होने पर उनमें तुलना सम्भव नहीं। ऐसा देना कि इन मापों की तुलना योग्य बनाने के लिए इनको सापेक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं। ऐसा करने के लिए निरपेक्ष माप में उक्त माप का भाग देते हैं जिसकी सहायता से माप के प्रत्येक मूल्य का विचलन निर्धारित किया है। ऐसा करने पर उनकी इकाई समान हो जाती है और वे तुलना योग्य बन जाते हैं।

अपसरण को मापन करने की रीतियाँ (Methods of Measuring Dispersion)

अपसरण का प्रयोग दो प्रयोगों में होता है यह बताया जा चुका है। इन दोनों में मापक पर अपसरण माप करने का दो प्रमुख रीतियाँ हैं। पहला सीमा पहले प्रयोग के मापक पर और दूसरी सीमा दूसरे प्रयोग के मापक पर है —

(१) सीमा रीति (Method of Limits)

✓ (क) विस्तार (Range) ✓

(ख) अंतर चतुर्थक विस्तार (Inter-quartile Range)

(२) औसत विचलन रीति (Method of Averaging Deviations)

✓ (क) चतुर्थक विचलन या अंतर चतुर्थक विस्तार (Quartile Deviation or Semi Inter-quartile Range)

✓ (ख) माध्य विचलन (Mean Deviation)

✓ (ग) प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

विस्तार (Range)

किसी समूह की सीमा में सबसे बड़े मूल्य और सबसे छोटे मूल्य के अंतर का विस्तार कहते हैं। अतः इस मूल्य का माप के अंतर को विचलन कहा जाता है। यदि यह

अन्तर कम है तो श्रेणी नियमित और अधिक है तो श्रेणी अनियमित मानी जायेगी।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$$R = M_1 - M_0$$

Where R represents Range

$M_1$  „ Maximum value or the highest measurement

$M_0$  „ Minimum value or the lowest measurement

### Illustration 1.

Given the Net Profit of a business concern in thousands of rupees —

Year	Net Profit
1954	10
1955	16
1956	15
1957	22
1958	27
1959	19
1960	20

Find out the Range and its coefficient

**Solution 1**

$$R = M_1 - M_0$$

$$= 27 - 10$$

$$= 17 \text{ thousands of rupees}$$

**विस्तार का गुणक (Coefficient of Range)**—विस्तार निरपेक्ष माप है जिसकी भ्रम्य श्रेणियों से तुलना ठीक प्रकार से नहीं हो सकती। इसकी तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष रूप में बदलना पड़ेगा। इस कार्य के लिये विस्तार का गुणक निकाला जायेगा।

विस्तार के गुणक का सूत्र यह है :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{M_1 - M_0}{M_1 + M_0}$$

$M_1$  = Maximum value or the highest measurement

$M_0$  = Minimum value or the lowest measurement

ऊपर के प्रश्न में विस्तार का गुणक इस प्रकार निकाला जायेगा :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{27 - 10}{27 + 10}$$

$$= \frac{17}{37}$$

ठीक इसी प्रकार विस्तार और उमका गुणाक सल्लिखत (Discrete) और अल्लिखत (Continuous) श्रेणियों में ही मिलाये जा सकते हैं।

### विस्तार की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Range)

विस्तार की विशेषतायें निम्न हैं :—

- ( १ ) सरल—विस्तार की निश्चालना सरलतम सरल है।
- ( २ ) अस्वायी—अपविरण का यह एक बहुत अस्वायी माप है यद्यपि सत्रमे पने व शरते छोटे मूल्य में तनिज भी परिवर्तन होने पर यह परिवर्तित हो जाता है।
- ( ३ ) अतमय—यह श्रेणी का आकार प्रकट करने में अतमय है। केवल धरम मूल्यों (Extreme values) के अन्तर को ही स्पष्ट करता है।

### विस्तार के गुण (Merits of Range)

- ( १ ) सरल एवं सुबोध—इसका प्राप्त करना व समझना बहुत सरल एवं सुबोध है। इसके लिये किसी विवेक ज्ञान की आवश्यकता नहीं होती।

- ( २ ) वितरण का व्यापक चित्र—यह पदमाना के वितरण का व्यापक चित्र प्रस्तुत करता है और प्रकट करता है कि परिवर्तन किन सीमाओं के अन्तर्गत होते हैं।

- ( ३ ) गुण नियन्त्रण में प्रयोग—उत्पादित वस्तुओं के गुण नियन्त्रण (Quality control) सम्बन्धी जाचों में इसका प्रयोग बहुत लाभदायक होता है।

### विस्तार के गुण

- (१) सरल एवं सुबोध।
- (२) वितरण का व्यापक चित्र।
- (३) गुण नियन्त्रण में प्रयोग।

### विस्तार के दोष

- (१) अनिश्चित व भद्दा माप।
- (२) आकार का ज्ञान नहीं।
- (३) आवृत्ति वितरण का अनुमान।

### विस्तार के दोष (Demerits of Range)

- ( १ ) अनिश्चित व भद्दा माप—यह विषय का अनिश्चित व भद्दा माप है जिसमें श्रेणी के केवल दो पदों को ही ध्यान में रखा जाता है।
- ( २ ) आकार का ज्ञान नहीं—इसमें पदमाना के आकार का ठीक ज्ञान नहीं होता है। यह सम्भव है कि दो पदमानाओं का विस्तार बराबर हो परन्तु सादृति में बहुत अन्तर हो।
- ( ३ ) आवृत्ति वितरण का अनुमान—यह अति सीमान्त पक्ष के आधार पर निश्चाला जाता है। प्रायः अति सीमान्त पर प्रत्यामाप्य होता है। इसलिए आवृत्ति वितरण का अनुमान अनुमान होता है।

### अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter-quartile Range)

अपविरण को मापन करने की यह रीति विस्तार में मिलती-जुलती है। यह तृतीय चतुर्थक और प्रथम चतुर्थक का अन्तर होता है।

इसका निम्न सूत्र है :—

$$\begin{aligned}\text{Inter-quartile Range} &= Q_3 - Q_1 \\ Q_3 &= \text{Upper Quartile} \\ Q_1 &= \text{Lower Quartile}\end{aligned}$$

### विशेषतायें

- ( १ ) विस्तार से भ्रष्टा—यह विस्तार की अपेक्षा अधिक प्रतिनिधि होता है क्योंकि इसमें बहुत छोटी या बहुत बड़ी संख्याओं का उतना प्रभाव नहीं पड़ता जितना विस्तार में।
- ( २ ) केवल अति सीमान्त पदों पर आधारित नहीं—यह विस्तार की भांति केवल अति सीमान्त पदों का अन्तर नहीं बल्कि समस्त माला में आने वाले ५०% मूल्यों पर निर्भर रहता है।
- ( ३ ) सरल—विस्तार की भांति इसका भी मापन सरल है। यह अवश्य है कि यहाँ प्रथम व तृतीय चतुर्थक निकालने की आवश्यकता होती है।
- ( ४ ) अति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का कम प्रभाव—इस पर अति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

इन विशेषताओं के अतिरिक्त इसके मुख्य व दोष विस्तार के ही समान हैं। इसका प्रयोग भी सामान्यतः नहीं होता है।

### चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन किसी भी श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थकों के अन्तर का माध्य होता है अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार का माध्य होता है। इसीलिये इसे अर्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार (Semi Inter-quartile Range) भी कहते हैं। अपविरण का यह माप इस सिद्धान्त पर आधारित है कि चूँकि मध्यका श्रेणी को दो भागों में बाँटता है अतः इसके एक ओर अर्धसः सभी छोटे मूल्य तथा दूसरी ओर अर्धसः सभी बड़े मूल्य होते हैं। प्रथम चतुर्थक छोटे मूल्यों वाले आधे भाग का माध्य होता है तथा तृतीय चतुर्थक बड़े मूल्यों वाले आधे भाग का माध्य। इसलिये इनका अन्तर पूरी समस्त माला का माध्य विचलन प्रकट करता है।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$$\begin{aligned}\text{Quartile Deviation or } Q.D. &= \frac{(M - Q_1) + (Q_3 - M)}{2} \\ &= \frac{Q_3 - Q_1}{2}\end{aligned}$$

### चतुर्थक विचलन का गुणक (Coefficient of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन निरयेश मूल्य होता है। अन्य थेलियों से सुनना योग्य बनाने के लिये इसका गुणक निवालकर इसे सापेक्ष रूप में बदल देते हैं। इसका मूल निम्न है .—

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}}$$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

### व्यक्तिगत श्रेणी में चतुर्थक विचलन का ग्राहण (Calculation of Quartile Deviation in Individual Series)

#### Illustration 2

15 students of a class obtained the following marks in Statistics  
Calculate the Quartile Deviation and its Coefficient

Marks — 15, 20, 20, 21, 22, 22, 24, 25, 28, 28, 29, 30, 32, 33  
and 35

#### Solution 2

Marks put in an ascending order

Serial No	Marks	Serial No	Marks
1	15	9	28
2	20	10	28
3	20	11	29
4	21	12	30
5	22	13	32
6	22	14	33
7	24	15	35
8	25		

$$Q_1 = \text{the size of } \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, } \left( \frac{15+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, } 4 \text{th item}$$

$$= 21 \text{ marks}$$



$Q_3$  = the size of  $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

= , , ,  $3\left(\frac{13+1}{4}\right)$ th item

= , , , 12th item

= 30 marks

Quartile Deviation =  $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{30 - 21}{2}$$

= 4.5 marks

Coefficient of Quartile Deviation =  $\frac{Q_3 - Q_1}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}}$

$$= \frac{\frac{30 - 21}{2}}{\frac{30 + 21}{2}}$$

$$= \frac{30 - 21}{30 + 21}$$

= 17

संज्ञित श्रेणी में चतुर्थक विचलन का मागणन

(Calculation of Quartile Deviation in Discrete Series)

Illustration 3

Find the Quartile Deviation and its coefficient from the following data

Age in year	No of Students
15	4
16	6
17	10
18	15
19	12
20	9
21	4

**Solution 3**

Age in years (m)	No of Students (f)	Cum frequency
15	1	4
16	6	10
17	10	20
18	15	35
19	12	47
20	9	56
21	4	60

$$Q_1 = \text{size of } \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } \left( \frac{60+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 15.25 \text{th item}$$

$$= 17 \text{ years}$$

$$Q_3 = \text{size of } 3 \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 3 \left( \frac{60+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 45.75 \text{th item}$$

$$= 19 \text{ years}$$

$$\text{Quartile Deviation or Q D} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{19 - 17}{2}$$

$$= 1 \text{ year}$$

$$\text{Coefficient of Q D} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{19 - 17}{19 + 17}$$

$$= 0.53$$

सतत या प्रसङ्गित श्रेणी में चतुर्थक विचलन का मापणन

(Calculation of Quartile Deviation in Continuous Series)

Illustration 4.

Calculate Quartile Deviation and its coefficient from the data given in the following table

Size	Frequency
0—10	5
10—20	6
20—30	12
30—40	10
40—50	8

**Solution 4**

Size	Frequency	Cumulative Frequency
0—10	5	5
10—20	6	11
20—30	12	23
30—40	10	33
40—50	8	41

$$Q_1 = \text{Size of } \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, , } \left( \frac{41+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, , } 10.5 \text{th item}$$

$$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_1 - c)$$

$$= 10 + \frac{20-10}{6} (10.5-5)$$

$$= 10 + \frac{10}{6} \times 5.5$$

$$= 19.16 \text{ (size)}$$

$$Q_3 = \text{Size of } 3 \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, , } 3 \left( \frac{41+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{,, , } 31.5 \text{th item}$$

$$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_3 - c)$$

$$= 30 + \frac{40-30}{10} (31.5-23)$$

$$= 30 + \frac{10}{10} \times 85$$

$$= 38.5$$

$$\text{Quartile Deviation or Q.D.} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{38.5 + 19.16}{2}$$

$$= \frac{19.31}{2} = 9.67 \text{ (size)}$$

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{38.5 - 19.16}{38.5 + 19.16}$$

$$= 33$$

### चतुर्थक विचलन के गुण (Merits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन के निम्न प्रमुख गुण हैं :—

- (१) गणना सरल—इसका सबसे बड़ा लाभ यह है कि इसकी गणना सरल होती है तथा सभी लोग सरलतापूर्वक समझ लेते हैं।

- (२) प्रति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव—इसे निहालने में प्रति-सीमान्त बदो का प्रभाव विस्तार की अपेक्षा कम पड़ता है।

### चतुर्थक विचलन के दोष (Demerits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन में निम्न दोष हैं :—

- (१) सभी बदों पर विचार नहीं—इसकी निहालने में श्रेणियों के सभी बदों पर विचार नहीं किया जाता अतः यह विचलन का ठीक माप नहीं होता।

- (२) बीजगणितीय विवेचन के सम्भव नहीं।

### चतुर्थक विचलन के गुण

- (१) गणना सरल।
- (२) प्रति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव।

### दोष

- (१) सभी बदों पर विचार नहीं।
- (२) बीजगणितीय विवेचन के अयोग्य।
- (३) प्रति सीमान्त बदों को कम महत्व।
- (४) अनियमित श्रेणियों में प्रयोग ठीक नहीं।
- (५) सद्धा माप।

- (२) अयोग्य—इसका बीजगणितीय विवेचन सम्भव नहीं।

- ( ३ ) अति सीमान्त पदों को कम महत्व—इस विचलन को निकालते समय अति-सीमान्त पदों को महत्व नहीं दिया जाता । इसलिये जहाँ उनका प्रभाव दिखाना आवश्यक है—यह उचित नहीं ।
- ( ४ ) अनियमित श्रेणी में प्रयोग ठीक नहीं—यहाँ दो चतुर्थकों के बीच के विचलन को ध्यान में नहीं रखा जाता है । इसलिये जब श्रेणी बहुत अनियमित हो तब इसका प्रयोग उपयुक्त नहीं ।
- ( ५ ) भड़ा माप—विचलन का यह एक भड़ा माप है और इसके आधार पर सुलना करना ठीक नहीं ।

### माध्य विचलन (Mean Deviation)

माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का माध्य है । यहाँ पदमाला के सभी पदों को ध्यान में रखा जाता है । किसी भी माध्य जैसे समान्तर माध्य, भूयिष्टिक या मध्यका से पदमाला के प्रत्येक पद का विचलन निकाल कर उनका समान्तर माध्य निकालते हैं—यही माध्य विचलन होता है । माध्य विचलन की प्रथम घातु का अपकरण (First Moment of Dispersion) भी कहते हैं ।

इसमें निम्न श्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- ( १ ) सर्व प्रथम यह निर्दिष्ट करना पड़ता है कि समान्तर माध्य, भूयिष्टिक या मध्यका इनमें से किस माध्य से माध्य विचलन निकालना है । यह निर्दिष्ट करते समय मध्यका (Median) को ही प्रधानता दी जानी चाहिये क्योंकि यह अधिक स्थिर व प्रतिनिधि होता है । समान्तर माध्य से भी विचलन किया जा सकता है । परन्तु भूयिष्टिक का प्रयोग यथामाध्य नहीं करना चाहिये क्योंकि यह बहुत अनिश्चित होता है ।
- ( २ ) निर्दिष्ट किये हुए माध्य से प्रत्येक मूल्य का विचलन निकाल लेते हैं । ऐसा करने समय सभी विचलनों को धनात्मक (Positive) मान लेते हैं । ऋणात्मक (Negative) विचलनों को भी धनात्मक ही मानते हैं ।
- ( ३ ) सभी विचलनों को जोड़ लेते हैं ।
- ( ४ ) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं । इस प्रकार प्राप्त व माध्य विचलन होता है ।

माध्य विचलन का सूत्र निम्न है :—

$$\delta = \frac{\sum d}{n}$$

Where  $\delta$  stands for Mean Deviation

d " , deviation from Median, Arithmetic

Average or Mode  $z$

n stands for Number of items

Coefficient of Mean Deviation—  $\frac{\delta}{\text{Mean or Mode or Median}}$

इन सूत्रों को योद्धा आवश्यकतानुसार परिवर्तन करके निम्न रूपों में प्रयोग  
किए जा सकते हैं —

Individual Discrete or continuous Series

$$\text{Mean Deviation from mean or } \delta a = \frac{\sum da}{n} \quad \frac{\sum fda}{n}$$

$$\text{Mean Deviation from Median or } \delta m = \frac{\sum dm}{n} \quad \frac{\sum fdm}{n}$$

$$\text{Mean Deviation from } \delta z = \frac{\sum dz}{n} \quad \frac{\sum fdz}{n}$$

इस प्रकार जो माध्य विचलन प्राप्त होने के निरपेक्ष (Absolute) होंगे। इन्हें  
सापेक्ष बनाने के लिये विचलनों में प्रत्येक उसी माध्यों का भाग देंगे जिनकी सहस्यता  
से वे प्राप्त किये गये हैं। इनके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किये जायेंगे —

$$\text{Mean Coefficient of Dispersion or } C\delta a = \frac{\delta a}{a}$$

$$\text{Median " " or } C\delta m = \frac{\delta m}{m}$$

$$\text{Mode " " or } C\delta z = \frac{\delta z}{z}$$

माध्य विचलन और उसके गुणक का संगणन  
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)

गणना की विधि

( १ ) उक्त माध्य की निश्चयना है जिससे माध्य विचलन निश्चालने का  
निश्चित करते हैं। यह मध्यमा, मध्यक या भुविच्छिन्नी कोई भी हो  
सकता है।

- ( २ ) उस माध्य से मूल्या का विचलन निकालेंगे । विचलन निकालते समय सभी विचलनों को घनात्मक मान लेते हैं । ऋणात्मक वालों को भी घनात्मक मान लेते हैं ।
- ( ३ ) सभी विचलनों को जोड़ देते हैं ।
- ( ४ ) सभी विचलनों के योग में पदा की संख्या का भाग देते हैं और इस प्रकार प्राप्त भजनफल माध्य विचलन होता है ।
- ( ५ ) माध्य विचलन में उस माध्य का जिससे विचलन निकाला गया है भाग देने पर भजनफल उसका गुणक होगा ।

**Illustration 5**

Find out the mean Deviation and its coefficient from the following data

months	Monthly Expenditure Rs
1	30
2	32
3	34
4	35
5	36
6	38
7	40

**Solution 5**

Months	Monthly Expenditure in Rs	Deviations from Median : e 35 (+ and — Signs are ignored)
1	30	5
2	32	3
3	34	1
4	35	0
5	36	1
6	38	3
7	40	5
		$\Sigma dm = 18$

Median or  $m =$  The value of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

$=$  " "  $\left(\frac{7+1}{2}\right)$ th item

$=$  " " 4th item

$= \text{Rs } 35$

$$\text{Mean Deviation from the Median or } \delta m = \frac{\sum dm}{n}$$

$$= \frac{18}{7}$$

$$= \text{Rs } 2.57$$

$$\text{Median Coefficient of Dispersion or } C_{\delta m} = \frac{\delta m}{M}$$

$$= \frac{2.57}{35}$$

$$= 0.073$$

$$\text{The arithmetic average or } a = \frac{\sum m}{n}$$

$$= \frac{245}{7}$$

$$= \text{Rs } 35$$

It is just equal to Median and hence Mean Deviation from Arithmetic average and its Coefficient of dispersion will be the same as those computed from Median

### माध्य विचलन और उसके गुणक का संगणन (Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

गणना की विधि :

- (१) जिस माध्य से माध्य विचलन निकालना होता है, उस माध्य को निकालते हैं। मध्यक, ऋजु (Direct) या सघु (Short-cut) किसी भी रीति से निकाला जा सकता है।
- (२) इस प्रकार निकाले गये माध्य से मूल्यों का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण का विचार नहीं करते। सभी विचलनों की घनात्मक मान लेते हैं।
- (३) प्रत्येक विचलन का उससे सामने वाली घातुति में गुणा करने द्वारा विचलन प्राप्त करते हैं।
- (४) इन गुणनफलों के योग में पदों की संख्या या घातुतियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।
- (५) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देते पर जिससे यह विचलन प्राप्त हुआ है, उसका गुणक प्राप्त होता है।



## विच्छिन्न श्रेणी (Discrete series)

## Illustration 6.

Find out the Mean Deviation and its Coefficient from the following series -

Size of items	Frequency
2	3
3	4
4	5
5	8
6	6
7	3

## Solution 6.

## Mean Deviation from Median

Size of item	Frequency	Cumulative Frequency	Deviation from Median (5)	Total Deviation (Frequency × Deviation)
2	3	3	3	9
3	4	7	2	8
4	5	12	1	5
5	8	20	0	0
6	6	26	1	6
7	3	29	2	6
n=29				Σfdm=34

Median or M = the value of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

= the value of  $\left(\frac{29+1}{2}\right)$ th item

= " " " 15th item

= 5

Mean Deviation or  $\delta_m = \frac{\Sigma fdm}{n}$

$$= \frac{34}{29}$$

$$= 1.17$$

Median Coefficient of Dispersion or  $C\delta_m = \frac{\delta_m}{J_n}$  ✓

$$= \frac{1.17}{5}$$

$$= .23$$

### Mean Deviation from Arithmetic Average

Size of the item	Frequency	Product of sizes & frequency	Deviation from $\bar{x}=46$	Total Deviations i.e. Frequency $\times$ Deviation
2	3	6	26	78
3	4	12	16	64
4	5	20	6	30
5	8	40	1	32
6	6	36	11	66
7	3	21	21	72
$n=29$		$\sum mf = 135$		$\sum fda = 360$

$$\text{Arithmetic Average or } \bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{135}{29}$$

$$= 46.77$$

$$\text{Mean Deviation or } \delta \bar{x} = \frac{\sum fda}{n}$$

$$= 12.4$$

$$\text{Mean Coefficient of Dispersion or } C\delta \bar{x} = \frac{\delta \bar{x}}{\bar{x}}$$

$$= \frac{12.4}{46}$$

$$= 27\%$$

### Mean Deviation from Mode

Mode is the size which has got highest frequency. Here by inspection we find that Mode is 5. In this problem it is just equal to Median. Hence the Mean Deviation from Mode and its Coefficient will be the same as those from Median.

### प्रविच्छिन्न श्रेणी में माध्य विचलन और उसके गुणांक का संगणन (Calculation of Mean Deviation and its Coefficient in Continuous Series)

गणना की विधि

(१) प्रत्येक वर्ग का माध्य बिंदु (Mid value) पात करके श्रेणी को सज्जित श्रेणी के रूप में परिवर्तित करते हैं।

(२) तब माध्य से माध्य विचलन निर्धारित होता है—जैसे माध्य, माध्यक या भूमिच्छिन्न उसे निर्धारित है। माध्य निर्धारित समय बाह्य

रुचुराति (Direct Method) या चाहे लघुरीति (Short cut Method) अपनाई जा सकती है।

- (३) निकाल गये माध्य से वर्ग के मध्य बिंदुओं का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालने-समय धन व ऋण का विचार नहीं करते क्योंकि सबको धनात्मक मानते हैं।
- (४) इस प्रकार प्राप्त विचलन का उस पद की आवृत्ति से गुणा करते हैं।
- (५) इन गुणनफल को जोड़कर उसमें पदों की संख्या अर्थात् आवृत्तियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।
- (६) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देने पर जिससे यह विचलन प्राप्त हुआ है उसका गुणक प्राप्त होता है।

### Illustration 7

Compute the Mean Deviation from the mean and from the Median and their coefficient for the following distribution of the scores of 50 College students —

Scores	Frequency
140—150	4
150—160	6
160—170	10
170—180	18
180—190	9
190—200	3

### Solution 7

#### Calculating of Mean Deviation and its Coefficient from Mean

Scores	Mid value	Frequency	Deviation from assumed Mean = D <sub>x</sub>	Deviations × Frequency f <sub>d</sub> x	Deviations from Mean i.e. 171.2 d <sub>a</sub>	Deviations × Frequency f <sub>d</sub> a
140—150	145	4	-30	-120	26.2	104.8
150—160	155	6	-10	-60	16.2 ✓	97.2
160—170	165	10	0	0	6.2 ✓	0
170—180	175	18	+10	+180	3.8 ✓	68.4
180—190	185	9	+20	+180	13.8	124.2
190—200	195	3	+30	+90	23.8	71.4
		n=50		Σf <sub>d</sub> x = 310		Σf <sub>d</sub> a = 466

$$a = x + \frac{\Sigma f dx}{n}$$

प्रतिरूप और विषमता

$$= 165 + \frac{310}{50}$$

$$= 171.2 \text{ scores}$$

$$\delta a = \frac{\sum fd_1}{n}$$

$$= \frac{466 + 62}{50}$$

$$= 9.32 \text{ scores}$$

$$\text{Coefficient of } \delta a = \frac{9.32}{171.2}$$

$$= 0.5$$

Calculation of Mean Deviation and its Coefficient from Median

Scores	Mid Value	Frequency	Cumulative Frequency	Deviation from Median i.e. 173 dm	Total Deviations i.e. Deviation $\times$ Frequency fdm
140-150	145	4	4	28	112
150-160	155	6	10	18	108
160-170	165	10	20	8	80
170-180	175	18	38	2	36
180-190	185	9	47	12	108
190-200	195	3	50	22	66
$n=50$				$\sum fdm = 510$	

Median = the size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

$$= \text{the size of } \left(\frac{50+1}{2}\right) \text{th item}$$

$$= \text{the size of } 25.5 \text{th item}$$

Hence the Median class is 170-180

[For interpretation the following formula shall be applied —

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{i} (m - c)$$

$$= 170 + \frac{180 - 170}{18} (25.5 - 20)$$

$$= 170 + \frac{10}{18} \times 55$$

$$= 170 + \frac{55}{18}$$

$$= 170 + 3.0$$

$$= 173 \text{ scores}$$

$$\delta m = \frac{\sum fdm}{n}$$

$$= \frac{510}{50}$$

$$= 10.2 \text{ Scores}$$

$$\text{Coefficient of } \delta m = \frac{10.2}{173}$$

$$= 0.05$$



मध्यक विचलन निकालने की लघु रीति

(Short-cut Method of Calculating Mean Deviation)

### अव्दित श्रेणी (Discrete series)

प्रायः ऐसा होता है कि मध्यक, मध्यक या भूमिष्टिक पूर्ण संख्याएँ मही होते हैं। फलस्वरूप माध्य विचलन निकालने में अनुविधा होती है। ऐसी दशा में लघु रीति का प्रयोग किया जा सकता है। इस रीति में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) किसी सम्पूर्ण संख्या की माध्य मान लेते हैं और उससे विचलन निकाल कर उनका योग कर लेते हैं।
- (२) वास्तविक माध्य तथा कल्पित माध्य का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।
- (३) वास्तविक माध्य के पहले की तथा वास्तविक माध्य के बाद की आवृत्तियों का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।
- (४) इस प्रकार प्राप्त आवृत्तियों के अन्तर की वास्तविक तथा कल्पित माध्य के अन्तर से गुणा कर देते हैं।
- (५) इस गुणनफल की कल्पित माध्य से निकाले गये विचलनों के योग में जोड़ देते हैं।
- (६) इस प्रकार जो योग प्राप्त होगा उसमें पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

प्रारंभिक गणना के माध्य विषय होगा ।

इसे एक सूत्र के रूप में इस प्रकार लिखेंगे :—

$$\delta = \frac{\sum dx + \text{Total Error}}{n}$$

Where  $\delta$  = Mean Deviation

$dx$  = deviations from the assumed average (+ and — signs are ignored)

Total Error = Difference of the total frequencies before average and after average multiplied by the difference between Actual average and estimated average  
 $n$  = number of items

### Illustration 8

Below are given the ages of 20 students of a class Find out Mean Deviation and its coefficients

Age in years	No of students
20	4
21	5
22	7
23	3
24	1

### Solution 8

Age in years	No of students	Deviations from assumed Mean 21	Total Deviations i.e frequency $\times$ Deviations
20	4	-1	-4
21	5	0	0
22	7	+1	+7
23	3	+2	+6
24	1	+3	+3
	20		+12
			$\sum fd = \sum dx = 20^*$

$$a = x + \frac{\sum fd}{n}$$

$$= 21 + \frac{12}{20}$$

$$= 21.6 \text{ mean}$$

\* Ignoring + and — signs and considering all plus

Difference between Actual Arithmetic Average and estimated  
 Arithmetic Average  $= 21.6 - 21 = 6$   
 Total Frequencies before Mean  $= 4 + 5 = 9$   
 " " after "  $= 7 + 3 + 1 = 11$   
 Difference of total frequencies before Mean and After Mean  
 $= 9 - 11 = -2$

$$\begin{aligned} \text{Mean Deviation from Mean or } \delta a &= \frac{\sum dx + \text{Total Error}}{n} \\ &= \frac{20 + (6 + -2)}{20} \\ &= \frac{20 + 12}{20} \\ &= \frac{32}{20} \\ &= 1.6 \\ &= 9\frac{1}{2} \text{ cars} \end{aligned}$$

Coefficient of Mean Deviation from Mean or C $\delta a = \frac{9\frac{1}{2}}{21.6}$   
 $= 0.4$

इसी प्रकार मध्यका और भूयिष्टिक में भी माध्य विचलन निकाल सकते हैं।  
 जैसे तो खण्डित श्रेणी में मध्यका और भूयिष्टिक प्रायः पूर्णतः ही होते हैं। इसलिये  
 सघु रीति की आवश्यकता ही नहीं पड़ती।

**मध्यक विचलन निकालने की सघु रीति**

(Short cut Method of Calculating Mean Deviation)

अखण्डित श्रेणी (Continuous series)

*Illustration*

अखण्डित श्रेणी को खण्डित श्रेणी में परिवर्तित करके माध्य विचलन  
 निकालते हैं। अखण्डित श्रेणी को खण्डित में बदलने के नियमों से मध्य बिन्दु प्राप्त  
 कर लेते हैं। फिर क्रिया ठीक उसी प्रकार से की जाती है जैसे खण्डित श्रेणी में।

**Illustration 9**

Calculate Mean Deviation and its Coefficient from the following data —

Height in inches	40—45	45—50	50—55	55—60	60—65	65—70
No of Persons	2	10	18	16	11	3

अविवरण और विवरण

Solution III.

Height in inches	Mid Value	No. of Persons	Cum. Frequency	Deviation from assumed Median 57.5	Deviation $\times$ Frequency
40-45	42.5	2	2	15	30
45-50	47.5	10	12	10	100
50-55	52.5	18	30	5	90
55-60	57.5	16	46	0	0
60-65	62.5	11	57	5	55
65-70	67.5	3	60	10	30
		60			$\Sigma fdm = 30$

Median = the size of  $\left( \frac{n+1}{2} \right)$ th item.

= " "  $\left( \frac{60+1}{2} \right)$ th item.

= " " 30.5th item The Median class is 55-60

$$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 55 + \frac{60 - 55}{16} (30.5 - 30)$$

$$= 55 + \frac{5}{16} \times .5$$

$$= 55 + \frac{2.5}{16}$$

$$= 55.15 \text{ inches.}$$

$$CM = \frac{70}{2} = 35$$

Difference between Actual Median and Estimated Median  
 $= 57.5 - 55.15 = 2.35$  ✓

Total frequencies before Median =  $2 + 10 + 18 = 30$  ✓

" " after " =  $16 + 11 + 3 = 30$  ✓

Difference between total frequencies before Median and after median  $30 - 30 = 0$

$$\delta m = \frac{\Sigma d + \text{Total Error}}{n}$$



$$= \frac{305 + (2 \cdot 35 \times 0)}{60}$$

$$= \frac{305}{60}$$

$$= 5.08 \text{ inches}$$

$$\text{Coefficient of } \delta m = \frac{5.08}{55.15} = 0.09$$

### माध्य विचलन के गुण (Merits of Mean Deviation)

माध्य विचलन के निम्न गुण अर्थात् लाभ हैं :—

- (१) समस्त मूल्यों पर आधारित—यह विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होती है। इसलिए यह पदमाला की आकृति पर पर्याप्त प्रकाश डालता है।
- (२) अति सीमान्त पदों का कम प्रभाव—इस विचलन पर अति सीमान्त (Extreme) पदों का कम प्रभाव पड़ता है।
- (३) गणना सरल—प्रमाण विचलन की तुलना में इसकी गणना की क्रिया सरल होती है।
- (४) किसी भी माध्य से सम्भव—यह विचलन मध्यका, मध्यक या भूविष्टिक किसी भी माध्य से निकाला जा सकता है।
- (५) सभी मूल्यों की सापेक्ष महत्ता—यह विचलन सभी मूल्यों को उनकी सापेक्ष महत्ता प्रदान करता है।
- (६) समझने में सरल—यह विचलन समझने में भी सरल होता है। केवल इतना ही जानना काफी होता है कि किसी भी माध्य से मूल्यों के विचलनों के योग का मध्यक होता है।

### माध्य विचलन के दोष (Demerits of Mean Deviation)

माध्य विचलन में निम्न प्रमुख दोष हैं :—

- (१) घन अथवा चिन्हों का परित्याग—इस विचलन का सबसे बड़ा दोष यह है कि यहाँ घन व चिन्हों को छोड़ दिया जाता है अर्थात् सभी पदों को धनात्मक मान लेते हैं। गणित की दृष्टि से यह प्रशुद्ध है।
- (२) बीजगणितीय प्रयोग नहीं—गणितीय दृष्टि से अशुद्ध होने के कारण इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।
- (३) अविवक्षणीय—भूविष्टिक के अनिश्चित होने पर भूविष्टिक से यह विचलन भी अनिश्चित होता है।

## प्रमाण विचलन ( Standard Deviation )

प्रमाण विचलन अपविरण को मापन करने का सबसे अधिक लोकप्रिय और उपयोगी ढंग है। अपविरण को मापन करने के ऊपर तीन ढंग बतलाये जा चुके हैं— विस्तार, घनुर्यक विचलन व माध्य विचलन। इन तीनों में कुछ न कुछ दोष हैं और इन दोषों के कारण अपविरण मापन करने के ये ढंग वैज्ञानिक व उपयुक्त नहीं कह जा सकत। प्रमाण विचलन अपविरण मापन करने की एक ऐसी रीति है जिसमें ऊपर दक्षिण अपविरण मापन करने की रीतियाँ के दोषों को दूर किया जाता है। माध्य विचलन में सबसे बड़ा दोष यह है कि वहाँ विचलन निकालने समय सभी विचलनों को धनात्मक मान लेते हैं। प्रमाण विचलन निकालने समय ऐसी क्रिया की जाती है कि सभी गद् स्वयं धनात्मक हो जाते हैं और गणितीय समुद्धता नहीं रहती। यहाँ (+) व (-) चिन्हों को छाड़ा नहीं जाता बल्कि सभी विचलनों का वर्ग निकाल लेते हैं। वर्ग करने पर अपन घाव सभी विचलन धनात्मक हो जाते हैं। इन विचलनों के सरल मध्यक का वर्गमूल प्रमाण विचलन होता है।<sup>1</sup>

प्रमाण विचलन द्वारा अपविरण का माप माप करने की रीति को प्रयोग म लाने वाले प्रसिद्ध सांख्यिक बाल्क पियर्सन (Karl Pearson) ने। प्रमाण विचलन को द्वितीय मात का अपविरण ( Second Moment of Dispersion ) भी कहते हैं। कारण यह है कि यह विचलनों के वर्ग में निराला जा सकता है। इसको मध्यक-विभ्रम (Mean Error), मध्यक वर्ग विभ्रम (Mean Square Error or Error of Mean Square) या मूल मध्यक वर्ग-विचलन (Root Mean Square Deviation) प्रादि भी कहते हैं।

इस विचलन को प्रमाण विचलन इसलिए कहा जाता है कि गणितीय दृष्टि से बहुत गुड होने के कारण उच्च स्तर के सांख्यिकीय अध्ययनों में इसका प्रयोग किया जाता है।

## प्रमाण विचलन निकालने की रीति

### ( Method of Calculating Standard Deviation )

#### व्यक्तिगत श्रेणी ( Individual series )

व्यक्तिगत श्रेणी में प्रमाण विचलन निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

(१) प्रत्यु रीति ( Direct Method )

(२) लघु रीति ( Short-cut Method )

#### प्रत्यु रीति ( Direct Method )

इस रीति से प्रमाण विचलन निकालने समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

(१) समकमाला के मूल्यों का मध्यक (Arithmetic average or Mean) निकाल लेते हैं।

1 The Standard deviation is the square root of the arithmetic average of the squared deviation measured from the various values of a statistical series

(२) इस प्राप्त मध्यक से समक माता के विभिन्न मूला का विचलन निकालते हैं ।

(३) इन विचलनों का वर्ग निकाल कर उनका योग कर लेते हैं ।

(४) विचलन के वर्गों के योग में पदा की संख्या का भाग दे देते हैं ।

(५) प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं ।

यही वर्गमूल प्रमाण विचलन होता है । इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$d = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

Where  $d$  represents standard Deviation

$d^2$  „ square of Deviation

$n$  „ number of items

**प्रमाण विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation)—**

चतुर्थक या माध्य विचलन की ही भाँति प्रमाण विचलन अपेक्षित का निरपेक्ष (Absolute) मान है । यहाँ भी इसे तुलना योग्य बनाने के लिए इसका गुणक निकाल कर इसे सापेक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं । प्रमाण विचलन में समानान्तर माध्य का भाग देने से प्रमाण विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation) प्राप्त होता है । इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग होता है :—

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{d}{a} \checkmark$$

### Illustration 10

Find the Standard Deviation of the monthly salaries of 10 persons given below —

Persons	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Salaries in Rs	120	110	115	122	126	140	125	121	120	131

Also calculate the Coefficient of Standard Deviation

### Solution 10

Calculation of Standard Deviation and its coefficient of the Monthly salaries of 10 persons

Persons	Salaries in Rs	Deviations from Mean (d)	Square of Deviat (d <sup>2</sup> )
1 A	120	-3	9
2 B	110	-13	169
3 C	115	-8	64
4 D	122	-1	1
5 E	126	+3	9
6 F	140	+17	289
7 G	125	+2	4
8 H	121	-2	4
9 I	120	-3	9
10 J	131	+8	64
n = 10		Σm = 1230	Σd <sup>2</sup> = 622

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{1230}{10}$$

$$= \text{Rs } 123$$

$$\text{Standard Deviation or } s = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{622}{10}}$$

$$= \sqrt{62.2}$$

$$= \text{Rs } 7.8$$

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$= \frac{7.8}{123}$$

$$= 0.06$$

### सघु रीति ( Short-cut Method )

प्रत्यः ऐसा होता है कि समाना सर माध्य पूर्णतः नहीं होता । ऐसी दशा में विचलन भी पूर्णतः नहीं होते । फिर उसका कार्य करना बहुत कार्य है । इस प्रगुविधा से बचने के लिये सघु रीति से प्रमाण विचलन निर्याता जाता है ।

गणना विधि—इस राति में प्रमाण विचलन निकालन समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) पद मात्रा के मूल्यों में से किसी मूल्य को समानांतर माध्य मान लेते हैं।
  - (२) इस कल्पित माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिह्नों का ध्यान में रखा जाता है।
  - (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।
  - (४) इन सभी वर्गों को जोड़ लेते हैं।
  - (५) इस जोड़ में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।
  - (६) भजन फल में से वास्तविक समानांतर माध्य व अनुमानित समानांतर माध्य के अंतर का वर्ग घटा देते हैं।
  - (७) घटाने से जो शेष बचता है, उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं।
- यही प्रमाण विचलन होता है।

इसके लिए निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है —

$$d = \sqrt{\frac{\sum dx^2 - n(a-x)^2}{n}}$$

Or

$$d = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - (a-x)^2}$$

$$\sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2}$$

Where  $d$  — Standard Deviation

$d^2$  — Square of Deviations

$n$  — Number of items

$a$  — Actual Arithmetic Average

$x$  — Estimated Arithmetic Average.

### Illustration 11

Ten students of the B Com class of a college have obtained the following marks in statistics out of 100 marks. Calculate the Standard Deviation by the Short-cut as well as the Direct Method

Serial No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marks	5	10	20	25	40	42	45	48	70	80

**Solution 11**

Calculation of the Standard Deviation of Marks obtained by 10 students of a college in Statistics

Serial No	Marks	Deviations from assumed Mean (40) $dx$	Square of Deviation $dx^2$	Deviation from actual Mean (38.5) $d$	Square of Deviations $d^2$
1	5	-35	1225	-33.5	1122.25
2	10	-30	900	-28.5	812.25
3	20	-20	400	-18.5	342.25
4	25	-15	225	-13.5	182.25
5	40	0	0	+1.5	2.25
6	42	+2	4	+3.5	12.25
7	45	+5	25	+6.5	42.25
8	48	+8	64	+9.5	90.25
9	70	+30	900	+31.5	992.25
10	80	+40	1600	+41.5	1722.25
$n=10$	$\Sigma m=385$		$\Sigma dx^2=5343$		$\Sigma dx^2=5320.0$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{385}{10}$$

$$= 38.5 \text{ marks}$$

**Short cut Method**

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 x}{n} - (\bar{x} - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{5343}{10} - (38.5 - 40)^2}$$

$$= \sqrt{534.3 - 2.25}$$

$$= \sqrt{532.05}$$

$$= 23.06 \text{ marks}$$

**Direct Method**

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{5320.0}{10}}$$

$$= \sqrt{532.05}$$

$$= 23.06 \text{ marks}$$

## खंडित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Discrete Series)

ऋजु रीति ( Direct Method )

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) पदमात्रा का समानान्तर माध्य निकाल लेते हैं।
- (२) इस समानान्तर माध्य से पदमात्रा के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों की ध्यान में रक्खा जाता है।
- (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।
- (४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा करते हैं।
- (५) विचलन के वर्ग व तत्सम्बन्धी आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं।
- (६) इस जोड़ में आवृत्तियों की कुल संख्या से भाग दे देते हैं।
- (७) अंजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

प्राप्त फल प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

Where,  $fd^2$  = Square of Deviations from mean multiplied by corresponding frequency.

$n$  = number of items or total frequency.

**Illustration 12.**

Find out the Mean and Standard Deviation of the following distribution :—

---

No. of accidents	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
------------------	---

---

Persons involved	15, 16, 21, 10, 17, 8, 4, 2, 1, 2, 2, 0, 2.
------------------	---

---

Total 100.

(B. Com., Agra, 1953)

Solution 12

Calculation of the Standard Deviation

No of students	Persons involved	Product	Deviations from the Mean (j)	Square of Deviations	Frequency & Deviation
m	f	mf	d	d <sup>2</sup>	fd <sup>2</sup>
0	15	0	-3	9	135
1	16	16	-2	4	64
2	21	42	-1	1	21
3	10	30	0	0	0
4	17	68	+1	1	17
5	11	55	+2	4	44
6	1	6	+3	9	9
7	2	14	+4	16	32
8	1	8	+5	25	25
9	2	18	+6	36	72
10	2	20	+7	49	98
11	0	0	+8	64	0
12	2	24	+9	81	162
n = 100		Σmf = 301			Σfd <sup>2</sup> = 601

$$\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{301}{100}$$

$$\bar{x} = 3.01$$

- 3 Approx

$$\text{Standard Deviation} = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{601}{100}}$$



$$= \sqrt{694}$$

$$= 26$$

इसका गुणन इसमें मध्यक का भाग देने पर निकलेगा ।

### लघु रीति (Short-cut Method)

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालने समय निम्न विचारों पर ध्यान देना पड़ता है :—

- (१) पद माला के मूल्यों में से किसी भी मूल्य को माध्य मान लेते हैं ।
  - (२) इस कल्पित माध्य से पदमाला के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं । विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों को ध्यान में रखा जाता है ।
  - (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं ।
  - (४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा कर देते हैं ।
  - (५) विचलन के वर्ग और आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं ।
  - (६) इस जोड़ में आवृत्तियों की जोड़ का भाग दे देते हैं ।
  - (७) भजनफल में से वास्तविक समानान्तर माध्य व अनुमानित समानान्तर माध्य के अन्तर का वर्ग घटा देते हैं ।
  - (८) घटाने से जो शेष बचता है उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं ।
- यही प्रमाप विचलन होता है ।
- इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$\text{Standard Deviation or } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x - n(a-x)^2}{n}}$$

Or

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x}{n} - (a-x)^2}$$

Where,  $fd^2x$  = Square of Deviations from assumed arithmetic average multiplied by corresponding frequency

अब सभी चिन्ह पहले ही वाले अर्थों में प्रयोग किये जाते हैं । ऊपर के ही हरेण की लघु रीति में यहाँ लिया जायेगा ।

Solution 12

No of accidents	Persons involved	Deviations from assumed Mean (o) dx	Frequency x Deviations fdx	Square of Deviations d <sup>2</sup> x	Frequency x Square of Deviations fd <sup>2</sup> x
m	f				
0	15	-6	-90	36	540
1	16	-5	-80	25	400
2	21	-4	-84	16	336
3	10	-3	-30	9	90
4	17	-2	-34	4	68
5	8	-1	-8	1	8
6	4	0	0	0	0
7	2	+1	+2	1	2
8	1	+2	+2	4	4
9	2	+3	+6	9	18
10	2	+4	+8	16	32
11	0	+5	0	25	0
12	2	+6	+12	36	72
n=100			Σfdx = -290		Σfd <sup>2</sup> x = 1570

$$a - x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 6 + \left( \frac{-290}{100} \right)$$

$$= 6 - 2.90$$

$$= 3.04$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n} - (a - x)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1570}{100} - (3.04 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{15.70 - 8.76}$$

$$= \sqrt{6.94}$$

$$= 2.6$$

## अग्रगणित श्रेणी का प्रमाण विचलन निकालना

## (Calculation of Standard Deviation of Continuous Series)

अग्रगणित श्रेणी में प्रमाण विचलन निकालने की रीति ठीक नहीं है जो खंडित श्रेणी में है। पहले अग्रगणित श्रेणी को उससे वर्गों के मध्य बिन्दुओं की निकालकर खंडित में परिवर्तित कर लेने हैं। इन्हीं मध्य बिन्दुओं को मूल्य को मानकर विचलन निकालते हैं।

इसका सूत्र ठीक वही है जो खंडित श्रेणी का है।

## प्रत्यक्ष रीति (Direct Method)

## Illustration 13.

Calculate the standard deviation of the following data —

Age in years	Number of Persons
0—10	15
10—20	15
20—30	23
30—40	22
40—50	23
50—60	10
60—70	5
70—80	10

## Solution 13.

## Calculation of Standard Deviation by Direct Method.

Age in years	Mid Value	No. of persons	Product	Deviations from Mean	Square of Deviations	Frequency × Square of Deviations
m	M. V.	f	mf	d	d <sup>2</sup>	fd <sup>2</sup>
0—10	5	15	75	-30.16	909.6256	13,644.3840
10—20	15	15	225	-20.16	406.4256	6,096.3840
20—30	25	23	575	-10.16	103.2256	2,374.1888
30—40	35	22	770	-1.16	0.256	5.532
40—50	45	23	1125	9.84	96.8256	2,420.6400
50—60	55	10	550	19.84	393.6256	3,936.2560
60—70	65	5	325	29.84	890.4256	4,452.1280
70—80	75	10	750	39.84	1587.2256	15,872.2560
n=125			Σmf=			Σfd <sup>2</sup> =
			4395			48,796.2000

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{439.5}{125}$$

$$= 3.516 \text{ years}$$

$$\text{Standard Deviation } (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{48,796.8}{125}}$$

$$= \sqrt{390.37}$$

$$= 19.7 \text{ years}$$

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{\sigma}{a}$$

$$= \frac{19.7}{3.516}$$

$$= 5$$

ऊपर के ही प्रश्न को हम यही लघु रीति से कर रहे हैं।

### Calculation of Standard Deviation by Short cut Method

Age in years	Mid Value	Number of persons	Deviations from assumed Mean (30)	Frequency × Deviation	Square of Deviations	Frequency × Square of Deviations
in	in	f	dx	fdx	d <sup>2</sup> x	fd <sup>2</sup> x
0-10	5	15	-30	-450	900	13,500
10-20	15	15	-20	-300	400	6,000
20-30	25	23	-10	-230	100	2,300
30-40	35	22	0	0	0	0
40-50	45	25	+10	250	100	2,500
50-60	55	10	+20	200	400	4,000
60-70	65	5	+30	150	900	4,500
70-80	75	10	+40	400	1600	16,000
		n = 125	Σfdx = 20		Σ	

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$= 35 + \frac{20}{125}$$

$$= 35.16 \text{ years}$$

$$\begin{aligned} \text{Standard Deviation or } \sigma &= \sqrt{\frac{\sum fd^2x}{n} - (a - x)^2} \\ &= \sqrt{\frac{48,800}{125} - (35.16 - 35)^2} \\ &= \sqrt{390.4 - 0.3} \\ &= \sqrt{390.37} \\ &= 19.7 \text{ years} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficient of Standard Deviations} &= \frac{\sigma}{a} \\ &= \frac{19.7}{35.16} \\ &= .5 \end{aligned}$$

समावेशी श्रेणी का प्रमाण विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Inclusive Series)

Illustration 14.

Compute the Standard Deviation from the following data

Monthly Expenditure on Food and luxuries	Number of Students
---	--------------------

28—32	1
33—37	2
38—42	4
43—47	7
48—52	9
53—57	13
58—62	17
63—67	12
68—72	7
73—77	6
78—82	3

Solution 14

Monthly Expen- diture	Mid Value	No of student	Deviati- ons from assumed Mean (55) dx	Total Deviati- ons Frequency × Devi- ations fdx	Square of Deviations d <sup>2</sup> x	Frequency × Square of Deviati- ons fd <sup>2</sup> x
m	M V	f			d <sup>2</sup> x	fd <sup>2</sup> x
28—32	30	1	—25	—25	625	625
33—37	35	2	—20	—40	400	800
38—42	40	4	—15	—60	225	900
43—47	45	7	—10	—70	100	700
48—52	50	9	—5	—45	25	225
53—57	55	13	0	0	0	0
58—62	60	17	+5	+85	25	425
63—67	65	12	+10	+120	100	1200
68—72	70	7	+15	+105	225	1575
73—77	75	6	+20	+120	400	2400
78—82	80	3	+25	+75	625	1875
		n=81		Σfdx=+265		Σfd <sup>2</sup> x=10725

$$\bar{x} = \bar{a} + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 55 + \frac{265}{81}$$

$$= 55 + 3.27$$

$$= 58.27 \text{ units}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{n} - (\bar{x} - \bar{a})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{10725}{81} - (58.27 - 55)^2}$$

$$= \sqrt{132.4 - 10.69}$$

$$= \sqrt{121.72}$$

$$= 11.03 \text{ units}$$

## सामूहिक प्रमाप विचलन (Combined Standard Deviation)

जिस प्रकार विभिन्न मध्यकों के आधार पर सामूहिक मध्यक निकाला जाता है। उसी प्रकार विभिन्न प्रमाप विचलनों के आधार पर सामूहिक प्रमाप विचलन निकाला जाता है। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है।

Combined Standard Deviation

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2 + f_3\sigma_3^2 + \dots + f_1d_1^2 + f_2d_2^2 + f_3d_3^2 + \dots}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots}}$$

Where  $f_1, f_2, f_3$  etc represent the number in each group respectively

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ etc	,,	,,	Standard Deviation of each group respectively
$d_1, d_2, d_3$ etc	,,	,,	Difference between the arithmetic average of the group and the combined arithmetic average

### Illustration 15

A distribution consists of three components with frequencies of 200, 250 and 300, having means of 25, 10 and 15, and standard deviations of 3, 4 and 5 respectively. Find the mean and the Standard Deviation of the combined distribution

(M Com Banaras 1954)

### Solution 15

$$\begin{aligned} \text{Combined Mean} &= \frac{f_1a_1 + f_2a_2 + f_3a_3}{f_1 + f_2 + f_3} \\ &= \frac{(200 \times 25) + (250 \times 10) + (300 \times 15)}{200 + 250 + 300} \\ &= \frac{12000}{750} \\ &= 16 \text{ units} \end{aligned}$$

Combined Standard Deviation =

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2 + f_3\sigma_3^2 + f_1d_1^2 + f_2d_2^2 + f_3d_3^2}{f_1 + f_2 + f_3}}$$

$$= \sqrt{\frac{(200 \times 3^2) + (250 \times 4^2) + \{250 \times (10 - 16)^2\} + \{300 \times (15 - 16)^2\}}{200 + 250 + 300}}$$

$$= \sqrt{\frac{1800 + 4000 + 7500 + 16200 + 9000 + 300}{750}}$$

/ 38.4

= 6.19 units

प्रमाण विचलन पर आधारित अन्य माप

(Other Measures Based on Standard Deviation)

प्रमाण विचलन पर आधारित अवचरण के अन्य निम्न रूप हैं :—

- (१) विचरण गुणक (Coefficient of Variation)
- (२) विचरण मापक (Variance)
- (३) मापक (Modulus)
- (४) सुतुष्टता (Precision)
- (५) उच्चावचन (Fluctuations)

विचरण गुणक (Coefficient of Variation)—प्रमाण विचलन

अवचरण का निरपेक्ष माप है इसके किसी ध्रुवी के स्वरूप व घटन का अनुमान होता है परन्तु दो या अधिक ध्रुवियों में अवचरण की तुलना करने के लिये विचलन का गुणक निश्चित किया जाता है। इसे निश्चित करने के लिये मापक दिया जा चुका है। इसके माप ध्रुवियों के अवचरण तुलना योग्य तो हो जाते हैं परन्तु विचलन गुणक प्रायः दशमलव अंकों में आते हैं इसलिये विचलन के अंतर का ठीक अनुमान नहीं हो पाता। इस अनुविधा से बचने के लिये विचरण गुणक का महारा दिया जाता है। विचरण गुणक निश्चित करने के लिये प्रमाण विचलन के गुणक को १०० से गुणा कर देते हैं। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में आता है :—

$$\text{Coefficient of variation or } V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

Illustration 16

From the prices of shares X and Y given below state which share is more stable in value —

X	55,	51,	52,	53,	56,	58,	52	50,	51,	49
Y	105,	107,	105,	105,	106,	107,	104,	107,	104,	101



## Solution 16.

## Calculation of Coefficient of Variation

X-series			Y-series		
Size m	Deviations from Mean (53) d	Square of Devi- ations d <sup>2</sup>	Size m	Deviations from mean (105) d	Square of Deviations d <sup>2</sup>
55	+2	4	108	+3	9
54	+1	1	107	+2	4
52	-1	1	103	0	0
53	0	0	105	0	0
56	+3	9	106	+1	1
58	+5	25	107	+2	4
52	-1	1	104	-1	1
50	-3	9	103	-2	4
51	-2	4	104	-1	1
49	-4	16	101	-4	16
$\Sigma m = 530$		$\Sigma d^2 = 70$	$\Sigma m = 1050$		$\Sigma d^2 = 40$
$a = \frac{530}{10}$			$a = \frac{1050}{10}$		
= 53 units			= 105 units		

## X-Series

$$\text{Standard Deviation or } \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{70}{10}}$$

$$= \sqrt{7}$$

$$= 2.64$$

## Y-series

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{40}{10}}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2$$

$$\text{Coefficient of Variation or } V = \frac{2.64}{53} \times 100 \quad \text{Coeff of } V = \frac{2}{105} \times 100$$

$$= 4.98$$

$$= 1.90$$

Hence the prices of Y-Series are more stable.

**विचरण मापांक (Variance)**—विचरण मापांक प्रमाप विचलन का वर्ग ( $\sigma^2$ ) होता है। इस द्वितीय घात का अपवर्णन भी कहते हैं। इसका प्रयोग उच्च सांख्यिकीय अध्ययन में किया जाता है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Variance} = \sigma^2 \text{ or } \frac{\sum fd^2}{n}$$

**मापांक (Modulus)**—मापांक द्वितीय अपवर्णन घात पर आधारित अपवर्णन का एक माप है। यदि किसी समूह धरोणी के विचलनों के वर्ग के योग का द्गुगुना करके उसमें पदा की मध्या से भाग दिया जाय और इस प्रकार प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाला जाय तो जो परिणाम प्राप्त होगा वह मापांक है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Modulus (c)} = \sqrt{\frac{2\sum fd^2}{n}}$$

**सुनस्पता (Precision)**—यदि किसी समूह में मापांक का द्युत्क्रम (Reciprocal) निकाला जाय तो प्राप्त परिणाम सुनस्पता कहलायेगा। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में आता है :—

$$\text{Precision or P} = 1 - \sqrt{\frac{2\sum fa^2}{n}} \text{ or } \frac{1}{C}$$

**उच्चावधन (Fluctuations)**—मापांक के वर्ग को उच्चावधन कहते हैं। सूत्र के रूप में इसे निम्न रूप से व्यक्त करेंगे :—

$$\text{Fluctuations} = \frac{2\sum fd^2}{n}$$

### प्रमाप विचलन के गुण (Merits of Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के गुण निम्न हैं :—

(१) उच्चतर गणितीय अध्ययन में प्रयोग—गणितीय दृष्टि से पूर्णतया दृढ़ होने के कारण इसका प्रयोग उच्चतर अध्ययनों में होता है।

(२) समस्त मूल्यों पर आधारित—प्रमाप विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होता है। इसलिये यह पूर्ण गुण होता है।

(३) अगणितीय नियमों का पालन—विचलनों के वर्गों द्वारा यही बीज-गणितीय नियमों का पूर्णतः पालन होता है। अणुगणक विचलन भी वर्ग करने से अनारम्भ हो जाते हैं।

(४) आकस्मिक परिवर्तनों का कम प्रभाव—अन्य विचलनों की अपेक्षा प्रमाप विचलन पर आकस्मिक परिवर्तनों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

(५) निश्चित माप—प्रमाप विचलन विचलन का एक निश्चित माप है। इसे प्रत्येक स्थिति में ज्ञात किया जा सकता है।

(६) न्यादर्श के घट बढ़ का कम प्रभाव—अपविरण के किसी भी अन्य माप की अपेक्षा इस पर निदर्शन के उच्चावचन का कम प्रभाव पड़ता है।

(७) निर्वचन की सुविधा—इसके द्वारा निर्वचन सम्भव होता है। इसलिये यह एक बटन व माला की आकृति को समझने में बहुत सहायक होता है।

**प्रमाप विचलन के दोष (Demerits of Standard Deviation)**

प्रमाप विचलन के निम्न दोष हैं :—

(१) गणन क्रिया कठिन—इसको गणना करने की क्रिया कठिन होने के कारण सर्व साधारण के लिये अनुविधाजनक है।

(२) समझना कठिन—गणन-क्रिया कठिन होने के कारण इसे जन सामान्य को समझना भी बहुत कठिन है।

(३) अति सीमान्त पदों की अधिक महत्व—यह मध्यक की सहायता से निकाला जाता है इसलिये यह चरम पदों (Extreme items) की अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप प्रमाप विचलन बढ़ जाता है।

**तृतीय घात का अपविरण (Third Moment of Dispersion)**

इस रीति के अनुसार प्रत्येक विचलन का घन (Cube) निकाला जाता है। फिर खंडित और अखंडित श्रेणियों में इस प्रकार निकाले गये प्रत्येक घन से उसके सामने की आवृत्ति का गुणा कर देने हैं। इन गुणनफलों के योग में आवृत्तियों की कुछ संख्या का भाग दे देने हैं। व्यक्तिगत श्रेणियों में आवृत्तियाँ नहीं होती इसलिये वहाँ विचलनों के घनों के योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं। फिर भजनफल का घनमूल (Cube root) निकाल देते हैं। अपविरण के इस प्रकार के माप को घन विचलन रीति (Cubed Deviation Method) भी कहते हैं। इसे मूल के रूप में निम्न ढंग से लिखा जाता है :—

**Individuals series :—**

$$\text{Third Moment of Dispersion} = 3\sqrt{\frac{\sum d^3}{n}}$$

$$\text{Coefficient of Third Moment of Dispersion} = 3\sqrt{\frac{\sum d^3}{n}} \div \sigma$$

$$= 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{n}} \div \delta$$

3. Discrete or Continuous Series :—

$$\text{Third Moment of Dispersion} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{n}}$$

$$\text{Coefficient of Third Moment of Dispersion} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{\frac{n}{\sigma^3}}}$$

$$\text{Or} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{\frac{n}{\delta^3}}}$$

अपविक्षण के विभिन्न मापों के बीच सम्बन्ध

(Relation between Different Measures of Dispersion)

यों तो अपविक्षण के विभिन्न मापों में कोई निश्चित सम्बन्ध नहीं होता तो भी उनमें निम्नलिखित सम्बन्ध लगभग ठीक होता है :—

(१) विस्तार (Range) चरम मूल्यों (Extreme items) के अन्तर द्वारा अपविक्षण की अधिक से अधिक मात्रा को प्रकट करता है। इसमें सभी मूल्य भाँजे जाते हैं।

(२) अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range) दोनो चतुर्थकों के बीच के मूल्यों के अपविक्षण को प्रकट करता है। इसमें लगभग आधी समक आँखों का उपयोग नहीं होता।

(३) अर्ध-अन्तर-चतुर्थक-विस्तार (Semi-inter Quartile Range) अथवा चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) एक ऐसी संख्या प्रदान करता है जिसे मध्यका के दोनो ओर रखने पर समस्त पदों के आधे उसकी सीमा में भाँजे जाते हैं अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार का आधा होता है अर्थात् मध्यका + चतुर्थक विचलन और मध्यका — चतुर्थक विचलन इन दोनो के बीच आधे पद भाँजे जाते हैं। परन्तु ऐसा समस्त पद घटाने में ही सम्भव होगा।

(४) चतुर्थक विचलन प्रमाण विचलन का  $\frac{3}{4}$  तथा माध्य विचलन का  $\frac{1}{2}$  होता है।

(५) सामान्य तथा घट्ट सन्निकट वितरण में माध्य विचलन प्रमाण विचलन का ०.७६७६ अर्थात् प्रमाण विचलन का  $\frac{3}{4}$  होता है। सूत्र के रूप में :—

$$\delta = \frac{3}{4} \sigma$$

(६) विस्तार प्रमाण विचलन का चार गुना से छह गुना तक होता है।

(७) सामान्य (Normal) वक्रवा अल्प विषम वंटन (Slightly Skewed Distribution) में समानान्तर माध्य के दोनों ओर प्रमाण विचलन को रखा जाय तो उसमें लगभग दो तिहाई पद सम्मिलित होने हैं। अर्थात्  $a + \sigma$  और  $a - \sigma$  किसी चल में दो तिहाई पदों को सम्मिलित करने हैं। इसी प्रकार  $a + 2\sigma$  और  $a - 2\sigma$  में किसी चल के लगभग ९५% पदों का तथा  $a + 3\sigma$  और  $a - 3\sigma$  लगभग ९९% पदों का समावेश होता है।

(८) सामान्य वंटन में संभावित विभ्रम (Probable Error) प्रमाण विचलन का  $\cdot 6745$  होता है। समानान्तर माध्य में संभावित विभ्रम (Probable Error) का दूना दोनों ओर रखने पर अर्थात्  $a + 2P.E.$  और  $a - 2P.E.$  किसी चल के ५०% पदों का ५०% सम्मिलित करते हैं। इसी प्रकार  $a + 8P.E.$  और  $a - 8P.E.$  किसी चल के ९९% पदों को सम्मिलित करते हैं।

सूत्र के रूप में इन सम्बन्धों को निम्न ढंग से व्यक्त करेंगे :—

$$(१) M \pm Q. D. = 50\% \text{ items}$$

$$(२) Q. D. = \frac{2}{3} \sigma$$

$$(३) Q. D. = \frac{1}{3} \delta$$

$$(४) \delta = 4\sigma$$

$$(५) \text{Range} = 4 \text{ to } 6 \sigma$$

$$(६) a \pm \sigma = 67\% \text{ items}$$

$$(७) a \pm 2\sigma = 95\% \text{ ,,}$$

$$(८) a \pm 3\sigma = 99\% \text{ ,,}$$

$$(९) P.E. = \cdot 6745 \sigma$$

$$(१०) \text{Mean} \pm 2 P.E. = 50\% \text{ items}$$

$$(११) \text{Mean} \pm 8 P. E. = 99\% \text{ ,,}$$

### लॉरेंज वक्र (Lorenz Curve)

अपविरण को प्रदर्शित करने के लिये लॉरेंज वक्र (Lorenz Curve) का भी प्रयोग होता है। अपविरण को प्रदर्शित करने की यह एक विन्दुरेखीय रीति (Graphical Method) है। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम डा० मैक्स ओ० लॉरेंज (Dr. Max O. Lorenz) ने किया। उन्हीं के नाम पर इस वक्र का नाम लॉरेंज वक्र पड़ा। इस वक्र से अपविरण का प्रदर्शन मान होता है। इससे अपविरण का मापन सम्भव नहीं। विन्दुरेखीय पत्र पर लॉरेंज वक्र बनाने की पद्धति निम्न है :—

(१) मूल्यो (Measurements) का संवयी मूल्य (Cumulative Measurement) निकाल लेते हैं। अन्तिम संवयी मूल्य को १०० मानकर शेष सभी संवयी मूल्यों को प्रतिशत में परिवर्तित कर लेते हैं।

(२) ठीक इसी प्रकार आवृत्तियों (Frequency) की संवयी आवृत्ति (Cumulative frequency) निकाल लेते हैं। अन्तिम संवयी आवृत्ति को १०० मानकर शेष सभी आवृत्तियों को प्रतिशत में परिवर्तित कर लेते हैं।

(३) संवयी मूल्यों के प्रतिशत को  $x$  (X) अक्षर पर और संवयी आवृत्तियों के प्रतिशत को  $y$  (Y) अक्षर पर दिखलाया जाता है।

(४) संवयी मूल्यों के प्रतिशत को १०० से प्रारम्भ करके ० तक और संवयी आवृत्तियों को ० से प्रारम्भ करके १०० तक दिखलाया जाता है। इसके उलटा भी किया जा सकता है।

(५) ० से १०० को एक सीधी रेखा से मिला देते हैं। इस रेखा को समान वंटन की रेखा (Line of Equal Distribution) कहते हैं।

(६) अब संवयी मूल्यों के प्रतिशत और संवयी आवृत्तियों के प्रतिशत को क्रमानुसार प्राकृत करेंगे। समान वंटन की रेखा के दोनों छोरों से प्राकृत बिन्दुओं को क्रमशः मिलाते हुये वक्र बना लेंगे। यही लॉरेंज वक्र होगा।

### लॉरेंज वक्र के द्वारा अपविरण अध्ययन करने की रीति (The Method to Study Dispersion by Lorenz Curve)

(१) लॉरेंज वक्र समान-वंटन-रेखा (Line of Equal Distribution) के जितना समीप होता है उतना ही कम अपविरण होता है अर्थात् वितरण या वंटन उतना ही सम होता है।

(२) इसके विपरीत लॉरेंज वक्र समान-वंटन-रेखा के जितना दूर होता है उतना ही अधिक अपविरण होता है अर्थात् वितरण या वंटन उतना ही विषम होता है।

(३) यदि लॉरेंज वक्र समान-वंटन रेखा पर पड़ता है तो इसका अर्थ यह हुआ कि वहाँ अपविरण एवम्ब नहीं है अर्थात् वितरण पूर्ण रूप से सम है।

(४) यदि दो लॉरेंज वक्र हों तो जो समान-वंटन-रेखा के पास होगा— उस लोरी में दूसरे की अपेक्षा कम अपविरण होगा।

व्यक्तिगत श्रेशी में लॉरेंज वक्र का बनाना

### (Construction of Lorenz Curve in Individual Series)

Illustration 17.

Below are given the net Profits of a business for 5 years.

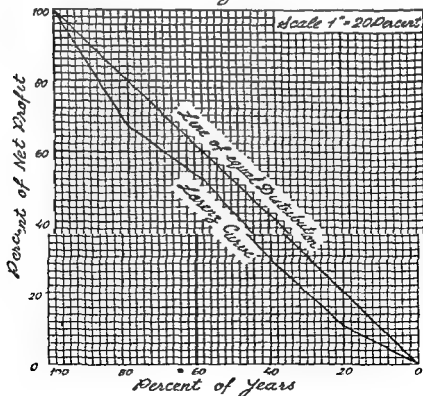
Year	Net Profit (in Thousand Rupees)
1955	22
1956	36
1957	45
1958	32
1959	65

Draw a graph to show the distribution —

**Solution 17.**

Year	Percent	Net Profit (in 000 Rs.)	Cumulative Profit	Percent
1955	20	22	22	11
1956	40	36	58	29
1957	60	45	103	31.5
1958	80	32	135	67.5
1959	100	65	200	100

*Lorenz Curve*



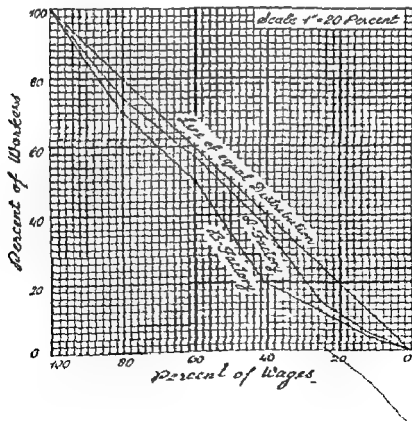
खंडित या विच्छिन्न श्रेणी में लॉरेंज वक्र का बनाना  
(Construction of Lorenz Curve in Discrete Series)

Illustration 18.

From the following data show the extent of Dispersion by means of Lorenz curve —

Monthly wage in Rs	Number of workers	
	A—Factory	B—Factory
18	2	2
36	4	4
60	9	4
76	8	15
80	7	10
80	10	15

Solution 18.





Monthly Wage in Rs	Cumulative Wages	%	A—Factory			B—Factory		
			No of work-ers	Cumula-tive No	%	No of work-ers,	Cumula-tive No	%
48	48	12	2	2	5	2	2	4
56	104	26	4	6	15	4	6	12
60	164	41	9	15	37.5	4	10	20
76	240	60	8	23	47.5	15	25	50
80	320	80	7	30	75	10	35	70
80	400	100	10	40	100	15	50	100

**अवक्षिप्त या अवच्छिन्न श्रेणी में लॉरेन्ज वक्र का बनाना**  
(Construction of Lorenz Curve in Continuous Series)

**Illustration 19**

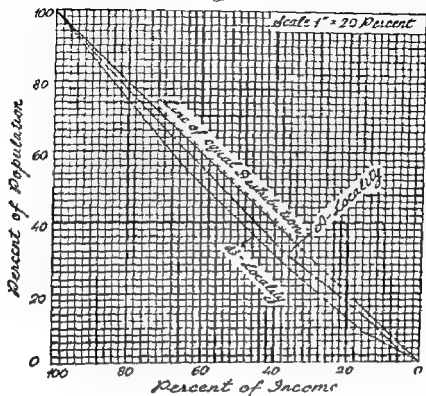
The following table gives the population and weekly earnings of two localities A and B. Represent the data graphically so as to bring out the inequality of the distribution of earnings.

Weekly earnings in Rs	Number of persons	
	Locality—A	Locality—B
0—20	2	4
20—40	12	10
40—60	16	40
60—80	30	56
80—100	40	90

**Solution 19**

Weekly earning in Rs	Mid Value	Cumulative Earnings	%	A—Locality			B—Locality		
				No of per-sons	Cumula-tive No	%	No of Per-sons	Cumula-tive No	%
0—20	10	10	4	2	2	2	4	4	2
20—40	30	40	16	12	14	14	10	14	7
40—60	50	90	36	16	30	30	40	54	27
60—80	70	160	64	30	60	60	56	110	55
80—100	90	250	100	40	100	100	90	200	100

## Lorenz Curve



### लॉरेंज वक्र के गुण (Merits of Lorenz Curve)

लॉरेंज वक्र के निम्न गुण हैं :—

- (१) वित्ताकर्षक—वि-दुरेणीय रीति से प्रदर्शित होने के कारण अपविरण को प्रदर्शित करने का यह वक्र बहुत प्रभावशाली व वित्ताकर्षक लगता है।
- (२) तुलना समक—दो या अधिक मात्राओं में तुलना इन वक्रों की सहायता से बरी सरलता से की जा सकती है।
- (३) समझने में सरल—इसके निर्माण में संको का अपेक्षाकृत कम प्रयोग होता है इसलिए इसका समझना सरल होता है।
- (४) वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं—इस वक्र के निर्माण के लिये समक योणी में वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं।

### लॉरेंज वक्र के दोष (Demerits of Lorenz Curve)

इस वक्र का सबसे बड़ा दोष यह है कि इसमें अपविरण के गम्भीरता का माप का पता नहीं लगाया जा सकता।

विषमता  
(Skewness)

हम यह देख चुके हैं कि माध्य समक माला की केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रकट करता है और अपकिरण के माप समक माला के आवृत्ति वितरण व आकार को प्रकट करते हैं और यह बतलाते हैं कि माध्य से चल मूल्यों का विचलन कितना है। इन दोनों प्रकार के मापों अर्थात् माध्य और अपकिरण के माप से हम यह अनुमान नहीं लगा सकते कि समक श्रेणी समित (Symmetrical) है या असमित (Asymmetrical)। इसका पता लगाने के लिये विषमता के माप (Measures of Skewness) का सहारा लेना पड़ना है।

किसी वक्र की विषमता समिति (Symmetry) का अभाव है। विषमता का माप (Measure of Skewness) एक ऐसा सन्धारक माप होना है जो किसी समक माला के असमितीय प्रवृत्ति को प्रकट करता है। पूर्णतः समित वितरण केवल भौतिक विज्ञानों में ही सम्भव हो सकता है विषमता किसी समक माला के आवृत्ति वितरण की वक्र रेखा की बनावट से सम्बन्धित होती है।

आवृत्ति-वितरण के प्रकार  
(Types of Frequency Distribution)

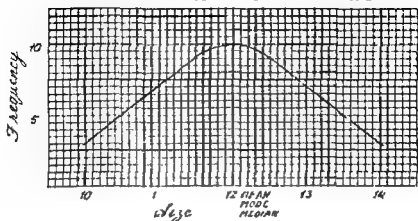
सामान्यतः आवृत्ति वितरण निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

सामान्य वितरण—(Normal Distribution)—इसके वक्र की सामान्य वक्र (Normal Curve) या सामान्य-विभ्रम-वक्र (Normal Curve of Error) कहते हैं। प्रायः यह देखने में आता है कि प्रारम्भ में मूल्यों की आवृत्तियाँ कम होती हैं। धीरे-२ आवृत्तियाँ बढ़ती जाती हैं और अन्त में फिर कम हो जाती हैं। यदि इन आवृत्तियों को बिन्दुरेखीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो घंटी के आकार का वक्र (Bell shaped Curve) बनेगा। इस वक्र को यदि ठीक बीच में मोड़ दिया जाय तो मोड़ के एक ओर का वक्र दूसरी ओर के वक्र को पूर्ण रूप में आच्छादित कर लेता। यहाँ पर पूर्ण समिति होगी और विषमता का अभाव होगा।

उदाहरण

Size	Frequency
10	3
11	7
12	10
13	7
14	,

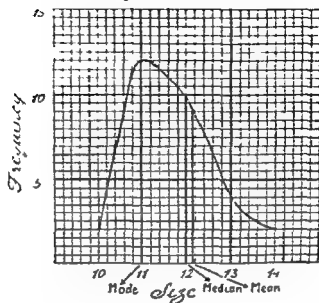
# Normal Distribution Curve



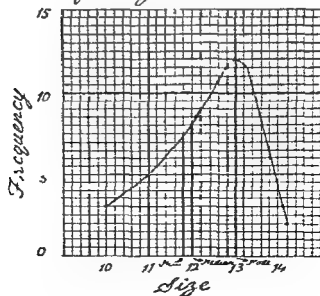
(२) विषम वितरण (Asymmetrical Distribution)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में आवृत्तियों भूमिष्ठक की एक ओर अधिक तथा दूसरी ओर कम होती हैं। यही मध्यक, भूमिष्ठक और समानांतर माध्य सभी एक बिंदु पर नहीं होते। इस प्रकार की श्रेणी विषम श्रेणी (Skewed Series) कहलाती है और उसमें विषमता (Skewness) होती है। यह विषमता भी दो प्रकार की हो सकती है :—

(क) धनात्मक (Positive)—यदि मध्यक का मूल्य मध्यक या भूमिष्ठक से अधिक है तो विषमता धनात्मक (+) होगी। दूसरे शब्दों में यदि एक बाहिनी ओर अधिक भुजा है तो विषमता धनात्मक होगी। धनात्मक विषमता को अनुलोम विषमता भी कहते हैं। ऐसी श्रेणी की यदि विदुरेयीय-पत्र की सहायता से प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा सिरा अधिक मूल्य वाले स्थानों की ओर है। धनात्मक विषमता में पहले भूमिष्ठक, फिर मध्यक और फिर मध्यक आते हैं। यह निम्न चित्र में प्रदर्शित किया गया है :—

Size	Frequency
10	2
11	12
12	10
13	4
14	2

*Positively skewed Curve*

(क) ऋणात्मक (Negative)—यक ऋणात्मक रूप से भी विषम (Negatively Skewed) हो सकता है। यदि मध्यक का मूल्य मध्यका या भूयिष्क से

*Negatively skewed Curve ,*

कम है तो विषमता अणुात्मक (—) होगी। ऐसी दशा में वक्र बायीं ओर प्रवर्तित भूका होता है। अणुात्मक विषमता का विलोम विषमता भी कहते हैं। यदि ऐसी ओंको को बिन्दुरेख द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का सम्बन्ध मिरा कम भूत्र जाने स्थानों को जाता है। अणुात्मक विषमता में पहल पहल मध्यक, फिर मध्यक और मरक परवान् भूविष्टक आता है। यह कुर र बित्र म प्रदर्शित किया गया है :—

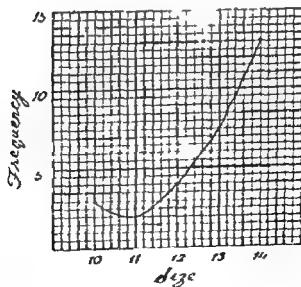
Size	Frequency
10	3
11	5
12	8
13	12
14	2

(३) 'जे' के आकार का वितरण (J-Shaped distribution)—इस प्रकार के वितरण में आवृत्तियाँ लगभग एक रूप से घटती हैं या बढ़ती हैं। इस वक्र का आकार संक्षेप में 'जे' (J) के लगभग समान होता है। यह नीचे प्रदर्शित है।

उदाहरण :—

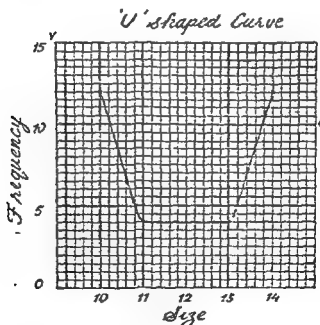
Size	Frequency
10	3
11	2
12	4
13	8
14	13

*J Shaped Curve*



(४) 'यू' के आकार का वितरण—(U-Shaped distribution)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में प्रारम्भ में आवृत्तियाँ अधिक होती हैं और बीच में आवृत्तियाँ बहुत कम हो जाती हैं और अन्त में फिर आवृत्तियाँ अधिक हो जाती हैं। इस प्रकार जो आवृत्ति वक्र बनता है उसकी आवृत्ति अंग्रेजी के 'यू' (U) अक्षर के समान होती है। इसे हम नीचे प्रदर्शित करेंगे :—

Size	Frequency
10	12
11	4
12	4
13	4
14	12



### विषमता की जाँच (Tests of Skewness)

इस बात की जाँच करने के लिये कि किसी श्रेणी में विषमता है या नहीं निम्न मापदंड हैं :—

(१) यदि किसी श्रेणी में माध्यिका, माध्यक और भूँयच्छक का मूल्य समान होता है तो वहाँ विषमता नहीं होती। इन तीनों माध्यों के मूल्यों में जितना अधिक अन्तर होगा, वहाँ विषमता उतनी ही अधिक होगी। श्रेणी के घनात्मक रूप से

विषम (Positively Skewed) होने पर पहले भूमिष्टक, फिर मध्यका और फिर मध्यक आन हैं। धोखी के ऋणात्मक रूप से विषम होने पर पहले मध्यक, फिर मध्यका और अंत में भूमिष्टक आता है।

✦ (२) यदि मध्यक मध्यका या भूमिष्टक से नित्य गण धनात्मक (+) विचलना योग के या योग ऋणात्मक (—) विचलना के बराबर होता है तो विषमता नहीं होती।

(३) यदि भूमिष्टक के दोनों ओर की मावृत्तियाँ का योग बराबर होता है तो विषमता नहीं होती।

(४) यदि मध्यका में प्रथम चतुर्थक ( $Q_1$ ) और तृतीय चतुर्थक ( $Q_3$ ) का अंतर बराबर हो तो विषमता नहीं होती।

(५) यदि वक्रमक या जलमक के माक मध्यका से समान दूरी पर हों तो विषमता नहीं होती।

(६) यदि समान माला की वक्र द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो सामान्य वक्र (Normal Curve) बन और यदि मोड़ में उग वक्र की मोड़ दिया जाय तो एक भाग दूसरे की पूर्ण रूप से आच्छादित करल ता विषमता नहीं होगी।

जहाँ उपर्युक्त परिस्थितियाँ जितने अंशों में नहीं होगी, वहाँ विषमता उतने ही अंशों में होगी।

### ✓ विषमता के माप

#### ✦ (Measures of Skewness)

विषमता निकालने की निम्न रीतियाँ हैं —

(१) विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness)

(२) " " द्वितीय " (Second " " " " )

(३) " " तृतीय " (Third " " " " )

विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness) यह स्पष्ट किया जा चुका है कि जब किसी श्रेणी में मध्यक, मध्यका और भूमिष्टक का मूल्य असमान होता है तो विषमता होती है। इनमें अंतर जितना अधिक होगा विषमता उतनी ही अधिक होगी। यह धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो सकती है। अतः विभिन्न मध्यका का अंतर ही विषमता का माप होता है। हमके पूर्व निम्नलिखित है —

✦ (1) Measure of skewness (sk) =  $\frac{\text{Median} - \text{Mode}}{M - Z}$

Coefficient of skewness or  $J = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the mode}}$

$$= \frac{M - Z}{\delta Z}$$



(२) जहाँ भूयिष्ठक स्पष्ट न हो अर्थात् निश्चित रूप से न निकाला जा सके तो निम्न सूत्र प्रयुक्त होगा:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Median} \\ = a - M$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Mean} - \text{Median}}{\text{Mean Deviation from the Median}}$$

$$\text{or } = \frac{a - M}{\delta m}$$

१)

$$\text{or } = \frac{a - M}{\delta a}$$

(३) मध्यका तथा भूयिष्ठक के अन्तर से भी इसे निकाला जा सकता है:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Median} - \text{Mode} \\ = M - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the Mode}}$$

$$= \frac{M - Z}{\delta z}$$

$$\text{or } = \frac{M - Z}{\delta m}$$

(४) कार्ल पियर्सन ने निम्न सूत्र का प्रयोग किया है:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Mode} \\ = a - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{a - Z}{\sigma}$$

(५), एड्रि. ग्रीनवुड स्पष्ट न हो. मो. कार्ल. पियर्सन ने. निम्न. सूत्र. का. प्रयोग बताया है:—

$$\text{Mode} = \text{Mean} - 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Measure of Skewness} = 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

## अपकृष्ट और विषमता

इन सभी सूत्रों में कार्न विमर्शन का सूत्र सर्वोत्कृष्ट माना जाता है। इसीलिए यह सर्वाधिक प्रचलित है। इस सूत्र के आधार पर हम एक उदाहरण लेंगे :—

## Illustration 19

From the following data find out the Karl Pearson's coefficient of skewness —

Measurement	10	11	12	13	14	15
Frequency	2	1	10	8	5	1

## Solution 19.

Measurement (m)	Frequency (F)	Deviation from assumed mean (dx)	Product of F & D (fdx)	Square of Deviation (d <sup>2</sup> x)	Product of F & D <sup>2</sup> (fd <sup>2</sup> x)
10	2	-2	-4	4	8
11	1	-1	-1	1	1
12	10	0	0	0	0
13	8	+1	+8	1	8
14	5	+2	+10	4	20
15	1	+3	+3	9	9
			$\Sigma fdx = +13$		$\Sigma fd^2x = 49$

$$\text{Arithmetic Average } (a) = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 12 + \frac{13}{30}$$

$$= 12 + 43$$

$$= 12.43$$

By inspection we find that the Mode is 12.

$$\text{Standard Deviation } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x - n(a-x)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 30(12.43 - 12)^2}{30}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 5.3}{30}}$$

$$= \sqrt{1.43}$$

$$= 1.2$$

$$\begin{aligned}\text{Measure of skewness} &= a - z \\ &= 12.43 - 12 \\ &= .43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coefficient of skewness} &= \frac{12.43 - 12}{1.2} \\ &= \frac{.43}{1.2} \\ &= .358\end{aligned}$$

कार्ल पियर्सन के दूसरे सूत्र का प्रयोग करते हुये उदाहरण :—

#### Illustration 20.

Calculate Karl Pearson's coefficient of skewness from the following data :—

Marks	Number of students
Above 0	150
" 10	140
" 20	100
" 30	80
" 40	30
" 50	70
" 60	30
" 70	14
" 80	0

(M. A. Rajputana, 1956)

#### Solution 20.

First we change the cumulative frequencies into ordinary ones :

Marks	Number of students
0—10	10
10—20	40
20—30	20
30—40	0
40—50	10
50—60	40
60—70	16
70—80	14
80 and above.	0

Measure- ment	Frequen- cy	Mid- Value	C T	Devia- tion from assumed Mean (35) (dx)	Product of frequen- cy & devia- tions (fdx)	Square of Devia- tions (d <sup>2</sup> x)	Product of l & D Squares (fd <sup>2</sup> x)
(m)	(f)	(M V)					(fd <sup>2</sup> x)
0-10	10	5	10	-30	-300	900	9,000
10-20	40	15	50	-20	-800	400	16,000
20-30	20	25	70	-10	-200	100	2,000
30-40	7	35	70	0	0	0	0
40-50	10	45	80	+10	+100	100	1,000
50-60	40	55	120	+20	+800	400	16,000
60-70	16	65	136	+30	+480	900	14,400
70-80	14	75	150	+40	+560	1600	22,400
80 & above	0	85	150	+50	0	0	0
	n = 150				$\Sigma fdx =$ +640		$\Sigma fd^2x =$ 80,800

$$\begin{aligned}
 a - x + \frac{\Sigma fdx}{n} \\
 &= 35 + \frac{640}{150} \\
 &= 35 + 4.27 \\
 &= 39.27 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Median} &= \text{size of } \left( \frac{n+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{size of } \left( \frac{150+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{size of } 75.5 \text{th item}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Median} &= l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} \cdot n(m - c) \\
 &= 40 + \frac{50 - 40}{10} \cdot (75.5 - 70) \\
 &= 40 + \frac{10}{10} \times 5.5 \\
 &= 45.5 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x - n(\bar{x} - x)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{80,800 - 150(39.27 - 35)^2}{150}}$$

$$= \sqrt{\frac{80,800 - 2734.5}{150}}$$

$$= 22.8 \text{ marks.}$$

$$\text{Coefficient of Skewness} = \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

$$= \frac{3(39.27 - 45.5)}{22.8}$$

$$= \frac{-18.69}{22.8}$$

$$= -0.82$$

### विषमता का द्वितीय माप

#### (Second Measure of Skewness)

यह हम देख चुके हैं कि एक समित आवृत्ति वितरण में प्रथम चतुर्थक और तृतीय चतुर्थक मध्यका से समान दूरी पर होते हैं। यदि विषमता होती है तो यह दूरी असमान होती है। जितनी ही यह असमानता अधिक होती है, विषमता उतनी ही अधिक होती है। इस आधार पर विषमता तथा उसका गुणक निकालने के सूत्र निम्न हैं—

$$\begin{aligned} \text{Skewness} &= (Q_3 - M) - (M - Q_1) \\ &= Q_3 + Q_1 - 2M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficient of Skewness} &= \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{(Q_3 - M) + (M - Q_1)} \\ &= \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} \end{aligned}$$

#### Illustration 21.

Find the coefficient of skewness of the two groups given below and point out which distribution is more skewed :

Marks	Group A	Group B
55-58	12	20
58-61	17	22
61-64	23	25
64-67	18	13
67-70	11	7

(Agra M. A. 1954)

solution 21

Marks	Group A			Group B	
	f	i	cf	f	cf
55-58	12		12	20	20
58-61	17		29	22	42
61-64	23		52	23	67
64-67	18		70	13	80
67-70	11		81	7	87

Quartile Coefficient of Skewness

up A

First Quartile—size of  $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

$$= \frac{81+1}{4} \text{ " "}$$

= 20.5th item

First Quartile or  $Q_1 = l_1 + \frac{l_2 - l_1}{f} (Q_1 - c)$

$$= 58 + \frac{61 - 58}{17} (20.5 - 12)$$

$$= 58 + \frac{3}{17} \times 8$$

= 59.3 marks

Third Quartile size of 3  $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

$$\text{" " } 3 \left(\frac{81+1}{4}\right) \text{th item}$$

" " 61.5th item

Third Quartile or  $Q_3 = l_2 + \frac{l_3 - l_2}{f} (Q_3 - c)$

$$= 61 + \frac{67 - 61}{18} (61.5 - 52)$$

= 65.6 marks

Median—Size of  $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item.

$$= \text{“ “ } \left( \frac{81+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{“ “ } 41 \text{th item}$$

$$\text{Median} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 61 + \frac{64 - 61}{23} (41 - 29)$$

$$= 61 + \frac{3}{23} \times 12$$

$$= 61 + 1.6$$

$$= 62.6$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficient of Skewness or } J &= \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} \\ &= \frac{65.6 + 59.5 - 2 \times 62.6}{65.6 - 59.5} \\ &= \frac{125.1 - 125.2}{6.1} \\ &= \frac{-0.1}{6.1} \\ &= -0.016 \end{aligned}$$

### Group B

$$\text{First Quartile} = \text{the size of } \left( \frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{“ “ } \frac{87+1}{4} \text{ “ “}$$

$$= \text{the size of 22nd item}$$

$$\text{First quartile or } Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_1 - C)$$

$$= 58 + \frac{61 - 58}{22} (22 - 20)$$

$$= 58 + \frac{3}{22} \times 2$$

$$= 58.3 \text{ app}$$

## अध्याय १४

# निर्देशांक

### (Index Number)

परिवर्तन प्रकृति का नियम है और यह नियम इस समार पर भी व्यापक रूप से लागू होता है। वास्तव में हम प्रतिदिन देखते हैं कि समार में अनेक परिवर्तन हुआ करते हैं कभी किसी वस्तु का मूल्य घट जाता है और कभी बढ़ जाता है। कभी किसी वस्तु का उत्पादन बढ़ जाता है तो कभी कम हो जाता है। इसी प्रकार मजदूर की मजदूरी, मुद्रा की मूल्य-शक्ति, आयात-निर्गत, कभी घटाव कभी बढ़ाव सर्वदा होता रहता है। प्रायः यह भी देखा जाता है कि कुछ वस्तुओं का मूल्य घट रहा है और साथ-साथ कुछ का बढ़ रहा है और यह घटाव व बढ़ाव भी सबमे एक प्रकार का नहीं—कहीं कम है तो कहीं अधिक। इन परिस्थितियों में इन परिवर्तन का मापन बिना किसी विशेष युक्ति के बहुत ही कठिन है। निर्देशांक की सहायता से यह कार्य सरल हो जाता है।

हमें प्रायः यह सुनने को मिलता है कि 'मंहगाई बहुत है', 'उत्पादन बढ़ गया है', 'निर्गत घट गया है' आदि। ये सत्य किमी मापार पर कहे जाने हैं और सापेक्ष होने हैं अर्थात् किसी तुलनात्मक मापार पर कहे जाने हैं और वे सामान्य रूप से सच होते हैं। जब यह कहा जा रहा है कि 'मंहगाई बहुत है' तो इसका अर्थ यह कदापि नहीं कि सभी चीजें बहुत मंहगी हैं। यह सम्भव है कि कुछ वस्तुएँ सस्ती हों या कम मंहगी हों पर अधिकतर वस्तुओं के अधिक मंहगी होने के कारण यह एक सामान्य सत्य है कि 'मंहगाई बहुत है।' इस प्रकार निर्देशांक विशेष प्रकार के माप्य होने हैं जिसकी सहायता से काल श्रेणी (Time Series) और स्थान श्रेणी (Spatial Series) की वैश्वीय प्रवृत्ति का मापन किया जाता है। ये सापेक्ष परिवर्तन को प्रकट करते हैं।

### परिभाषा (Definition)

निर्देशांक की सर्वमान्य परिभाषा देना कठिन कार्य है क्योंकि इन्हे प्राप्त करने की कई विधियाँ हैं। और सभी विधियों का समावेश करती हुई परिभाषा बनाना दुष्कर है। परन्तु फिर भी इनकी मूल प्रवृत्ति को ध्यान में रखते हुए परिभाषाएँ दी जाती हैं।



होरेसेसोप्राइस्ट ने अनुसार "निर्देशांक अंकों की एक शृङ्खला है जिसके द्वारा किसी भी क्षण के समय-समय के या स्थान-स्थान के परिवर्तनों का मापन किया जाता है।

क्रॉक्सटन एवं काउडन के अनुसार "निर्देशांक सम्बन्धित चल-मूल्यों के परिमाण में होने वाले अंतरों को मापन करने की युक्तियाँ हैं।"<sup>1</sup>

व्हेयर ने शब्दों में "निर्देशांक एक विशिष्ट प्रकार के माध्य हैं।"<sup>2</sup>

ब्राउले के मतानुसार "निर्देशांकों की एक श्रेणी एक ऐसी श्रेणी है जो अपने भूकाय और उच्चावचनों के द्वारा इस परिमाण के परिवर्तनों को प्रदर्शित करती है, जिससे वह सम्बन्धित है।"<sup>3</sup>

बॉडिंगटन ने इसकी परिभाषा निम्न प्रकार में दी है, "जैसा कि नाम से पता चलता है निर्देशांक संख्याओं के किसी समूह की सामान्य प्रवृत्ति का द्योतक है।"<sup>4</sup>

इन परिभाषाओं की देखने के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि निर्देशांक बाल श्रेणी प्रथम स्थान श्रेणी में होने वाले भीतत परिवर्तन को सापेक्ष रूप से प्रस्तुत करते हैं। ये परिवर्तन को केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रकट करते हैं।

निर्देशांकों की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Index Numbers)

निर्देशांकों की प्रमुख विशेषतायें निम्न हैं :—

(१) संख्या द्वारा व्यक्त—निर्देशांक सदैव संख्या में व्यक्त किये जाते हैं। किसी भी प्रकार के परिवर्तन को केवल शब्दों में व्यक्त किया जा सकता है। जैसे उत्पादन बढ़ गया है, मूल्य गिर गये हैं आदि। परन्तु परिवर्तन की इस दिशा को यहाँ संख्या में व्यक्त किया जाता है।

(२) माध्य के रूप में प्रस्तुत—निर्देशांक परिवर्तन की दिशा को माध्य के रूप में प्रकट करते हैं। यहाँ किसी एक वस्तु या कुछ वस्तुओं की परिवर्तन की दिशा का मापन नहीं होता बल्कि सामान्य रूप से परिवर्तन की दिशा व मात्रा का मापन होता है। उदाहरणार्थ यदि वस्तुओं के मूल्य बढ़ रहे हैं तो सम्भव है कि कुछ के न बढ़ रहे हों परन्तु सभी वस्तुओं के मूल्य की वृद्धि का औसत लिया जायेगा और परिणाम माध्य के रूप में होगा।

X. "Index numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables" —Croton and Cowden

2. "Index Numbers are a specialized type of average." —Blair

3. "A series of index numbers is a series which reflects in its trend and fluctuations the movements of same quantity to which it is related." —Boule

4. "An index number is, as its name suggests, an indicator of the general trend of a set of figures." —Bodding on

(३) तुलना का आधार समय कबवा स्थान—तुलना या तो समय के आधार पर की जाती है या स्थान के आधार पर। समय की आधार मानते समय किसी विशेष वर्ष महीना या अथवा किसी के देश को आधार मानते हैं। स्थान की आधार माना समय किसी विशेष स्थान या भूभाग को आधार मानकर परिवर्तन की मात्रा का मापन करते हैं। व्यावहारिक रूप से तुलना प्रायः समय के आधार पर की जाती है।

(४) सापेक्ष रूप से—निर्देशांक सदैव सापेक्ष रूप में होते हैं। परिवर्तन की मात्रा निरपेक्ष रूप में नहीं प्रकट की जाती क्योंकि उस देश में वह तुलना योग्य नहीं होती। इसलिए उक्त तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष बनाया जाता है। इस कार्य के लिये उक्त आधार को १०० मानकर प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है।

(५) सावधौम उपयोगिता—निर्देशांक की सावधौम उपयोगिता है। केवल इतना ही कहना पर्याप्त नहीं कि महगाई बहुत है। यह एक स्पष्ट भाव है तथा महगाई कितनी है इसका स्पष्ट बोध नहीं होता। यदि इसी बात को या कहें कि वर्ष १९४४ को आधार मानकर जीवन निराह व्यय निर्देशांक ३५० है तो विचारों में स्पष्टता आती है। आज के योजना युग में विभिन्न प्रकार के निर्देशांक योजना के आधार में प्राण हैं।

निर्देशांक का प्रारम्भ (Origin of Index Numbers)—निर्देशांक का रचना का प्रारम्भ लगभग १८ वीं शताब्दी के मध्य में हुआ। इसका श्रेय इटली निवासी श्री कार्लो (Carli) को है। उसने अमेरिका के अल्पसंख्यक जातियों के आजीवन, लेख और गद्य पर प्रभाव मापन करने का प्रयास किया। उसने मुद्रा की अल्प गति का अनुमान लगाने के लिये अल्पसंख्यक आधार बनाया। वर्ष १५०० ई० को उक्त आधार वर्ष और वर्ष १७०४ को खानू वर्ष के रूप में माना। १९ वीं शताब्दी के लगभग अंत में जेवन्स (Jevons) ने निर्देशांक की महत्ता से मूल्य स्तरों का अध्ययन किया और तीन के मूल्य में गिरावट की ओर गन्तव्य किया। प्रसिद्ध अर्थशास्त्री मार्शल (Marshall), इरविंग फिशर (Irving Fisher) आदि के भी प्राथमिक समस्याओं के अध्ययन के लिये निर्देशांक की रचना की। कालांतर में विभिन्न प्रकार की समस्याओं के तुलनात्मक अध्ययन के लिये निर्देशांक बनाये जाने लगे और इनका उपयोग व्यापक रूप से होने लगा।

निर्देशांक के उद्देश्य—निर्देशांक के निर्माण से मुख्यतः निम्न दो उद्देश्यों की पूर्ति होती है—

(१) मूल्य में सामान्य परिवर्तन का मापन।

(२) अनुपातों के विभिन्न वर्गों पर परिवर्तनों का प्रभाव—यदि निर्देशांक पहले उद्देश्य की पूर्ति के लिये बनाया जाते हैं तो पूरा क्षेत्र को आच्छादित करते हुए पुनः उद्देश्यों की पूर्ति की सहजता से संभार किये जाते हैं। और जो दूसरे उद्देश्य

की पूर्ति के लिये तैयार किये जाते हैं वे उन वस्तुओं में तैयार किये जाते हैं जिनके मूल्य परिवर्तन का प्रभाव बर्ष विशेष पर पड़ता है।

**निर्देशांकों का महत्व एवं उपयोगिता (Importance & Utility of Index Numbers)**—निर्देशांक आर्थिक वायुमापक (Economic Barometers) कहे जाते हैं। यह कथन पूर्ण रूप से सत्य है। जिस प्रकार वायुमापक यंत्र के द्वारा वायु का दबाव व मौसम की स्थिति के विषय में अध्ययन किया जाता है और उस विषय में पूर्वानुमान लगाया जाता है उसी प्रकार निर्देशांक से भी आर्थिक परिस्थितियों का अध्ययन किया जाता है तथा भविष्य की गति के विषय में पूर्वानुमान किया जाता है। निर्देशांक अनुसंधान की विषय-सामग्री में हुए परिवर्तन की मात्रा व प्रवृत्ति को व्यक्त करने के लिये प्रयोग में लाये जाते हैं। इनका प्रयोग ऐसी घटनाओं को व्यक्त करने के लिये होता है जो मन्त्रालय में व्यक्त किये जाने योग्य नहीं हैं। आर्थिक व सामाजिक परिवर्तनों के तुलनात्मक अध्ययन के लिये निर्देशांक बहुत उपयुक्त माध्यम प्रस्तुत करते हैं। व्यावसायिक समृद्धि या भवसाह का अस्तित्व एवं परिमाण मापन करना पड़ता है। समय-समय पर बहुत से तत्वा को ध्यान में रखते हुये निर्देशांकों की सहायता से यह कार्य सरलतापूर्वक हो जाता है। परिवर्तन सदा सापेक्षिक होता है और निर्देशांक उसके मापन करने के बहुत उपयुक्त साधन हैं। व्यवसाय में इनका महत्व श्री ब्लेयर महोदय के इन शब्दों में स्पष्ट है—“निर्देशांक व्यवसाय के पथ पर बिन्दु और पथ-प्रदर्शक-स्तंभ हैं जो व्यवसायी को अपने विषयों के संचालन या प्रबंध का ढंग बताते हैं।”<sup>1</sup>

निर्देशांक की प्रमुख उपयोगितायें निम्न हैं :—

(१) कठिन तथ्यों को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से कभी कभी ऐसे तथ्यों के परिवर्तन का मापन होता है जो अन्य किसी साधन से सम्भव नहीं। बहुत से भावात्मक (Abstract) तथ्यों की इन्हों की सहायता से ठोस रूप दिया जाता है और वे जन सामान्य के सम्मुख सरल व समझने योग्य हो पाते हैं।

(२) तुलनात्मक अध्ययन को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से तुलनात्मक अध्ययन बहुत सरल हो जाता है। इसका कारण यह है कि वे सापेक्षिक रूप में परिवर्तन को प्रकट करते हैं। इसलिए तुलना करने में तनिक भी असुविधा नहीं होती। यदि केवल यह कहा जाय कि सन् १९५४ में किसी स्थान पर गेहूँ ११ रु० मन या और १९६० में २१ रु० मन और उसी स्थान पर सन् १९५४ में सरसों का तेल ७० रु० मन या और १९६० में ८५ रु० मन तो केवल इन समकों से दोनों की तुलना अत्यन्त कठिन है। पर यदि निर्देशांकों के रूप में उन्हें प्रकट कर दिया जाय तो वे छोटता व सरलता से तुलनीय हो जायेंगे।

1 “They are the signs and guide posts along the business high way that indicate to the businessman how he should drive or manage his affairs”  
—Blair.

(३) सामान्य मूल्यों में परिवर्तनों का अध्ययन सम्भव—मूल्य निर्देशाव की रचना करके सामान्य मूल्यों के परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है। इसके आधार पर व्यवसायी व उपभोक्ता अपनी क्रियाओं को संचालित करते हैं तथा उनके इस कार्य से मूल्य-स्तर में स्थिरता आती है।

(४) भावी आर्थिक प्रवृत्ति की ओर सकेत—निर्देशाव केवल वर्तमान दशाओं की ही नहीं प्रकट करत बल्कि इनके आधार पर भविष्य के बारे में भी महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं और इस प्रकार इच्छित परिणाम पर पहुँचने के लिये वर्तमान क्रियाओं की नियंत्रित व संचालित किया जा सकता है।

(५) सरकार द्वारा आवश्यक नियंत्रण सम्भव—विभिन्न आर्थिक क्षेत्रों के परिवर्तनों को जानकर सरकार उन पर आवश्यक नियंत्रण रख सकती है। उदाहरणार्थ यदि सामान्य मूल्य अधिक बढ़ रहे हैं तो सरकार अनेक विधियों से उन्हें रोकने का प्रयास करेगी या यदि घट रहे हैं तो सरकार उन्हें बढ़ाने का प्रयास करेगी ताकि उनमें एक स्थिरता रहे। इसी प्रकार यदि किसी वस्तु का उत्पादन बहुत बढ़ रहा हो और उसका अवशेष न हो तो सरकार उसे नियंत्रित करेगी। यदि निर्यात घट रहा हो तो सरकार उसे बढ़ाने का प्रयत्न करेगी।

(६) विभिन्न देशों के विषय में सूचनाएँ सम्भव—निर्देशाव की सहायता से विभिन्न देशों के मूल्यों के स्थायित्व, उनकी कृषि-शक्ति, कृषि उत्पादन, औद्योगिक उत्पादन, प्रादि सम्बन्धी अनेक सूचनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं जो अपने देश के आर्थिक नियोजन के लिये बहुत ही आवश्यक हैं।

(७) वेतन, मंहगाई अन्ता आदि निर्दिष्ट करने में सहायक—निर्वाह-व्यय निर्देशाव की सहायता से वास्तविक मजदूरी में परिवर्तन का अध्ययन होता है। इससे किसी वर्ग विशेष का ग्यूनतम वेतन, मंहगाई अन्ता आदि निर्दिष्ट करने में सरलता होती है।

(८) राष्ट्रीय आय के परिवर्तन का अनुमान—निर्देशाव की सहायता से वास्तविक राष्ट्रीय आय में होने वाले परिवर्तनों का अनुमान होता है और इसके आधार पर योजनाएँ बनाई जाती हैं।

(९) जन सामान्य की लाभ—विभिन्न प्रकार के निर्देशावों से जन सामान्य की लाभ होता है। उन्हें अनेक प्रकार की सूचनाएँ प्राप्त होती हैं। इनके आधार पर सट्टेबाज अपने अनुमान लगाते हैं, बीमा कम्पनियाँ प्रभावों की दर निर्दिष्ट करती हैं, बैंक व्याज की दर निर्दिष्ट करते हैं, रेलवे भाड़े का दर निर्दिष्ट करते हैं।

निर्देशावों की परिसीमाएँ—निर्देशावों की उपयोगिताएँ बहुत हैं परन्तु इनकी कुछ परिसीमाएँ भी हैं। इनकी रचना करने और अध्ययन करने में यदि इन परिसीमाओं को ध्यान में रखा गया तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करने वाले हो सकते हैं। ये परिसीमाएँ निम्नलिखित हैं :—

(१) सामान्य रूप से सत्य—प्रायः निर्देशक सामान्य रूप से सत्य होते हैं। ये समस्त इकाइयों पर औसत के रूप में लागू होते हैं। इसलिये ये व्यक्तिगत इकाइयों को ध्यान में नहीं रखते। उदाहरणार्थ निर्वाह-व्यय निर्देशक सामान्य रूप से सम्बन्धित वर्ग पर लागू होंगे। हो सकता है कि कुछ ऐसे व्यक्ति उम्र वर्ग में हों जिन पर वे लागू नहीं होत हों। इसी प्रकार सामान्य मूल्य निर्देशक की भी दशा है। वे एक सामान्य परिवर्तन की ओर निर्देश करने हैं। हो सकता है कि उनमें सम्मिलित किसी वस्तु के मूल्य में उतना परिवर्तन न हो जितना कि वे प्रदर्शित करते हों।

(२) पूर्ण शुद्ध नहीं—प्रायः निर्देशक न्यादर्श (Sample) के आधार पर बनाये जाते हैं। इसलिये न्यादर्श जितना ही अधिक हो और जिनकी उचित रीति में लिया गया हो परिणाम उतना ही अधिक शुद्धता के निकट होगा। कई प्रकार के निर्देशक बनाने समय सभी इकाइयाँ नहीं सम्मिलित की जा सकती। जैसे सामान्य मूल्य निर्देशक बनाते समय सभी वस्तुओं सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये परिणाम पूर्ण शुद्ध या निरवसरण्य नहीं होते।

(३) मूल्य या उत्पादन के निर्देशकों को ज्ञात करने में वस्तु के गुण (Quality) के परिवर्तन में विचार नहीं—प्रायः सामान्य मूल्य या उत्पादन के निर्देशक की रचना करते समय पदार्थ के गुण को ध्यान में नहीं रखा जाता। हो सकता है पदार्थ के गुण में सुधार कर देने से मूल्य बढ़ गया हो या उत्पादन कम हो गया हो। पर निर्देशक में इसका स्पष्टीकरण कहीं भी नहीं होगा और परिणाम यह होगा कि वस्तुओं के मूल्य बढ़ गये हैं या उत्पादन कम हो गया है। इस प्रकार हमारा निष्कर्ष भ्रमोत्पादक होगा।

(४) निर्देशक लगभग सचेतक होते हैं—ये परिवर्तन की दिशा व औसत की ओर संकेत मात्र करते हैं। वास्तविक स्थिति का ज्ञान इनसे सम्भव नहीं क्योंकि ये आधार वर्ष के चुनाव, सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं के चुनाव, मूल्यों की प्राप्ति करने की रीति तथा भार देने आदि पर निर्भर रहते हैं। इन कार्यों में तनिक भी भ्रम या त्रुटि पर परिणाम में भ्रम या त्रुटि आ जाता है।

(५) जीवन-निर्वाह-व्यय निर्देशक से वास्तविक तुलना सम्भव नहीं—विभिन्न स्थानों पर व्यक्तियों के खान-पान व रहने-सहने का ढंग विभिन्न होता है। और तो और एक ही स्थान पर एक ही वर्ग के लोगों के रहने सहने का ढंग भिन्न-भिन्न होता है। कोई पढ़ाई लिखाई पर अधिक व्यय करता है तो कोई सिनेमा, भूखाना या शराब पर। ऐसी दशा में निर्देशक सबके लिये एक से तथा तुलनीय किस प्रकार हो सकते हैं।

(६) आधार वर्ष के ठीक चुनाव न होने से असुद्ध परिणाम—शुद्धता के लिये निर्देशक आधार वर्ष पर निर्भर करते हैं। यदि आधार वर्ष के चुनाव में तनिक भी

प्रत्यक्षता हुई तो परिणाम भ्रमपूर्ण होवे। सामान्य मूल्य निर्देशांक की रचना करते समय यदि आधार वर्ष ऐसा है जिसमें बाकी खसती रही हो तो निर्देशांक उतनी मेंहगाई प्रदर्शित करेंगे सम्भवतः जिसकी न हो। या इसी प्रकार यदि आधार वर्ष में भी मेंहगाई रही हो तो बाकी मेंहगाई रहने पर भी निर्देशांक उतनी मेंहगाई नहीं प्रदर्शित करेंगे। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि आधार वर्ष के चुनाव पर ही हमारा परिणाम आश्रित है।

(७) गुणात्मक तथ्यों को सत्या में प्रकट करने में गुण का कम महत्व—निर्देशांक की सहायता से बहुत से गुणात्मक तथ्यों को सत्या में व्यक्त किया जाता है। परिणाम गलत हो जाने से उनके गुणों का महत्व कम हो जाता है।

(८) परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं—निर्देशांक से परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं हो पाता। इसलिये कभी कभी बिना स्पष्टीकरण के तदर्थ के निष्कर्ष भ्रम उत्पन्न करने वाले हो जाते हैं।

(९) विभिन्न रीतियों से विभिन्न निष्कर्ष—निर्देशांक विभिन्न रीतियों से निकाले जाते हैं। विभिन्न रीतियों से निर्देशांक भी भिन्न भिन्न निकलते हैं। इसलिये इन्हीं संदेह की दृष्टि से देता जाता है।

निर्देशांकों की रचना (Construction of Index Numbers)—निर्देशांक की रचना करने से पूर्व बहुत सी समस्याएँ सम्मुख आती हैं। उन समस्याओं का ठीक समाधान आवश्यक है। प्रमुख समस्याएँ निम्न हैं :—

- (१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)
- (२) आधार काल का चुनाव (Selection of the Base Period)
- (३) वस्तुओं का चुनाव (Selection of the Commodities)
- (४) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)
- (५) वस्तुओं का वर्गीकरण (Classification of Commodities)
- (६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)
- (७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)
- (८) भार देने का ढंग (System of Weighting)

(१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)—सर्वप्रथम निर्देशांक रचना का उद्देश्य स्पष्ट रूप से जान लेना आवश्यक है। इसी को ध्यान में रखाकर हम आगे बढ़ेंगे। जैसे यदि हमें सामान्य मूल्य स्तर का निर्देशांक की रचना करनी है तो पहले ही यह निर्दिष्ट होना चाहिये कि वह छारे देन, प्रात या किसी विशेष भू भाग के लिए बनाना है क्योंकि उसी के अनुसार वस्तुओं का चुनाव

होगा तथा मूल्यों को लिया जायेगा। नारे देश के लिये सामान्य मूल्य निर्देशांक प्राप्त करते समय हमें बहुत सी वस्तुओं सेनी पड़ेगी। लगभग सभी प्रकार की वस्तुएँ सेनी पड़ेगी। परन्तु एक विशेष सू-भाग का सामान्य मूल्य स्तर निर्देशांक की रचना करते समय हम उसी वस्तुओं को अपने अध्ययन में सम्मिलित करेंगे, जो उस सू-भाग में प्रचलित हैं।

(२) आधार काल का चुनाव (Selection of Base Period)—आधार काल का चुनाव निर्देशांक रचना में सबसे महत्वपूर्ण कार्य है। इसी पर नारा परिराज्य आधारित है। जैसा कि नाम से ही स्पष्ट है—इसकी नींव पर निर्देशांक का भवन भवन निर्मित किया जाता है। इसीलिये आवश्यक है कि इसका चुनाव करते समय पूर्ण सावधानी का प्रयोग किया जाय। आधार के चुनाव की दो रीतियाँ प्रचलित हैं :—

(क) स्थिर आधार रीति (Fixed Base Method)

(ख) शृङ्खला आधार रीति (Chain Base Method)

(क) स्थिर आधार रीति (Fixed Base Method)—इस रीति में आधार काल स्थिर रहता है। किसी एक निश्चित काल को आधार मान लेते हैं और उसे १०० मान कर प्रतीक वर्ष या वर्षों में परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। स्थिर आधार भी दो प्रकार से लिये जा सकते हैं :—

(i) निश्चित समय या एक वर्षीय आधार,

(ii) माध्य के रूप में या बहुवर्षीय आधार,

निश्चित समय या एक वर्षीय आधार—इस प्रकार के आधार में किसी पूर्व निश्चित समय की जो अधिकारत वर्षों में होता है आधार के रूप में ले लिया जाता है। उस वर्ष के तथ्यों को १०० मानकर परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। किसी निश्चित वर्ष को आधार के रूप में लेने में अशुद्धि की सम्भावना रहती है। हो सकता है कि उत्पादन, लड़ाई, भूकम्प, महामारी, मूल्य नियंत्रण, आयात या निर्यात आदि कारणों से वह वर्ष असामान्य रहा हो। ऐसी दशा में हम अशुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे। फिर भी यदि सामान्य वर्ष चुना गया हो तो इसे स्वीकार करने में कोई आश्चर्य की बात नहीं है।

इस रीति के अनुसार आधार वर्ष के माध्यों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। इन्हें मूलानुपात (Price Relatives) कहते हैं।

जैसे 
$$\frac{\text{चालू वर्ष में मूल्य}}{\text{आधार वर्ष में मूल्य}} \times 100$$

अथवा 
$$\frac{P_1}{P_0} \times 100$$

Where  $P_1$  = Price in the current year (वर्तमान वर्ष में मूल्य)

$P_0$  = " " = Base " (आधार वर्ष में मूल्य)

### Illustration 1

Calculate Index Numbers for different years taking the price of 1949 as base

Year	Average Annual wholesale Price in Rs
1949	120
1950	160
1951	150
1952	180
1953	120
1954	100

### Solution 1.

Calculation of Index Numbers taking 1949 as Base

Year	Average Annual Wholesale Price in Rs	Index Number
1949	120	100
1950	160	$\frac{160}{120} \times 100 = 133.3$
1951	150	$\frac{150}{120} \times 100 = 125$
1952	180	$\frac{180}{120} \times 100 = 150$
1953	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
1954	100	$\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$

(ii) माध्य के रूप में या बहुवर्षीय आधार—एक वर्ष को आधार मानने में यह आगेवा है कि यदि वह वर्ष असाधारण हुआ तो निर्देशांक वास्तविक स्थिति को नहीं प्रकट करेंगे। फिर कौन सा वर्ष आधारण है और कौन सा असाधारण समय भी समझें हो सकता है। ऐसी दशा में अधिक अच्छा यही है कि आधार कई वर्षों का माध्य ले लिया जाए। तीन वर्ष या पांच वर्ष का माध्य प्रायः आधार के रूप में



ले लिया जाता है। इस औसत को १०० मान कर चालू वर्ष के लिये मूल्यानुपात निकालते हैं। इसके लिए भी वही सूत्र प्रयुक्त होता है जो ऊपर हो चुका है।

### Illustration 2

Prepare index numbers of prices of three years with average price as base —

	Rate per rupee		
	Wheat	Cotton	Oil
1st year	10 Seers	4 Seers	3 Seers
2nd "	9 "	3½ "	3 "
3rd "	9 "	3 "	2½ "

(Agra, B. Com, 1958)

### Solution 2.

सर्वप्रथम मूल्यों को प्रति मन में परिवर्तित करेंगे और उनका औसत निकालकर उसे आधार मानेंगे।

Commodities	Units	Average Price = 100	I Year		II Year		III Year	
			Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative
Wheat ✓	Per md ✓	43	4	93	44	102	44	102
Cotton ✓	" ✓	116½	10	86	114	98	133	115
Oil ✓	" ✓	142	133	94	133	94	16	113
Total of relatives		301	273	273		294		330
Average of relative =				91		98		110

(२) शृङ्खला आधार रीति (Chain Base Method)—इस रीति में आधार काल परिवर्तित होता रहता है। यदि आधार वर्ष में है तो प्रत्येक चालू वर्ष के लिये आधार उससे पिछला वर्ष होता है। आधार वर्ष को १०० मानकर चालू वर्ष के मूल्यों का मूल्यानुपात निकालते हैं।

इस रीति की विशेषताएँ निम्न हैं :—

(१) इस रीति में आधार वर्ष सदैव परिवर्तित होता रहता है।

(२) इस रीति में पिछले वर्ष की तुलना में परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है। इसलिये तत्कालीन परिवर्तन का पता चलता रहता है।

(३) इस रीति में नये पदों को सम्मिलित कर सकते हैं तथा पुराने पदों का परित्याग कर सकते हैं।

(४) तत्कालीन परिवर्तन का ज्ञान प्राप्त करने के लिये उपयुक्त है।

(५) दीर्घकालीन परिवर्तन का अध्ययन करने के लिये यह रीति ठीक नहीं है।

### Illustration 3.

From the prices of Wheat given below, calculate the Chain Index Numbers —

Year	Price (Per mtd in Rs)
1951	15
1952	12
1953	12
1954	10
1955	12
1956	16
1957	18
1958	20

### Solution 3

#### Calculation of Chain Index Numbers

Year	Price (per Mtd in Rs)	Relatives or Index Numbers
1951	15	= 100
1952	12	$\frac{12}{15} \times 100 = 80$
1953	12	$\frac{12}{12} \times 100 = 100$
1954	10	$\frac{10}{12} \times 100 = 83.3$
1955	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
1956	16	$\frac{16}{12} \times 100 = 133.3$
1957	18	$\frac{18}{16} \times 100 = 112.5$
1958	20	$\frac{20}{18} \times 100 = 111.1$

**स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात (Chain Relatives with a Fixed Base)**

शृंखला मूल्यानुपातों (Relatives) को किसी एक ही स्थिर वर्ष पर आधारित करके निर्देशांक निकाले जा सकते हैं। इन्हें स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात कहते हैं।

**शृंखला मूल्यानुपातों का सगरान (Computing Link Relatives)—**  
इसमें निम्न कार्य करने पड़ते हैं—

(१) प्रथम अवधि के मूल्यों को आधार मानकर द्वितीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं।

(२) फिर द्वितीय अवधि के मूल्यों को आधार मानकर तृतीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं और इसी प्रकार अन्तिम अवधि तक क्रम चला रहता है।

$$\text{मर्पांश} = \frac{\text{आतू अवधि का मूल्य}}{\text{पिछली अवधि का मूल्य}} \times 100$$

(३) सभी शृंखला मूल्यानुपातों को जोड़ कर वस्तुओं की संख्या का भाग देने से मध्यक निकलता है।

(४) ये मूल्यानुपात केवल दो अवधियों के बीच प्रतिशत अनुपात को प्रकट करेंगे। सभी शृंखला मूल्यानुपातों के बीच सम्बन्ध स्थापित करने के लिये तथा एक शृंखला बनाने के लिये सभी शृंखला मूल्यानुपातों को प्रथम अवधि से सम्बन्धित करना पड़ता है।

#### Illustration 4.

From the following annual average prices of three commodities given in Rs. per unit, find chain index numbers based on 1950

Commodity	1950	1951	1952	1953	1954
x	8	10	12	15	12
y	10	12	15	18	20
z	6	9	12	15	18

**शृंखला आधार के गुण :**

(१) इसकी सहायता से पास-पास के दो वर्षों के बीच तुलना बहुत सरल हो जाती है।

(२) व्यापारियों के लिये यह बहुत उपयोगी है क्योंकि उन्हें प्रति वर्ष के परिवर्तन का ज्ञान होता रहता है।

(३) अनावश्यक पदों को छोड़कर आवश्यक को सम्मिलित करने की सुविधा प्रतिवर्ष रहती है।

**शृंखला आधार के दोष :**

(१) इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि निर्देशांक रचना कठिन हो जाती है।

(२) यदि एक स्थान पर भ्रष्टाचार हो जाय तो भाग नो होतो जानी है।

निर्देशांक

Solution 4.

Calculation of Chain Base Index Numbers

Relatives (or Link Relatives) based on preceding year										
Commodity	1930	1931	1932	1933	1934					
	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative	Price in (Rs)	Relative
x	8	100 ✓	10 ✓	125 ✓	12	120	13	123	12	80
y	10	100	12 ✓	120	13	123	16	120	20	111.1
z	6	100	9 ✓	150	12	133.3	13	123.9	18	120
Total of Relatives		300		393		378.3		378.3		311.1
Average		100		131.6		126.1		126.1		109.7
Chain indices (1930=100)		100		131.6		165.9		209.2		229.5

अतः आधार निर्देशांक निकालने का सूत्र निम्न है —

$$\text{Chain Index of the Previous year} \times \text{Average Link Relative of Present Year} \\ \text{Index No} = \frac{\quad}{100}$$

इस प्रश्न में श्रृंखला निर्देशांक इस प्रकार निकाले जायेंगे —

Year	Link Relative	Link Relatives chained to 1939	Chain indices 1930=100
1930	100		100
1931	131.6	$\frac{100}{100} \times 131.6$ ✓	131.6
1932	126.1	$\frac{131.6}{100} \times 126.1$	165.9
1933	126.1	$\frac{165.9}{100} \times 126.1$	209.2
1934	109.7	$\frac{209.2}{100} \times 109.7$	229.5

एक अच्छे आधार में निम्न गुण प्रपेक्षित हैं :—

(क) सामान्य—बहु सामान्य काल हो । जिस विषय का निर्देशक बनाया जा रहा हो, उस विषय में उस काल में कोई प्रसाधारण परिवर्तन न हुआ हो । जैसे कृषि उत्पादन निर्देशक बनाते समय आधार वर्ष ऐसा होना चाहिये जब न तो उत्पादन बहुत हुआ हो या न बहुत कम हुआ हो बल्कि सामान्य हो ।

(ख) वास्तविक—आधार काल वास्तविक होना चाहिये काल्पनिक नहीं । काल्पनिक आधार में विषय सम्बन्धी तथ्यों के बारे में कल्पनायें करली जाती हैं ।

(ग) समस्त सूचनायें उपलब्ध—आधार काल ऐसा होना चाहिये जिसके विषय में सभी प्रकार की सूचनायें सरलता से उपलब्ध हो सकें क्योंकि विषय की ठीक प्रकार से समझने के लिये यह आवश्यक हो सकता है ।

(घ) बहुत पुराना नहीं—आधार काल बहुत पुराना नहीं होना चाहिये । क्योंकि राज के युग में जबकि मानव बड़ी तीव्र गति से प्रगति कर रहा है; लोगों की रीति, छान-पान, रीति-रिवाज, सामाजिक व आर्थिक ऋत्तुएं सभी में महान परिवर्तन होते जा रहे हैं इसलिये आधार बहुत पुराना हो तो प्राचीन व सर्वाधीन तथ्यों में काफी अंतर हो जाने के कारण उस आधार पर प्राप्त निर्देशक उतने उपयोगी नहीं होंगे ।

(ङ) सामान्य आकार—आधार काल आकार की दृष्टि से न तो बहुत लम्बा होना चाहिये न बहुत छोटा । यदि आधार काल लम्बा हुआ तो परिवर्तन का लक्षित होना कठिन हो जायेगा और यदि बहुत छोटा हुआ तो बहुत परिवर्तन दृष्टि-गोचर होगा और निष्कर्ष भ्रामक होंगे ।

(३) वस्तुओं का चुनाव ( Selection of Commodities )—निर्देशक वस्तुओं की सहायता से ही निर्मित किये जाते हैं । वास्तव में परिवर्तन वस्तुओं में ही होता है । इसलिये वस्तुओं का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है । सभी वस्तुओं को सम्मिलित करना संभव नहीं । सभी वस्तुओं को सम्मिलित करने से कोई विशेष लाभ भी नहीं । इस सम्बन्ध में निम्न प्रश्न उठते हैं जिनका निश्चित उत्तर पहले ही जान लेना आवश्यक है :—

(१) निर्देशक में कौन-कौनसी वस्तुयें सम्मिलित की जायें ?

(२) कुनी हुई वस्तुओं का प्रकार क्या हो ?

कुनी गई वस्तुओं में निम्न गुण आवश्यक हैं :—

(प्र) प्रतिनिधि—वे ऐसी हो कि अपने वर्ग का सच्चे अर्थों में प्रतिनिधित्व कर सकें अर्थात् उनकी भादतो, रीति-रिवाजों एवं रीति के अनुसार हो । उदाहरणार्थ कृषि पदार्थ मूल्य निर्देशक की रचना करते समय हमें उन वस्तुओं को चुनना चाहिये जो कृषि पदार्थ की मुख्य वस्तुयें हो जैसे गेहूँ, चावल, आदि ।

(ग्रा) पहचानी जाने योग्य—चुनी हुई वस्तुयें ऐसी होने चाहिये जो सरलता से पहचानी जा सकें और उनके विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश न हो। उदाहरण के लिये 'गस्ता' शब्द का प्रयोग वांछनीय नहीं क्योंकि इसमें विभिन्न प्रकार के नाजों का बोध होता है जैसे चावल, गेहूँ, बाजरा, मटर आदि। इसलिये अलग-अलग नाजों का नाम लिखने के स्थान पर कोई 'गस्ता' शब्द लिख दे तो विभिन्न व्यक्ति उसमें विभिन्न प्रकार के बाज्र सम्मिलित करेंगे।

(इ) गुण में समानता—यथासाध्य यह प्रयत्न होना चाहिये कि चुनी हुई वस्तुओं के गुण में कोई अन्तर न हो। यद्यपि यह कार्य कठिन है क्योंकि समय के साथ-साथ वस्तुओं के गुण में परिवर्तन अवश्यम्भावी है। पर ध्यान यही रखना चाहिये कि परिवर्तन ऐसा न हो कि हमारे परिणाम की प्रशुद्ध बना दे।

(ई) लोकप्रिय—वस्तुये ऐसी प्रकार की होनी चाहिये जो उस स्थान या क्षेत्र में बहुत लोकप्रिय हो और आदिवासी लोग उनका उपयोग करते हों या में बहुत प्रचलित हो। जैसे यदि किसी क्षेत्र के मजदूरों का जीवन निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाने समय यह ध्यान रखना आवश्यक है कि साधारणतः वे किस प्रकार का गेहूँ खाते हैं—जैसे सफ़ेद या लाल और उनमें भी किस बोटि का—प्रथम, द्वितीय या तृतीय। ऊपर के दोनों प्रश्नों का उत्तर चुनी गई वस्तुओं के गुणों का विवेचन करने में मज़ी-माँति दिया जा चुका है।

(४) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)—वस्तुओं की संख्या के लिये कोई निश्चित नियम नहीं। परन्तु यह सर्वमान्य सत्य है कि वस्तुओं की संख्या जितनी हो अधिक होगी—निष्कर्ष उसना ही अधिक विश्वसनीय होगा। परन्तु इसमें अधिक समय लगेगा, प्रचिन घन श्रम करना पड़ेगा तथा प्रबन्ध भी प्रमुविधा होगी। इसलिये वस्तुओं की संख्या का निर्धारण निम्न बातों के आधार पर करना चाहिये—

(१) प्राप्त समय

(२) प्राप्त धन

(३) निश्चित विषय द्वारा शुद्धता का स्तर

(४) समस्या से सम्बन्धित विशेष परिस्थितियाँ।

संयुक्त राज्य अमेरिका धर्म समंक केन्द्र द्वारा निम्न शोध मूल्य निर्देशांक (U. S Bureau of Labour Statistics Index of Wholesale Prices) की रचना के लिये ४५० वस्तुयें चुनी जाती हैं। भारत सरकार ने आर्थिक मन्त्रालय के अति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक (Sensitive Price Index) में कुल ६२ वस्तुओं को सम्मिलित किया जाता है और सामान्य उद्देश्य वाले शोध मूल्य निर्देशांक (General Purpose Index of Wholesale Prices) की रचना में ३८ वस्तुयें सम्मिलित की जाती हैं। इंग्लैंड का व्यापार बोर्ड (Board of Trade) २००

वस्तुओं को सम्मिलित करता है और अमेरिका का अमसमक बेन्ड्र (Bureau of Labour Statistics) २००० वस्तुओं को सम्मिलित करता है।

### (५) वस्तुओं का वर्गीकरण (Classification of Commodities)—

यदि विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के मूल्य के परिवर्तनों का अलग-अलग अनुमान लगाना हो तो उनका वर्गीकरण आवश्यक होता है। विशेषतः ऐसे समय जबकि वस्तुओं की संख्या अधिक है। ऐसी दशा में परिवर्तन की दिशा व माप का अनुमान वर्ग के अनुसार किया जायेगा। इस प्रकार प्रत्येक वर्ग के विषय में विशेष जानकारी प्राप्त की जा सकेगी। भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार के सामान्य उद्देश्य वाले थोक मूल्य निर्देशांक (Economic Adviser's General Purpose Index of Wholesale Prices) में सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं का वर्गीकरण इस प्रकार है —

(क) खाद्य पदार्थ (i) अन्न

(ii) दाल

(iii) अन्य

(ख) औद्योगिक वस्त्रा मात

(ग) मर्च निर्मित मात

(घ) पूर्ण निर्मित मात

(ङ) विविध

(६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)—मूल्य निर्देशांक की रचना के लिये मूल्यों का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है। मूल्य निर्देशांक की बनाने समय मूल्यों का उचित रीति से चुनाव बहुत ही आवश्यक है। परिवर्तन की मापा इन्हीं के आधार पर नापी जाती है। इनके चुनाव में यदि तनिक भी असावधानी की गई तो निष्कर्ष अशुद्ध होंगे। इस विषय में निम्न बातों की ठीक प्रकार से जान लेना बहुत आवश्यक है :—

(क) मूल्य का प्रकार—सर्व प्रथम यह निर्दिष्ट कर लेना होगा कि मूल्य किस प्रकार का हो अर्थात् थोक मूल्य हो या फुटकर मूल्य। प्रायः फुटकर मूल्यों में स्थान स्थान पर बहुत अन्तर होता है। बल्कि एक ही स्थान पर फुटकर मूल्यों में अन्तर मिलता है। ऐसी दशा में फुटकर मूल्यों को लेना ठीक नहीं। थोक मूल्यों में भी अन्तर हो सकता है पर इतना नहीं। वहाँ मात्र बहुत कम होता है। इसलिये थोक मूल्यों का लेना अधिक अच्छा है। पर यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर भी निर्भर करता है। यदि निर्वाह व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Number) बनाये जा रहे हों, तो फुटकर मूल्यों को ही लेना ठीक रहेगा।

(ख) मूल्य प्राप्त करने के स्थान—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्य कहाँ से लिये जायँ ? यह निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है। जैसे किसी स्थान के लोगों का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाते समय उसी स्थान के मूल्यों को लेना पड़ेगा।

परन्तु यदि सामान्य मूल्य निर्देशांक बनाया जा रहा हो तो विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के विभिन्न प्रसिद्ध और प्रच्युत स्तर के बाजारी व मॉडियों से मूल्य लेना पड़ेगा। निर्णय (Price Quotations) उच्च कोटि की पत्रिकाओं, मरकाठी प्रकाशनों, एवं प्रतिनिधि केन्द्रों के व्यापारियों से प्राप्त करने चाहिये।

(ग) मूल्य प्राप्त करने के साधन—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्यों सम्बन्धी सूचनाओं के प्राप्त करने के क्या साधन हैं ? इस विषय में ठीक प्रकार के संगठन की आवश्यकता है तार्किक ढंग प्रकार से सभी स्थानों से सूचनाएँ प्राप्त हों। सूचना देने वाला बुद्धिमान, प्रशिक्षित, अध्यवसायी तथा निष्पक्ष भाव एवं लगन से सूचनाएँ दे। सूचनाएँ प्राप्त करने के निम्न साधन हो सकते हैं :—

(i) अपना प्रतिनिधि—हृष्ट एवं व्यक्ति जो अपनी ओर से इस कार्य के लिये नियुक्त हो।

(ii) स्थानीय व्यापारी—स्थानीय व्यापारी, जो विश्वसनीय व योग्य व्यक्ति हैं—सूचनाएँ भेज सकते हैं।

(iii) सरकारी या अर्द्धसरकारी सूत्र—इन सूत्रों से भी मूल्य सम्बन्धी सूचनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

(iv) ऊँचे स्तर के पत्र-पत्रिकाएँ—राजकल पत्र-पत्रिकाओं में भी मूल्य सम्बन्धी सूचनाएँ रहती हैं पर उनका प्रयोग उनकी विश्वसनीयता की जाँच के उपरान्त ही करना चाहिये।

(v) रेडियो—रेडियो से भी भाव सम्बन्धी बहुत सी सूचनाएँ प्रसारित होती हैं। उनका उपयोग किया जा सकता है।

(घ) मूल्य प्राप्त करने की आवृत्ति—फिर यह प्रश्न उठता है कि मूल्य कितने-कितने समय के अन्तर से प्राप्त किये जायँ जैसे प्रतिदिन का, या प्रति सप्ताह का मास्य, या प्रतिमाह का मास्य। यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है कि निर्देशांक माह के लिये बना रहे हैं या वर्ष के लिये या अन्य किसी समय की इकाई के लिये। यदि माह के लिये बना रहे हो तो प्रतिदिन या प्रति-सप्ताह ठीक रहेगा। यह निर्दिष्ट करना निम्न बातों पर निर्भर करता है :—

(१) निर्देशांक का समय—पर्याप्त वह किस काम के लिये बनाया जा रहा है। यदि अधिक समय के लिये है तो आवृत्ति अधिक होगी।

(२) आर्थिक स्थिति—यदि बहुत अच्छी है तो मूल्यों को प्राप्त करने की आवृत्ति अधिक हो सकती है अन्यथा कम।

(३) समय—यदि समय कम है तो आवृत्ति कम होगी अन्यथा अधिक होगी।

(४) शुद्धता का स्तर—यदि ऊँचा है तो आवृत्ति अधिक होगी अन्यथा कम होगी।



(ड) मूल्य एकत्रित करने का रूप—मूल्य किस रूप में एकत्रित किया जाय ? जैसे ५ रुपये मन या १ रुपये का ८ सेर ? मूल्य द्रव्य के रूप में व्यक्त करना ही ठीक है जैसे ५ रुपये मन ।

(७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)—स्थिर तथा श्रृङ्खला आधार द्वारा निकाले गये मूल्यानुपातों का माध्य निकालना भी निर्देशांक रचना का एक महत्वपूर्ण कार्य है। इससे अब यह प्रश्न उठता है कि किस माध्य का प्रयोग किया जाय ? सामान्यतः माध्य के रूप में समानान्तर माध्य का अधिक प्रयोग होता है। इसका कारण यह है कि यह गणना में सरल और सरलता से समझा जाने योग्य होने के कारण बहुत लोकप्रिय है। गुणोत्तर माध्य, भिन्नका और हरात्मक माध्य का भी प्रयोग होता है।

### माध्यों का तुलनात्मक अध्ययन

समानान्तर माध्य (Arithmetic Average)—गणना की सरलता और समझने में सरल होने के कारण यह माध्य अधिक लोकप्रिय है और प्रयोग में आता है। सामान्य जीवन में भी माध्य या औसत का आशय सदा इसी माध्य से लगाते हैं। परन्तु जैसा कि हम पहले देख चुके हैं यह माध्य अति सीमान्त पदों को अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप परिणाम में दोष आ जाता है। इस माध्य में उत्क्राम्यता (reversibility) का भी गुण नहीं मिलता, जो बहुत आवश्यक है।

गुणोत्तर माध्य (Geometric Average)—अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य सबसे उपयुक्त माना जाता है क्योंकि यह माध्य परिवर्तन के समान अनुपातों को समान महत्व देता है। इस माध्य में छोटे पदों को अधिक और बड़े पदों का कम महत्व दिया जाता है। इसके द्वारा उपाये गये निर्देशांक उत्क्राम्य होते हैं। इन्हीं सब कारणों से इसका उपयोग अधिक होता है। परन्तु इसमें सबसे बड़ा दोष यह है कि एक तो इसकी गणना कठिन है और दूसरे ज्यों-ज्यों वर्ष बीतते जाते हैं परिणाम में अशुद्धि आती-जाती है और दीर्घकालीन निर्देशांक अशुद्ध हो जाते हैं।

मध्यक (Median)—इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है। यों तो इसकी गणना सरल है और यहाँ अतिसीमान्त पदों को अधिक महत्व नहीं मिलता फिर भी अनिश्चित होने तथा उत्क्राम्य न होने के कारण इसका प्रयोग अधिक नहीं होता।

हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)—यह माध्य भी निर्देशांक रचना में अप्रचलित सा है। एक तो गणना करने और समझने में यह माध्य कठिन है। दूसरे यह छोटे पदों को अधिक महत्व देता है अर्थात् अल्पकालीन परिवर्तन को यह अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप इसमें प्राप्त परिणाम दीर्घकाल तक के लिये ठीक नहीं रहते।

इस तुलनात्मक अध्ययन के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि गुणोत्तर माध्य और विशेषतः भारित गुणोत्तर माध्य का प्रयोग निर्देशांक रचना के लिये सबसे उपयुक्त है। इसके प्रमुख कारण निम्न हैं—

- (१) अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये विशेष उपयुक्त है।
- (२) प्रतिगीमान्त पदों से बहुत नहीं प्रभावित होता है।
- (३) इस माध्य में उत्क्राम्यता होती है।

निर्देशांक रचना में विद्वानों ने इस माध्य को सबसे अधिक प्रयत्नशाली दी है और इसका प्रयोग सर्वाधिक होता है।

### Illustration 5.

Find out the index numbers for 1938, 1939 and 1960 based on 1937, using Arithmetic Mean, Median, Geometric Mean and Harmonic Mean —

Commodity	Price in			
	1937	1938	1939	1960
A	4	5	6	7
B	6	8	9	12
C	3	4.5	6	7.5

### Solution 5.

Calculation of Index Numbers for 1938, 1939 and 1960

Commodity	1937		1938		1939		1960	
	Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative	Price	Relative
A	4	100	5	125	6	150	7	175
B	6	100	8	133.3	9	150	12	200
C	3	100	4.5	150	6	200	7.5	250
Total of relatives		300		408.3		500		625
Arithmetic Average of relatives		100		136.1		166.6		208.3
Median of relatives		100		133.3		150		200
G.M. of Relatives		100		135.7		163.1		206.0
H.M. of Relatives		100		137.0		151.5		201.1

(८) भार देने का ढंग (System of Weighting)—निर्देशांक रचना में प्रयोग की गई वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ता है क्योंकि यदि ऐसा न किया जाय तो सभी वस्तुओं का महत्व समान हो जाय जो ठीक नहीं। निर्देशांक रचना में विभिन्न प्रकार की वस्तुएँ समान माप में प्रयोग की जाय तब तो सबको समान महत्व दिया जा सकता है परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा कभी नहीं मिलता। इसलिये निर्देशांक रचना करते समय वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना पड़ता है। जैसे निर्वाह व्यय निर्देशांक की रचना में गृह भा प्रयोग किया जाता है और नमक भा। पर गहने मूल्य के माप के विचार से नमक की अपेक्षा बहुत अधिक महत्व रखता है।

नीचे हम भारित निर्देशांक रचना का एक उदाहरण लेंगे —

The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer

Prepare the cost of living index number

	Groups	Index No	Weights
1	Food	302	48
2	Fuels & Lighting	220	10
3	Clothing	230	8
4	Rent	160	12
5	Misc.	190	15

(Agr B Com 1951)

#### Solution 5

Groups	Index No	Weights	Weighted Relatives
Food	302	48	16896
Fuel & Lighting	220	10	2200
Clothing	230	8	1840
Rent	160	12	1920
Misc.	190	15	2850
Total		93	25706

$$\text{Cost of Living Index Number} = \frac{\sum \text{Weighted Relatives}}{\sum \text{Weights}}$$

$$= \frac{25706}{93}$$

$$= 276.4$$

## भार की आवश्यकता

भार की सार्वभौम उपयोगिता है इसलिय निर्देशांक रचना में लगभग सभी स्थानों पर भार देने की आवश्यकता पड़ती है।

थोक भव्य निर्देशांक के निर्माण में—इसको रचना में बहुत-सी वस्तुय सम्मिलित की जाती हैं। उसमें कुछ वस्तुये अधिक महत्व रखती हैं और कुछ कम। जिन वस्तुओं का मूल्य हमारे सामान्य जीवन को अधिक प्रभावित करता है उसे अधिक महत्व देना नितात आवश्यक है।

निर्वाह व्यव निर्देशांकों की रचना में—यहाँ भी कुछ वस्तुयें ऐसी होती हैं जिनका प्रयोग अधिक करने हैं और जिन पर हम अपनी आय का एक महत्वपूर्ण भाग व्यय करते हैं। इसलिय निर्देशांक रचना में इस तथ्य को ध्यान में रखना सुझता है कि निकट पहुँचने के लिये अत्यन्त आवश्यक है। यदि सभी वस्तुओं को समान महत्व दिया गया तो परिणाम असमपूर्ण हुाने।

सामान्य छुटकर मूल्य निर्देशांक की रचना में—ठीक इसी प्रकार सामान्य छुटकर मूल्य निर्देशांकों की रचना करते समय सुनी गई वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ेगा। जैसे मान लीजिये इसमें गेहूँ और ट्राजिस्टर सेट दो वस्तुयें सम्मिलित हैं। गेहूँ सारे देश के लिये अधिक महत्वपूर्ण है इसको अधिक भार देना आवश्यक है।

प्रत्येक प्रकार के निर्देशांक रचना में आवश्यक—इस प्रकार हम यह देयन हैं कि भार देना लगभग प्रत्येक प्रकार की निर्देशांक रचना में आवश्यक है। उदाहरण स्वरूप यदि हम निमित्त माल के उत्पादन का निर्देशांक बना रहे हों तो जूट के मात्र के उत्पादन और फाउन्टेन पेन की रसाही के उत्पादन को समान महत्व देना उचित नहीं समझेंगे क्योंकि जूट के मात्र का उत्पादन हमारे देश को आर्थिक व्यवस्था में बहुत अधिक महत्व रखता है। यही मान लीजिये जूट के मात्र का उत्पादन २५% कम हो गया और फाउन्टेन पेन की रसाही का उत्पादन २५% बढ़ गया यदि हम दोनों को समान-अलग भार न दें तो परिणाम यह होगा कि कुल उत्पादन में वृद्धि न पड़े। इस प्रकार हम बहुत अनुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे क्योंकि जूट के उत्पादन और रसाही के उत्पादन में कोई तुलना नहीं।

## उचित भार का चुनाव (Selection of Proper Weights)

उचित भार का चुनाव एक महत्वपूर्ण समस्या है क्योंकि उन्हीं पर सारे निष्कर्ष आधारित होते हैं। यदि इनके चुनाव या निश्चिन करने में तदिक भी भ्रमावधानी हुई तो परिणाम असमपूर्ण हो जायेंगे।

उचित भार के चुनाव के विषय में विज्ञान में मतभेद है। दो-बाँते का

मत है कि आधार वर्ष का चुनाव प्रशुद्ध होने पर या जब मूल्य बहुत अनियमित दम से घट-बढ़ रहे हों, तब उचित भार का चुनाव बहुत अधिक महत्व रखता है।\*

अधिकतम विद्वान इस विचार के हैं कि भार देने की तर्कपूर्ण प्रणाली अपनाई जा सकती है। परिणाम लगभग समान होंगे।

भार निर्दिष्ट करने की रीति—सामान्यतः भार निम्न दो रीतियों में निर्दिष्ट किया जाता है :—

(१) परिमाण भार (Quantity Weights)

(२) मूल्य भार (Value Weights)

परिमाण भार—परिमाण भार में भार परिमाण के आधार पर दिया जाता है। परन्तु दोष यह है कि इकाई अलग-अलग होने के कारण अनुपयुक्त होता है।

मूल्य भार—मूल्यों के आधार पर भार दिया जाता है। यदि मूल्यों की इकाई समान हो तो इसमें कोई दोष नहीं और यह अधिक उपयुक्त है।

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) प्रत्यक्ष भार (Explicit)—प्रत्यक्ष भार उन्हें कहा जाता है, जो प्रती के रूप में दिये जाते हैं जैसे आधार वर्ष में उस वस्तु के उपभोग की मात्रा प्रत्यक्ष उस पर किया जाने वाला व्यय। उदाहरणार्थ यदि भोजन पर ४० रुपये, वस्त्र पर २० रुपये, किराये पर १० रुपये और ईंधन पर १० ६० खर्च होते हैं तो मूल्य के आधार पर भार क्रमशः ४, २, १, १, होंगे।

(२) अप्रत्यक्ष भार (Implicit)—जब किसी वस्तु के विभिन्न प्रकारों को निर्देशांक रचना में सम्मिलित कर देते हैं तो उस वस्तु को अप्रत्यक्ष रूप से भारित करना कहते हैं। जैसे यदि गूँठ के तीन प्रकार हैं और तीनों को निर्देशांक रचना में सम्मिलित कर दिया जाय तो इसे अप्रत्यक्ष रूप से भारित कहेंगे।

स्थिरता की दृष्टि से भार निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) स्थायी—जो भार सदा स्थिर रहते हैं वे स्थायी कहलाते हैं। ऐसी दशा में भार एक बार निर्दिष्ट कर दिये जाते हैं और वे बिना बदले हुये चलते रहते हैं इनकी गणना में सरलता रहती है।

(ख) परिवर्तनशील—परिवर्तनशील भार वे हैं जो समय-व-व-परिस्थितियों के अनुसार परिवर्तित होते रहते हैं। इसका कारण यह है कि समय के साथ-साथ वस्तुओं के महत्व में कमी या अधिकता होती रहती है। परिवर्तनशील भार के द्वारा उन्हें ठीक प्रकार से दिखाया जा सकता है और इस प्रकार उन्हें शुद्ध

\* "Since errors in weights have under ordinary circumstances but little effect, it is only when a quite abnormal base year is chosen, or prices are moving very irregularly, that this consideration becomes important."

बनाया जा सकता है। स्वाभाविक है कि समय के साथ साथ वस्तुओं के मूल्य में भी घट-बढ़ हो। परिवर्तनशील भार इसको प्रकट करते हैं।

### निर्देशांकों के प्रकार (Kinds of Index Numbers)

निर्देशांक को मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँटा जा सकता है :—

(क) मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Prices)

(i) थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

(ii) निर्वाह-व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Numbers)

(ख) भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantity)

### थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

ये निर्देशांक थोक मूल्यों के परिवर्तन को प्रकट करने के लिये बनाये जाते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं —

(क) अति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक (Sensitive Price Index Numbers)—इस प्रकार के निर्देशांक रचना में ऐसी वस्तुएँ सम्मिलित की जाती हैं जिनके मूल्यों पर बाह्य परिस्थितियाँ का शीघ्र प्रभाव पड़ता है अर्थात् जिनके मूल्य शीघ्र बढ़ते हैं या घटते हैं।

(ख) सामान्य उद्देश्यीय थोक मूल्य निर्देशांक (General Purpose Wholesale Price Index Numbers)—इस प्रकार के निर्देशांक का उद्देश्य सामान्य मूल्यों में होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करना होता है।

रचना विधि—सामान्य रूप से निर्देशांक रचनाविधि विस्तारपूर्वक बताई जा चुकी है। उसी आधार पर सभी प्रकार के निर्देशांकों की रचना होती है। कुछ विशेष प्रकार के निर्देशांकों की रचना में विशेष प्रकार के वस्तु या क्रियाएँ अपनाई जा सकती हैं।

### निर्वाह-व्यय निर्देशांक

(Cost of Living Index Numbers)

निर्वाह-व्यय निर्देशांक किसी स्थान विशेष या वर्ग विशेष या दोनों के व्यक्तियों के निर्वाह व्यय में होने वाले परिवर्तन को दिशा व मात्रा को प्रकट करते हैं। या तो जब वस्तुओं का मूल्य बढ़ता है तो सभी वर्गों के व्यक्तियों का निर्वाह-व्यय बढ़ जाता है और जब मूल्य घटता है तब सभी का निर्वाह-व्यय घट जाता है। परन्तु यह घट-बढ़ सभी के लिये बराबर नहीं रहता। किसी के लिये अधिक होता है और किसी के लिये कम। इसका मुख्य कारण यह है कि विभिन्न व्यक्ति विभिन्न वस्तुओं का प्रयोग करते हैं और सब वस्तुओं के मूल्यों के परिवर्तन अलग-अलग रहते हैं। यद्यपि

इसकी रचना से स्थान विशेष या दोनो के व्यक्तियों के निर्वाह-व्यय में हुये परिवर्तन की मात्रा का अनुमान लगाया जा सकता है।

**उपयोगिता—निर्वाह-व्यय निर्देशांक को उपभोक्ता मूल्य निर्देशांक भी कहते हैं। इसकी उपयोगिताये निम्न हैं —**

(१) इसकी सहायता से उस वर्ग पर होने वाले व्यय के परिवर्तन की मात्रा का अनुमान किया जा सकता है।

(२) व्यय के परिवर्तन का अनुमान होने पर आवश्यकता के अनुसार मूल्यों को नियमित किया जा सकता है अर्थात् यदि अधिक हैं तो कम किया जा सकता है और यदि कम है तो बढ़ाया जा सकता है।

(३) निर्वाह-व्यय के परिवर्तन का अनुमान करके भंडगाई भत्ता, या ग्यूननम वेतन आदि निर्दिष्ट किया जा सकता है।

(४) इसीके आधार पर राजनिग व्यवस्था चालू की जा सकती है और उचित मूल्यों की दूषानें खोनी जा सकती हैं।

**मान्यतायें (Assumptions)—निर्वाह व्यय निर्देशांक कुछ मान्यताओं पर आधारित होने हैं। वे निम्न हैं :—**

(१) आवश्यकतायें समान—सर्व प्रथम मान्यता यह है कि जिस वर्ग का निर्देशांक बनाया जा रहा है उसकी आवश्यकतायें समान हैं। अगर यह मानकर न चला जाय तो प्रत्येक वर्ग, फिर प्रत्येक परिवार और फिर प्रत्येक व्यक्ति का निर्वाह व्यय निर्देशांक अलग-अलग बनेंगे।

(२) वस्तुयें समान—उपभोग की जाने वाली वस्तुयें भी आधार वर्ष व चालू वर्ष में समान हैं।

(३) वस्तुओं की मात्रा समान—सामान्यतः एक यह भी मान्यता लेकर चलना पड़ता है कि आधार वर्ष और चालू वर्ष में उपभोग की जाने वाली वस्तुओं की मात्रा में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है।

(४) विभिन्न स्थानों पर एक ही भाव—यदि निर्देशांक विभिन्न स्थानों के लिये हैं तो यह मान्यता है कि सभी स्थानों पर लगभग वही भाव है। उनमें कोई उल्लेखनीय अंतर नहीं।

(५) औसत रूप से सत्य—निर्देशांक प्रत्येक व्यक्ति या परिवार के लिये रूप से सत्य नहीं होते बल्कि औसत रूप से सत्य होते हैं।

(६) वस्तुयें प्रतिनिधि—साम्प्रतिक की जाने वाली वस्तुयें प्रतिनिधि प्रर्पात् उस वर्ग में सामान्यतः बड़ी वस्तुयें प्रयोग की जाती हैं।

**रचना में कठिनाइयाँ**

निर्वाह-व्यय निर्देशांक रचना में प्रायः निम्न कठिनाइयाँ आती हैं :—

(१) मनुष्य के रहन-सहन का स्तर प्रायः एव पेशों के अनुसार भिन्न-भिन्न होता

है। इसलिये मिश्र-मिश्र माप व पेशे के लोगों के लिये मिश्र-मिश्र निर्देशांक रचना करने की आवश्यकता होती है।

(२) निर्देशांक रचना में प्रायः थोक मूल्यो को लिया जाता है जबकि उप-भोक्ता फुटकर भाव से उस वस्तु को खरीदता है इसलिये वे खतरे मुक्त नहीं होते।

(३) कुछ वस्तुएँ ऐसी होती हैं जिनके मूल्यों में स्थान-स्थान पर बड़ा अन्तर होता है। जैसे मकान के किराया में अम्बई और इलाहाबाद में बहुत अन्तर है। ऐसी दशा में यदि एक स्थान का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाकर दूसरे के लिये भी लागू किया जाय तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करना।

(४) एक ही वर्ग के लोग एक ही समय में अपनी मापों को एक ही ढंग से नहीं व्यय करते। यह बहुत कुछ भावत, समय, रुचि और परिस्थितियों पर निर्भर करता है। इसलिये एक निर्देशांक पूरे वर्ग के लिये ठीक होगा—यह सोचना ठीक नहीं।

(५) फुटकर भावों में स्थान-स्थान पर बड़ा अन्तर होता है इसलिये माप बना रखा जाय जो प्रतिनिधि हो यह एक समस्या है।

(६) प्रायः प्रयोग में लाई जाने वाली वस्तुओं में मूल्यों में बड़ी शीघ्रता से परिवर्तन होता—इसलिए निर्देशांक ठीक स्थिति को नहीं प्रकट कर पाते।

**निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना (Construction of Cost of Living Index Numbers)**

निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना में निम्न प्रमुख कार्य करने पड़ते हैं :—

(१) सजातीय वर्ग का चुनाव (Selection of Homogeneous Group)—किसी विशेष भूभाग में निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना का सर्वप्रथम कार्य सजातीय वर्ग का चुनाव होता है। यह कार्य कठिन है। सजातीय वर्ग का चुनाव मुख्यतः निम्न दो आधारों पर किया जाता है :—

(अ) प्राय की समानता

(ब) पेशे की समानता

परन्तु इसके अतिरिक्त सामान्य परिस्थितियों का अध्ययन भी आवश्यक है। सजातीय वर्ग के चुनाव में गलत या अनुभव एवं सामान्य ज्ञान का प्रमुख हाथ रहता है।

(२) वस्तुओं का चुनाव (Selection of Commodities)—विभिन्न वर्गों के लोग विभिन्न प्रकार की वस्तुओं का प्रयोग करते हैं। इसलिये निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाने के लिये वस्तुएँ वही होनी चाहिये जिनका उपभोग उस वर्ग के लोग करते हो, जिनके विषय में निर्देशांक बनाये जा रहे हैं। इसके लिये उनके प्राय-व्यय के बृहद् विवरण का ज्ञान बहुत आवश्यक है।



इससे निम्न सूचकांश प्राप्त होती हैं :—

- (१) वर्ग की औसत आय ।
- (२) प्रत्येक परिवार में सदस्यों की औसत संख्या ।
- (३) विभिन्न वस्तुओं की मात्रा ।
- (४) विभिन्न वस्तुओं पर खर्च किया जाने वाला आय का भाग ।

वस्तुओं की मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँट लेते हैं :—(क) खाद्य पदार्थ, (ख) वस्त्र, (ग) ईंधन तथा प्रकाश, (घ) मकान किराया; (ङ) अन्य ।

(३) मूल्य विवरण (*Price Quotations*)—आय: खुली हुई वस्तुओं के फुटकर मूल्य प्राप्त करने पड़ते हैं । ये मूल्य उस स्थान के बाजार मूल्य होने चाहिये जहाँ से वह वर्ग उन वस्तुओं को खरीदता है । भाव उस स्थान की उच्च कोटि की परिवार, सरकारी या अर्द्ध सरकारी प्रकाशनों, व्यापार परिषदों या प्रसिद्ध व्यापारियों की सहायता से प्राप्त करने चाहिये ।

(४) भार (*Weights*)—वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना चाहिये । सभी वस्तुएँ बराबर महत्व की नहीं होतीं । भार निम्न दो प्रकारों में से किसी एक ढंग से दिये जा सकते हैं :—

(क) आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु के परिमाण के अनुपात में—इस रीति से आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु की मात्रा के अनुसार भार दिया जाता है । इसका विस्तृत विवरण व उदाहरण समस्त व्यय रीति (*The Aggregate Expenditure Method*) द्वारा निर्देशांक रचना का विवेचन करते समय प्रागे किया जायेगा ।

(ख) आधार वर्ष में प्रत्येक वस्तु पर किये गये व्यय के अनुपात में—इस रीति में आधार वर्ष में उपभोग की गई वस्तु के मूल्य के अनुसार भार दिया जाता है । इसका विपक्ष विवेचन परिवारिक आय-व्यय रीति (*Family Budget Method*) के रूप में प्रागे किया जायेगा ।

**निर्वाह-व्यय निर्देशांक बनाने में विभ्रम (*Errors in Construction of Cost of Living Index Numbers*)**

इस प्रकार के निर्देशांक रचना में निम्न अशुद्धियाँ हो जाने की सम्भावना रहती है :—

(१) वस्तु की माँग व मूल्य में होने वाले परिवर्तन की तनिक भी उपेक्षा करने पर निर्देशांक दोषपूर्ण हो जाते हैं ।

(२) मनुष्यों का वर्गीकरण बहुत कठिन है और इसमें अशुद्धि हो जाने की पूर्ण सम्भावना रहती है ।

(३) वस्तुओं का चुनाव कठिन कार्य है—इसमें भी अशुद्धि हो जाने की सम्भावना होती है ।

(४) निर्देशांक रचना में गये मूल्यों को सम्मिलित करना चाहिये जो प्रतिनिधि हो। इस चुनाव में प्रायः त्रुटि रह जाती है।

(५) परिवारा का व्यय समान हो सकता है परन्तु यह बहुत कठिन है कि वे प्रत्येक वस्तु पर समान अनुपात में व्यय करते हो। इसलिये निर्देशांक मध्य के लिये साधू होगा—दोषपूर्ण विचार है।

(६) प्रायः यह देखा जाता है कि बहुत सी वस्तुओं को आधार वर्ष में प्रयोग होती थी, चात्र वर्ष में नहीं हो रही हैं और जो चात्र वर्ष में हा रही है वे आधार वर्ष में नहीं होती थी। इस कारण भी त्रुटि हो जाती है।

(७) जीवन-निर्वाह निर्देशांक यह मानकर बनाये जाते हैं कि वस्तु की मात्रा आधार व चात्र दोनों वर्षों में समान है। परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा नहीं मिलता। इसमें भी त्रुटि हो जाती है।

(८) मात्र के गुण में मानव की आवश्यकतायें इतनी घन त हो गई हैं और वह इतनी प्रकार की वस्तुमें प्रयोग करता है कि सभी वस्तुओं को निर्देशांक रचना में सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये कुछ न कुछ त्रुटि अवश्य रह जाने की सम्भावना रहती है।

**भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantities)**

इस प्रकार के निर्देशांक मूल्यों से सम्बन्धित नहीं होने और भौतिक मात्राओं की मृष्टि या कमी को दिखाने के लिये बनाये जाते हैं। प्रायः इनकी रचना उत्पादन में कमी या अधिकता के अनुनात्मक अन्वयन के लिये की जाती है।

इसकी रचना में भी वही समस्याएँ उपस्थित होती हैं। जैसे,—

(१) वस्तु या वर्ग का चुनाव—सर्वप्रथम यह निश्चित करना पड़ता है कि कौन सी वस्तु या निर्देशांक बनाना है। वस्तु एक हो सकती है जैसे गेहूँ का उत्पादन या एा वर्ग हो सकता है जैसे साधारण का उत्पादन। यदि वर्ग है तो उसमें प्रतिनिधि वस्तुओं को ठीक प्रकार से चुन कर सम्मिलित करना पड़ेगा।

(२) परिवर्तन का विवरण—वस्तु या वस्तुओं के वर्ग का निश्चित करने के उपरान्त उन वस्तुओं की मात्रा के परिवर्तन की मात्रा व दिशा का ठीक प्रकार से विवरण पाना आवश्यक है। ऐसे साधन प्रयोग करने पड़ेगे जिससे इसका ठीक ज्ञान हो सके। इसके लिये प्रायः निम्न साधन हो सकते हैं :—

(क) सरकारी या अर्द्ध-सरकारी प्रकाशन।

(ख) पत्र-पत्रिकाएँ या अन्य प्रकाशन।

(ग) व्यापार परिपत्रों द्वारा।

(घ) विश्वविद्यालयों या अन्य अनुसंधान संस्थाओं द्वारा।

(ङ) अन्य साधनों द्वारा।

(३) अध्ययन का क्षेत्र—यह भी निर्दिष्ट करना पड़ेगा कि हमारे अध्ययन का क्षेत्र क्या होगा अर्थात् जो निर्देशांक बनेगा वह किसने क्षेत्र के लिये लागू होगा जैसे सारे देश के लिये या सारे प्रान्त के लिये या अथवा किसी भू-भाग के लिये। इसी के अनुसार सूचना प्राप्त करने के स्थान चुनने पड़े गे।

(४) समय का निर्धारण—यह भी प्रारम्भ में ही निर्दिष्ट कर लेना पड़ेगा कि परिवर्तन की दिशा व मात्रा का अध्ययन किस समय के लिये हो रहा है जैसे वार्षिक, पट्मासिक, त्रैमासिक, मासिक, पक्षीय या साप्ताहिक। इसी पर सूचना की प्रावृत्ति निर्भर करती है। फिर सभी का औसत लेना पड़ेगा।

### Illustration 6

The production of food grains for a particular area in two different years are given below. Prepare index number for the food productions taking 1950 as base —

Commodity	Production in 1950 (in lakh tons)	Production in 1960 (in lakh tons)
Wheat	10	12
Rice	12	16
Pulses	8	10
Others	10	12

### Solution II

Commodity	Production		Relatives
	Base year (in lakh tons)	Current year (in lakh tons)	
Wheat	10	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
Rice	12	16	$\frac{16}{12} \times 100 = 133.3$
Pulses	8	10	$\frac{10}{8} \times 100 = 125$
Others	10	12	$\frac{12}{10} \times 100 = 120$
Total			498.3

$$\text{Index Number} = \frac{498.3}{4} \\ = 124.5$$

# (मुख्य-निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार (Principal Types of Price Index Numbers)

मुख्य निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार निम्न हैं :—

(१) साधारण सरल मुख्य निर्देशांक (The Simple Aggregative Price Index)—इसमें चुनी हुई विभिन्न वस्तुओं के मूल्य प्रति इकाई में दिये होते हैं। साधारण वर्ष और चार वर्ष की सभी वस्तुओं के मूल्यों का प्रत्येक-प्रत्येक योग कर लेते हैं। साधारण वर्ष के मूल्यों के योग को १०० मानकर चार वर्ष के मूल्यों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं।

द्योत :

इस रीति के प्रमुख द्योत निम्न हैं :—

(१) सभी वस्तुओं को समान भार प्रदान किया जाता है और उनकी महत्ता पर नहीं ध्यान दिया जाता।

(२) इस प्रकार प्राप्त निर्देशांक प्रारम्भ में इकाई के रूप में होते हैं जो गुणनीय नहीं होते।

(३) वस्तुओं की मात्रा का कोई विचार नहीं किया जाता।

## Illustration 7

Find out Simple Aggregative Price Index from the following data —

Articles	unit	Price in base year (1951)	Price in current year (1960)
Wheat	Per Md	10	15
Rice	"	15	20
Gram	"	8	10
Pulses	"	8	15
Ghee	Per seer	3	5
Sugar	"	5	1
Firewood	Per Md.	1.4	2.2
House Rent	Per house	10	15

## Solution 7

Article	Unit	Price in base year (1951)	Price in current year (1960)
Wheat	Per Md.	10	15
Rice	"	15	20
Gram	"	8	10
Pulses	"	8	15
Ghee	Per Seer	3	5
Sugar	"	5	1
Firewood	Per Md.	1.4	2.2
House Rent	Per House	10	15
Total		55.9	83.2

$$\begin{aligned}\text{Index Number} &= \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 \\ &= \frac{832}{559} \times 100 \\ &= 148.8\end{aligned}$$

(२) मूलानुपात निर्देशांकों का सरल माध्य (The Simple Average of Relatives of Price Index)—इस प्रकार के निर्देशांक की रचना करते समय सर्वप्रथम प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष के मूल्य का भाग देकर भजनफल में १०० का गुणा कर देते हैं। इन मूलानुपातों को जोड़कर योग में सह्या का भाग दे देते हैं। इस प्रकार प्राप्त फल निर्देशांक होता है।

दोष—इस रीति में निम्न दोष हैं :—

(१) सभी वस्तुओं को बराबर महत्व दिया जाता है और समान भार दिया जाता है।

(२) वस्तुओं की मात्रा को कोई स्थान नहीं दिया जाता।

उदाहरण—उपर वाले प्रश्न की इस रीति से इस प्रकार करेंगे :—

**olution 7.**

Article	Unit	Price in Base year (1954) $P_0$	Price in Current year (1960) $P_1$	Relatives $R$
Wheat	Per Md	10	15	$\frac{15}{10} \times 100 = 150$
Rice	"	15	20	$\frac{20}{15} \times 100 = 133.3$
Gram	"	8	10	$\frac{10}{8} \times 100 = 125$
Pulses	"	8	15	$\frac{15}{8} \times 100 = 187.5$
Ghee	Per Seer	3	5	$\frac{5}{3} \times 100 = 166.6$
Sugar	"	5	1	$\frac{2}{1} \times 100 = 200$
Firewood	Per Md	14	22	$\frac{22}{14} \times 100 = 157.1$
House Rent	Per House	10	15	$\frac{15}{10} \times 100 = 150$
				$\Sigma R = 1269.5$

$$\begin{aligned}\text{Index No} &= \frac{\Sigma R}{n} \\ &= \frac{1269.5}{8} \\ &= 158.7\end{aligned}$$

(३) भारित समस्त मूल्य निर्देशांक (The Weighted Aggregative Price Index)—इस रीति में वस्तुओं के आधार वर्ष की मात्रा को भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इसमें निम्न विधायें करनी पड़ती हैं —

(१) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ( $P_1 Q_0$ )।

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ( $P_0 Q_0$ )।

(३) दोनों वर्षों के गुणनफल को अलग अलग जोड़ दें।

(४) आधार वर्ष के गुणनफल के योग में आधार वर्ष के गुणनफल के योग का भाग दे देंगे।

(५) प्राप्त अंशफल में १०० का गुणा कर देंगे।

यही निर्देशांक होता है।

निर्वाह भव्य निर्देशांक निहालने की यह एक प्रमुख विधि है जिसे समस्त भव्य

५८ रीति (The Aggregate Expenditure Method) कहते हैं।

इस का सूत्र निम्न है —

$$\text{Index No} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_0} \times 100$$

Where

$P_1 Q_1$  = Price of the current year  $\times$  Quantity of the Base year

$P_0 Q_0$  = Price of the Base year  $\times$  Quantity of the Base year

#### Illustration 8

From the following figures prepare the cost of Living Index Numbers by Aggregative or Aggregate Expenditure Method —

Article	Quantity Consumed in Base year $Q_0$	Unit	Price in Base year (1951) $P_0$	Price in Current year (1960) $P_1$
Wheat	1 mds	Per Mds	10	15
Rice	4 mds	"	15	20
Gram	1 "	"	8	10
Pulses	2 "	"	8	15
Ghee	4 Seers	Per Seer	3	5
Sugar	4 "	"	1	1
Firewood	5 Mds	Per Mds	11	22
House Rent	1 House	House	10	15

## Solution 8

Construction of Cost of Living Index Number by the Aggregate Expenditure or Aggregative Method

Article	Quantity Consumed in Base year	Unit	Price in Base year (1954)	Price in Current year (1960)	Aggregate Expenditure in Base year (col 2 x col. 4)	Aggregate Expenditure in Current year (col 2 x col 5)
	$q_0$		$P_0$	$P_1$	$P_0 q_0$	$P_1 q_0$
Wheat	1 md	Per Md	Rs 10	Rs 15	10	15
Rice	4 mds	"	15	20	60	80
Gram	1 md	"	8	10	8	10
Pulses	2 mds	"	8	15	16	30
Ghee	4 Seers	Per Seer	3	5	12	20
Sugar	4 Seers	"	5	1	2	4
Firewood	5 mds	Per Md	14	22	7	11
House Rent	1 House	Per House	10	15	10	15
Total					$\Sigma P_0 q_0 = 125$	$\Sigma P_1 q_0 = 185$

$$\text{Index No for the current year (1960)} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

$$= \frac{185}{125} \times 100$$

$$= 148$$

(४) मूल्यानुपात निर्देशांक का भारित माध्य (The Weighted Average of Relatives Price Index)—यहाँ मूल्यानुपात निर्देशांक के योग का साधारण माध्य निकालकर एक सुनिश्चित योजना के अनुसार भारित माध्य निकालते हैं।

इस रीति से निर्देशांक रचना करने में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक वस्तु के मूल्य का मूल्यानुपात निकालते हैं।  $\left( \frac{P_1}{P_0} \times 100 \right)$

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष में उपभोग की गई मात्रा का गुणा करते हैं। यही गुणनफल प्रत्येक वस्तु के लिये भार मान लिया जाता है। ( $P_0 q_0$  or  $W$ )

## निर्देशांक

(३) प्रत्येक मूल्यानुपात वा उससे भार  $\Sigma$  गुणा करते हैं। ( $\Sigma RW$ )

(४) इन गुणनफलों को जोड़ लेते हैं। ( $\Sigma RW$ )

(५) भारों का योग निकाल लेते हैं। ( $\Sigma W$ )

(६) गुणनफलों के योग में भारों के योग का भाग दे देते हैं।  $\left( \frac{\Sigma RW}{\Sigma W} \right)$

प्राप्त भजनफल निर्देशांक होता है।

निर्वाह व्यय निर्देशांक रचना की यह दूसरी प्रमुख रीति है जिसे पारिवारिक भ्रमण रीति (Family Budget or Weighted Relatives Method) कहते हैं।

इसका सूत्र निम्न है —

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma RW}{\Sigma W}$$

Where  $RW = \text{Relatives} \times \text{Weight}$

ऊपर के उदाहरण की हम इस रीति से करेंगे —

### Solution II

Construction of Cost of Living Index Number by the Family Budget or Weighted Relatives Method

Article	Quantity Consumed in Base Year (1954)	Unit	Price in Base Year (1954)	Price in Current Year (1960)	Price Relatives for Current year $\frac{P_1}{P_0} \times 100$	Weights—value Consumed in Base Year	Product of Relatives & Weights
1	2	3	4	5	6	7	8
Wheat	1 md	Per md	10	15	150	10	1,500
Rice	4 mds	,	15	20	133.3	60	7,998
Gram	1 md	,	10	10	125	11	1,000
Pulses	2 mds		8	15	187.5	16	3,000
Ghee	1 Seers	Per Seer	3	5	166.6	12	1,999.2
Sugar	4 ,	,	5	1	200	2	400
Firewood	5 mds	Per md	14	22	157.1	7	1,099.7
House-Rent	1 House	Per House	10	15	150	10	1,500
						$\Sigma W = 125$	$\Sigma RW = 18,496.9$



$$\begin{aligned}\text{Index No} &= \frac{\Sigma RW}{\Sigma W} \\ &= \frac{18496.9}{125} \\ &= 147.97\end{aligned}$$

### फिशर का आदर्श निर्देशांक (Fisher's Ideal Index Number)

हम पहले देन चुके हैं कि आधार वर्ष की मात्रा को ही चालू वर्ष के लिये प्रयोग किया जाता है। निर्देशांक रचना का यह भारी दोष है। आधार वर्ष और चालू वर्ष की मात्रा में सदा साम्य रहे यह व्यावहारिक नहीं। मानव की आवश्यकताएँ निरन्तर घटती बढ़ती रहती हैं और शिक्षा, आय, धार्मिक प्रभाव, स्थान आदि के प्रभाव स्वरूप उनमें बहुत परिवर्तन होने रहते हैं इसलिये आधार वर्ष और चालू वर्ष की समान भार प्रदान करना ठीक नहीं। इस अधुनिक को दूर करने के लिये प्रो० इरविंग फिशर (Irving Fisher) ने एन आदर्श सूत्र बनाया है जिसके अनुसार आधार वर्ष के मूल्यों को आधार वर्ष के भार से और चालू वर्ष के मूल्यों को चालू वर्ष के भार से भारित किया जाता है।

फिशर का आदर्श सूत्र निम्न है :—

$$\text{Index Number} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}} \times 100$$

Where

$P_1$  = Price of the Current year

$P_0$  = " " Base year

$Q_1$  = quantity of the current year

$Q_0$  " " Base year

इसकी रचना क्रिया निम्न है :—

(१) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ( $P_0 Q_0$ )

(२) प्रत्येक वर्ष के चालू वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ( $P_1 Q_0$ )।

(३) प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ( $P_1 Q_1$ )

(४) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ( $P_0 Q_1$ )

(५) इन चारों प्रकार के गुणनफलों का अलग-अलग योग ज्ञान करते हैं।

(६) अब चालू वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग में आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग का भाग देने हैं।

(७) इसी प्रकार चारू वर्ष के मूल्य और चारू वर्ष की मात्रा के गुणनफल के योग में आधार वर्ष के मूल्य और चारू वर्ष की मात्रा के गुणनफल के योग का भाग दे देते हैं।

(८) इस प्रकार प्राप्त दोनों भजनफल को घात में गुणा करते हैं।

(९) प्राप्त गुणनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

(१०) वर्गमूल में १०० का गुणा कर देते हैं।

### Illustration 9

Construct with the help of data given below Fisher's Ideal Index Number —

Articles	Estimated total produce in thousand ton's in district Saran		Harvest price per maund in district Saran	
	1931-32	1932-33	1931-32	1932-33
Winter Rice	71	26	Rs 71	Rs 26
Barley	107	83	3 8	3 2
Maize	62	48	2 0	1 14
			2 9	1 12

### Solution 9.

#### Computation of Fisher's Ideal Index Number (Base Year 1931-32)

Articles	Base Year (1931-32)		Current Year (1932-33)		$P_0 q_0$	$P_1 q_1$	$P_1 q_0$	$P_0 q_1$
	Price in annas $P_0$	Quantity $q_0$	Price in annas $P_1$	Quantity $q_1$				
Winter Rice	56	71	50	26	3976	1300	3500	1456
Barley	32	107	30	83	3424	2190	3210	2656
Maize	41	62	28	48	2512	1311	1736	1908
Total					$\Sigma P_0 q_0 = 9912$	$\Sigma P_1 q_1 = 5134$	$\Sigma P_1 q_0 = 8196$	$\Sigma P_0 q_1 = 6030$

$$\text{Fisher's Ideal Index No} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0} \times \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_1}} \times 100$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{8496}{9942} \div \frac{5134}{6080}} \times 100 \\
 &= \sqrt{7218} \times 100 \\
 &= 85 \times 100 \\
 &= 85
 \end{aligned}$$

### उत्क्राम्यता परीक्षा (Reversibility Test)

यथास्थान हम यह कह चुके हैं कि एक अच्छे निर्देशक के लिये यह भी आवश्यक है कि वह उत्क्राम्यता परीक्षा के अनुसार ठीक हो। उत्क्राम्यता दो प्रकार की हो सकती है :—

- (१) समय उत्क्राम्यता (Time Reversibility)
- (२) तत्व उत्क्राम्यता (Factor Reversibility)

**समय उत्क्राम्यता**—इसे स्पष्ट करते हुये प्रो० फिशर ने लिखा है, “(उत्क्रम निर्देशक की) परीक्षा यह है कि इसे ज्ञात करने का सूत्र ऐसा होना चाहिये कि एक प्रकार की तुलना में जो अनुपात हो, दूसरे प्रकार के तुलना में भी वही अनुपात हो—चाहे उसमें से कोई भी आघार माना जाय।”<sup>1</sup> कहने का भाव्य यह है कि यदि किसी वर्ष को आघार वर्ष मानकर किसी अन्य वर्ष का मूल्य निर्देशक निकाल जाय और फिर उसी रीति में दूसरे वर्ष को आघार वर्ष मानकर पहले वर्ष का निर्देशक तो दोनों निर्देशक एक दूसरे के व्युत्क्रम (Reciprocal) होने चाहिये अर्थात् यदि दोनों को गुणा किया जाय तो गुणनफल १ होगा।

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

Where

$P_{01}$  = Index number for current year taking Base year as Base.

$P_{10}$  = Index Number for Base year, taking Current year as Base

**तत्व उत्क्राम्यता**—तत्व उत्क्राम्यता के विषय में प्रो० फिशर ने लिखा है “जिस प्रकार प्रत्येक सूत्र के अनुसार यह सम्भव होना चाहिये कि दो पदों के समूहों के आपस के परिवर्तन से अनियमित फल न प्राप्त हो उसी प्रकार यह भी सम्भव होना चाहिये कि मूल्य तथा मात्राओं के प्रतिस्थापन करने पर भी अनियमित फल न प्राप्त हो अर्थात् दोनों परिवर्तनों को आपस में गुणा करने पर वास्तविक मूल्य अनुपात

“The test is that the formula for calculating an index number should be such that it will give the same ratio between one point of comparison and the other, no matter which of the two is taken as base.”

(True value ratio) प्राप्त हो।<sup>1</sup> अधिक स्पष्ट शब्दों में यह कि मूल्य और मात्रा में परस्पर परिवर्तन करें अर्थात् मूल्य के स्थान पर मात्रा और मात्रा के स्थान पर मूल्य रखकर निर्देशांक बनाये तो दोनों निर्देशांकों का गुणनफल चालू वर्ष के कुल मूल्य ( $\Sigma P_1 Q_1$ ) तथा आधार वर्ष के कुल मूल्य ( $\Sigma P_0 Q_0$ ) के अनुपात के बराबर होगा। मूल्य में इसे निम्न ढंग से प्रस्तुत करेंगे :—

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_0}$$

Where

$P_{01}$  = Index number of price for current year taking Base year as Base

$Q_{01}$  = Index number of Quantity for current year taking base year as base.

$P_1 Q_1$  = Price of the current year  $\times$  quantity of the current year

$P_1 Q_0$  = Price of the base year  $\times$  quantity of the base year

अब हम ऊपर दिये अंश में समय तथा उल्टा उल्टाईयता की जाँच करेंगे :—

**समय उल्टाईयता परीक्षा (Time Reversal Test)**—यूँकि १०० का होता और गुणा होता है इसलिये सरलता के लिये हम १०० को छोड़ देने दें। फिर के सूत्र के अनुसार :—

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

$$\text{or } \sqrt{\frac{8496}{9942} \times \frac{5134}{6080}} \times \sqrt{\frac{9942}{8196} \times \frac{6080}{5134}} = 1$$

$$\text{or } \sqrt{7218} \times \sqrt{139} = 1$$

$$\text{or } 85 \times 116 = 1$$

इस प्रकार इस परीक्षा से यह निर्देशांक ठीक है।

**तत्व उल्टाईयता परीक्षा (Factor Reversal Test)**—इसका सूत्र निम्न है —

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_0}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}}$$

1 "Just as each formula should permit interchange of two items without giving inconsistent results, so it ought to permit interchanging the price and quantities without giving inconsistent results i.e. two results multiplied together should give true value ratio  
—Fisher

$$q_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_0 q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_1 q_0}}$$

Now substituting the values in the formula

$$\sqrt{\frac{\sum P_0 q_0}{\sum P_0 q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_1 q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_0 q_1}{\sum P_0 q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_1 q_0}} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_0}$$

$$01 = \sqrt{\frac{8496}{9942}} \times \sqrt{\frac{5134}{6080}} \times \sqrt{\frac{6080}{9942}} \times \sqrt{\frac{5134}{8496}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or } \sqrt{\frac{5134 \times 5134}{9942 \times 9942}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or } \frac{5134}{9942} = \frac{5134}{9942}$$

इस प्रकार तब उत्तरमण परीक्षा के अनुसार भी यह ठीक है।

### माधार परिवर्तन (Base Shifting)

निर्देशांक का प्रयोग करते समय तब माधार परिवर्तन की आवश्यकता होती है। जब वो धी एणियों की तुलना की जा रही हो या निर्देशांक का अन्य गुणनामा के लिये प्रयोग किया जा रहा हो। कारण यह है कि निर्देशांक जब भिन्न भिन्न वर्षों पर आधारित होते हैं तो तुलनीय नहीं होते। तुलना योग्य बनाने के लिये उन्हें एक आधार पर लाना होता है।

माधार वर्ष में परिवर्तन की दो रीतियाँ हैं :-

(1) संक्षिप्त रीति

(2) पुनर्निर्माण रीति।

**संक्षिप्त रीति**—यह रीति सरल एवं संक्षिप्त है और इसका प्रयोग बड़ा होता है जहाँ गुणोत्तर माध्य की सहायता से निर्देशांक निकाले गये हों। यह रीति स्थिर तथा शृङ्खला आधार निर्देशांक दोनों में समान रीति से उपयोग होता है। इसका सूत्र निम्न है :-

$$\text{New Index No} = \frac{\text{Old Index No of the Current year}}{\text{Old Index No of the New Base year}} \times 100$$

## Illustration 10

Year	Index No 19०2 as base	New Index Nos 19०1 as base
19०2	100	$\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$
19०3	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
19०4	120	$\frac{120}{120} \times 100 = 100$
19०5	150	$\frac{150}{120} \times 100 = 125$
19०6	200	$\frac{200}{120} \times 100 = 166.6$

**पुनर्निर्माण रीति**—इस रीति में नये वर्ष को आधार मानकर निर्देशांक की नये सिरे से रचना होती है। यह रीति वहाँ प्रयोग होती है जहाँ निर्देशांक रचना में मध्यक अवस्था समानांतर माध्य का प्रयोग किया गया हो।

## Standard Questions

1. What is an index number? Why is it constructed? Explain the utility of various index numbers.
2. What are index numbers? Mention the different types of index numbers and their use.
3. What is an index number? Explain the purpose of constructing index number.
4. What is an index number? Describe briefly the problems involved in the construction of index number of prices.
5. What is an index number? Discuss the problems that arise while constructing an index number of profits.
6. What is an index number? What are its uses and limitations? What are the chief considerations that one has to bear in mind in constructions of index number? Illustrate your answer with reference to any particular index number published in India.
7. What is the purpose of Index Number? Explain clearly how they are prepared and used?
8. It is desired to find the difference in the cost of living in the years 1929 and 1938 in the case of (i) clerks and (ii) labourers in a big town. Explain the necessary procedure to be adopted.
9. 'Index numbers are the economic barometers'. Explain the statement and mention what precautions should be taken in

making use of the published index numbers Show with the help of an example how would you convert the index numbers from one basic period to another

- 10 Explain the use of Index numbers Describe the procedure followed in the preparation of general and the cost of living index numbers
- 11 What points should be taken into consideration in choosing the base and determining the weights in the preparation of cost of living index number ?
- 12 Discuss the Ideal Formula for preparing index numbers given by Fisher  
(Agra M Com, 1957)
- 13 Explain the meaning of 'Economic Barometers' How are such barometers constructed and how far have they been used successfully in forecasting economic events ?  
(Raj M A, 1956)
- 14 'Index Numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables' Elucidate Also discuss the important uses of Index Numbers  
(Raj M Com 1956)
- 15 Explain how cost of living index numbers are prepared What points are considered in the selection of the base year, prices and weights
- 16 Discuss briefly problems involved in the construction of price index numbers  
(Agra B Com, 1954)
- 17 What is an index number ? How is it constructed ? What purpose does it serve ? Do you agree with the view that weighting of an index number is necessary If not why ?  
(Raj B Com, 1950)
- 18 What is an index number ? What purpose does it serve ? Suggest how you would proceed in constructing either an index of wholesale prices or an index of industrial production  
(Raj B Com, 1953)
- 19 Distinguish between 'Fixed Base' and 'Chain Base' method, of constructing Index Numbers Discuss the relative merits of each method  
(Raj B Com, 1951)
- 20 Explain the importance of weighting in the construction of Index Numbers How would you determine the weights in computing an
  - (a) Index number of wholesale prices
  - (b) Index number of cost of living
  - (c) Index number of Industrial Production  
(Agra M A, 1949)
- 21 What are the main sources of errors in the cost of living Index Number ? How can these errors be avoided ?  
(Allahabad B Com, 1953)

- 22 Examine the claim of (a) Geometric Mean and (b) chain base method in technique of Index Numbers construction. Illustrate your answer with example. (Delhi B. Com 1953)

What is cost of living index number? How is it constructed? Construct a Cost of Living Index number from the following data —

Group	Index No for current year	Weight
Food	152	52
Fuel & Lighting	110	8
Clothing	130	9
House Rent	100	15
Misc	90	16

(Index No = 128.94) (Raj B. Com 1950)

From the following group average prices prepare Index Numbers with a view to determine the amount of wages

Group	1913	1914	1915	1916
1 Food per maund	Rs 4/-	4'8/-	7'1/-	6'1/-
2 Rent per room	Rs 2'1/-	2'1/-	3'7/-	4'1/-
3 Cloth per yd	Rs 7'6/-	7'8/-	7'12/-	7'14/-
4 Misc per unit	Rs 2'1/-	2'8/-	3'4/-	3'8/-

Take the prices of 1913 as the base and give the four groups weightage in the proportion of 8, 3, 3 and 2.

(Agra B. Com, 1917)

(Index Nos. 100, 114, 149 and 181)

From the following average prices of the groups of commodities given in rupees per unit, find chain base index numbers with 1939 as the base year.

Group	1939	1940	1941	1942	1943
I	2	3	4	5	6
II	8	10	12	15	18
III	4	5	8	10	12

(Agra B. Com., 1949)

{ Average Link Relatives : 100, 133, 138, 125, 120. }

{ Chain Relatives : 100, 133, 183.5, 229.4, 275.3 }

The annual wages of a worker in rupees along with price index numbers are given below.

Prepare index numbers for real wages of the worker —

Year	Wages	Index No. of prices
1939	200	100
1942	240	120
1943	350	175
1944	360	180
1945	360	180
1946	370	185
1947	375	187.5



Explain the relation between real wage index numbers and the price index numbers (Agra B Com, 1950)

(Real Wage Index Nos = 100, 75, 62.5, 62, 60, 57.8 and 56.8)

- 27 From the information given below prepare cost of living index numbers for 1948 and 1949 taking the average price of 1947 as base

Group of Articles		1947	1948	1949
1	Food per mound	Rs 20/-/-	24/-/-	21/-/-
2	Cloth per yard	Rs 1/4/-	1/8/-	1/-/-
3	Rent per room	Rs 5/-	8/-	8/-
4	Misc per unit	Rs 2/1	2/4/-	2/2/-

Give weights to the four groups 4, 3, 2, 1 respectively

(Agra, B Com, 1951)

(Index Nos 1948 = 127.25 and 1949 = 108.62)

- 28 Construct the cost of living index number for 1940 on the basis of 1939 from the following data using Aggregate Expenditure Method

Article	Quantity Consumed in 1939	Price in 1939	Price in 1940
Rice	6 mds	5-12-0	6-0-0
Wheat	6 mds	5-0-0	8-0-0
Gram	1 md	6-0-0	9-0-0
Arhar	6 mds	8-0-0	10-0-0
Ghee	4 Seers	2-0-0	1-8-0
Sugar	1 md	20-0-0	15-0-0
Oil	20 Seers	20-8-0	18-0-0
Salt	12 Seers	4-0-0	4-12-0
Fuel	12 mds	0-12-0	1-0-0
Cloth	50 Yds	0-8-0	0-12-0
House Rent		10-0-0	12-0-0

(Index No = 121.8)

(Agra, B Com, 1953)

- The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer. Prepare the cost of living index number

Group	Index No	Weights
1 Food	352	48
2 Fuel & Lighting	220	10
3 Clothing	230	8
4 Rent	160	12
5 Misc.	190	5

(Agra, B Com, 1957, Banaras, B Com, 1946, Luknow, B Com, 1957)

(Index No = 276.4)

- 30 Prepare index number of prices for three years with average price as base

Year	Wheat	Cotton	Oil
1st year per Re	10 Seers	4 Seers	3 Seers
2nd	9 Seers	3½ Seers	⅓ Seers
3rd	3 Seers	3 Seers	2½ Seers

(Agra B Com, 1958)

(Index Number for 1st year=90.97, 2nd year=98.1 and 3rd year=103.3)

- 31 The following table gives the average wholesale prices of three groups of commodities for the years 1939 to 1943. Compute chain base index numbers chained to 1939

Group	1939	1940	1941	1942	1943
I	2	3	5	7	8
II	8	10	12	14	18
III	4	5	7	9	12

(Agra B Com 1959)

{ Link Relatives = 100, 133.3, 142.3, 128.4, 125.4 }  
 { Chain Relatives = 100, 133, 189.3, 243, 304.7 }

- 32 Prepare index number of prices for three years with the average price as base —

Year	Wheat	Cotton	Oil
1st year	4	2	2
2nd year	3	1½	1½
3rd year	2½	1	¾

(Saugar B Com 1958)

(Index No for 1st year=87.5, 2nd year=95.0 and 3rd year=137.5)

- 33 An enquiry into the budgets of the middle class families in a city in England gave the following information

Expenditure on	Food 35%	Rent 15%	Clothing 20%	Fuel 10%	Misc. 20%
Price in 1978	£150	£30	£75	£25	£40
Price in 1929	£145	£30	£65	£32	£45

What changes in the cost of living figures of 1929 as compared with that of 1928 are seen  
(Index No for 1929=97.87)

- 34 Find the current cost of living index with the help of data given in the following table

Item	Weight	Basic prices	Current prices
Barber	21	0-0-10	0-2-1
Washerman	23	0-0-7	0-2-4
Soap	12	8-0	1-10-0
Betelnut	21	0-7-11	3-1-1
Biri	23	0-0-6	0-2-0
	100		

(Index No =405.7)

(Lucknow B Com. 1953)

- 35 Using 1949 as base year, find the price index for the year 1950 with following data Use Arithmetic average. Will the index stand their reversal test Give reasons for your answer.

Commodity	Price in 1949	Price in 1950	Weight
A	4-0-0	6-0-0	10
B	10-0-0	12-8-0	6
C	0-8-0	0-8-0	2
D	0-12-0	1-0-0	3
E	1-4-0	0-15-0	4

(Index No =126)

(Lucknow B Com. 1954)

- 36 The following table gives the average prices for rice during 1948 and prices during August 1957 for six different markets along with appropriate weights. Calculate price index for rice for August 1957 taking 1948 as the base.

Market	Weight	Price per md	
		August for 1948	August for 1957
Dehradun	9	26.93	20.00
Saharanpur	23	25.00	20.00
Bahraich	18	21.78	20.00
Pilibhit	14	21.72	16.25
Naugar	17	21.02	17.50
Bansi	19	21.55	18.78

(Index No =82.8)

(Lucknow B Com. 1958)

- 37 Construct the Cost of Living Index for April 1944 from the following data —

Groups	Weights proportional to total expenditure	Group Index No. for April 1934
Food	47	247
Fuel & Lighting	7	293
Clothing	8	289
House Rent	13	100
Misc	14	236

(Index No. = 254.7)

(Allahabad B Com, 1945)

38 Construct the cost of living index number for the current year from the following data using aggregate expenditure method

Commodity	Quantity consumed in base year	Unit	Price in base year	Price in current year
Rice	1 md	md	16-0	18-0
Wheat	9 mds	"	10-8	13-0
Grain	1 md	"	7-8	8-0
Pulses	2 mds	"	20-0	20-0
Ghee	1 md	seer	3-12	3-0
Salt	14 seers	md	5-0	5-0
Sugar	1 md	"	16-4	10-0
Oil	20 seers	"	39-0	41-0
Milk	6 mds	seer	0-5	0-4
Clothing	60 yds	yd	0-12	0-10
Firewood	20 mds	md	1-4	2-0
Kerosene	1 tin	Tin	6-8	6-8
House Rent		house	12-0	9-0

(Index No 95.6)

(Allahabad B Com 1953)

39 Construct Index numbers with the help of following data.

Year	Wheat		Rice		Gram	
	Quantity	Price	Quantity	Price	Quantity	Price
1939	10	15.3	5	20.2	10	4
1934	12	22.7	4	27.4	3	7

Give reasons for choosing the Index No. constructed by you

(Index No = 147.8)

(Allahabad, B Com, 1955)

From the information supplied below, calculate the working class cost of living index number for Ahmedabad for November 1947

(Average price from August 1926 to July 1937 = 100)

Groups	Weights proportional to Total Expenditure	Group Index November 1947
Food	58	252
Fuel & Lighting	7	265
Clothing	10	210
House Rent	12	107
Miscellaneous	4	292
	91	

(Index No = 231.1)

The following are the group index numbers and the group weights for the workers of a town for the month of June 1952  
Construct the cost of living index number for the given month

Groups	Index No	Weights
Food	277	38
Fuel & Lighting	203	7
Clothing	322	10
Rent	107	12
Miscellaneous	335	4

(Index No = 262.55)

From the data given below, construct the cost of Living Index number

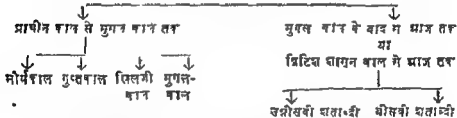
	Price Relatives	Weights
Food	250	40
Clothing	320	20
Rent	150	15
Fuel & Lighting	190	5
Miscellaneous	300	10

(Index No = 253.5)

# भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विकास (Development of Statistics in India)

भारत में सांख्यिकीय सामग्री के विकास के इतिहास की सांख्यिकी के महत्व संकलन व प्रकाशन के दृष्टिकोण से निम्न भागों में बाँट सकते हैं —

## भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विभाग



प्राचीन काल से मुगलकाल तक—भारतवर्ष में अत्यन्त प्राचीन काल में सांख्यिकी का प्रयोग होता रहा है। ऐतिहासिक प्रमाणों से पता चलता है कि प्राचीन राजा महाराजाधिराजों ने समय-समय पर इसका प्रयोग किया है। परन्तु इन प्रमाणों से एक महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकलता है कि सांख्यिकी के महत्व तथा उपयोग को तो भारतवासी जानते थे परन्तु इनके प्रकाशन का कार्य नहीं होता था। इस काल की सुविधा की दृष्टि से निम्न भागों में बाँटा गया है :—

मौर्यकाल—इस काल में अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मेगस्थनीज ने मौर्य कालीन आँकड़ों का वर्णन करते हुये लिखा है कि चन्द्रगुप्त मौर्य ने अनेक समितिओं, आय-व्यय, जन्म मरण, गणा, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित करने के लिये बनाई थी। बौद्धों के धर्मशास्त्र में आँकड़ों, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रबंध आदि के सम्बन्ध में बहुत गहन व आँकड़े मिलते हैं।

गुप्तकाल—इस काल में भी राजाधिराजों ने आँकड़ों का प्रयोग व गणा, उत्पादन से सम्बन्धित आँकड़े एकत्रित करवाये थे। सांख्यिकी का महत्व इस काल में भी वर्णित था।

**खिलजी काल—**भलाउद्दीन खिलजी के समय में भी कई प्रकार के प्रांकडे एकत्रित किये गये जिनमें कृषि उत्पादनो के मूल्य सम्बन्धी प्रांकडे प्रभुत्व थे ।

**मुगल-काल—**इस काल में भूमि, उत्पादन, आवादी आदि के बारे में प्रांकडे एकत्रित किये गये थे । आइने-अकबरी में सांख्यिकीय सामग्री का अच्छा वर्णन मिलता है । अकबर के समय में राजा टोडरमल ने भूमि की नाप करवाई थी और लगान निर्दिष्ट किया था । इसके अतिरिक्त शासन प्रबन्ध व सेना आदि से सम्बन्धित प्रांकडों का भी प्रयोग किया गया था ।

**ब्रिटिश शासन काल से आज तक—**अंग्रेजी शासन काल में उन प्रांकडों के संग्रहण की अधिक महत्त्व दिया गया जो देश की शासन-व्यवस्था को सुचारु रूप से चलाने के लिये आवश्यक थे । शासन संचालन के लिये अनेक प्रकार के कर लगाने की आवश्यकता होती है । इसलिये देश में देशी तथा विदेशी व्यापार, आयात-निर्यात, भूमि के विभिन्न प्रकार के श्रेणियों, भूमिकर आदि सम्बन्धी प्रांकडे मिलते हैं । परन्तु उक्त काल में सामाजिक तथा राजनैतिक विषयों से सम्बन्धित प्रांकडों के संग्रहण पर कोई ध्यान नहीं दिया गया । इस प्रकार हम इस काल को पहुँचते हैं कि अंग्रेजी शासन काल में देश के लिये उचित व लाभदायक मार्ग सुझाने के लिये प्रांकडों का संग्रहण नहीं हुआ बल्कि शासन संचालन के लिये हुआ और फलस्वरूप सांख्यिकी की देश के जीवन में जो महत्वपूर्ण स्थान दिया जाना चाहिये वह नहीं दिया गया । प्रांकडों का संग्रहण भी अर्थशास्त्रिक ढंग से हुआ और साधारणतया वे दीर्घपूर्ण रहे । एक दूसरी विशेष बात यह रही कि चूँकि देश में अनेक सामग्री का संग्रहण शासन संचालन के उद्देश्य से हुआ है इसलिये साधारणतः उपलब्ध सामग्री सरकारी विभागों द्वारा संग्रहित हुई है । सार्वजनिक एवं व्यापारिक संस्थाओं तथा व्यक्तियों द्वारा इस दिशा में कोई महत्वपूर्ण कार्य नहीं हुआ है ।

इस काल को सुविधा की दृष्टि से नीचे लिखे भागों में बाँटा गया है :—

**उन्नीसवीं शताब्दी—**इस काल में उत्पादन व कृषि के मूल्य सम्बन्धी समकों का संकलन किया गया । सन् १८६८ में इंग्लैंड से भारत का सांख्यिकीय सारांश (Statistical Abstract of India) प्रकाशित हुआ । सन् १८७५ में उत्तर-प्रदेश में कृषि व व्यापार के सम्बन्ध में प्रांकडे एकत्रित किये गये । उत्तर प्रदेश में ही नहीं बल्कि सारे भारतवर्ष में प्रांकडों का संकलन होने लगा । विभिन्न सूचनाओं से सम्बन्धित प्रांकडों का प्रकाशन भी होने लगा । सरकार ने देश की तमाम समस्याओं को हल करने के लिये जनगणना का कार्य १८७२ में प्रारम्भ किया गया परन्तु विफल रहा । यह कार्य सर्वप्रथम सन् १८८१ में सफलतापूर्वक किया गया और तब से आज तक हर दस वर्ष के बाद यह कार्य हो रहा है ।

मैट्रों की फसल के सम्बन्ध में सन् १८९४ में सरकार द्वारा अनुमान प्रकाशित किया गया । चूँकि १९ वीं शताब्दी में बहुत से अज्ञान पड़े थे अतः सरकार ने कृषि

व जनगणना के आँकड़ों के संकलन पर बहुत जोर दिया। १८७४ ई० में सर जॉन स्ट्रैची ने सरकार को व्यापार व कृषि से सम्बन्धित सूचनावें एकत्रित करने के लिये एक डिपार्टमेंट खोलने का सुझाव दिया। इसी सुझाव के अनुसार १८७५ ई० कृषि व व्यापार का एक विभाग खुल गया। सरकार का यह पहिला सांख्यिकी से सम्बन्धित विभाग था।

सन् १८८१ में 'दो इम्पीरियल गजेटियर ऑफ इन्डिया' (The Imperial Gazetteer of India) का प्रकाशन हुआ जिनमें भारत की प्रायिक दशा के बारे में अनेक प्रकार की सूचनावें थीं सन् १८८२ में प्रथित भारतीय सांख्यिकी सम्मेलन (All India Statistical Conference) हुआ। इसके सुझावों के फलस्वरूप पहले के पूर्वाभुमान और पद्धतियों की व्यवस्थाएँ गलत प्रारम्भ हुई। इन तत्वावधि के अन्त तक भारत के केन्द्रीय व प्रांतीय सरकारों ने अनेक विभिन्न विभिन्न प्रकार की सूचनावें एकत्रित एवं प्रकाशित करने लगे। फलस्वरूप विदेशी व्यापार वस्तु, तथा जनसंख्या सम्बन्धी अनेक प्रकार के आँकड़े उपलब्ध होने लगे। १८८५ में भारत सरकार ने एक सांख्यिकीय ब्यूरो (Statistical Bureau) की स्थापना की। यह कार्यालय व्यापार, वित्त, उद्योग एवं वाणिज्य सम्बन्धी सामग्री के संग्रहण और समन्वय का कार्य करने लगा।

औद्योगिकीय—औद्योगिकीय तत्वावधि के प्रारम्भ में भारत में आँकड़ों के संकलन की दिशा में अनेक प्रकार के सुधार हुए। सन् १९०५ में बलकृष्ण व वाणिज्य-सूचना तथा सांख्यिकी विभाग (Department of Commercial Intelligence & Statistics) की स्थापना हुई। केन्द्रीय सरकार का सांख्यिकीय ब्यूरो इसी विभाग के अन्तर्गत आ गया। इस विभाग का मुख्य उद्देश्य समस्त संकलन के क्षेत्र में सरकार और व्यवसायी वर्ग के बीच समन्वय स्थापित करना था। इस विभाग की ओर से पहली बार सन् १९०६ में 'इंडियन ट्रेड जर्नल' (Indian Trade Journal) प्रकाशित हुआ। यह पत्रावहिक पत्र अब भी प्रकाशित होता है और अनेक प्रकार की सूचनावें प्रदान करता है। सन् १९१६-१८ के औद्योगिक वमीशन (Industrial Commission) ने समस्त के संग्रहण, विश्लेषण और विस्तृत उपयोग के विषय में एक योजना बनाई। इससे अगुसार सन् १९२२ में वाणिज्य-सूचना विभाग के साथ में सांख्यिकीय विभाग को मिला दिया गया।

जनवरी सन् १९२४ में भारत सरकार ने ओ एच० विश्वेकरेया के अध्यक्षत्व में भारतीय आर्थिक अनुसंधान समिति (The Indian Economic Enquiry Committee) की नियुक्ति इस बात की जाँच के लिये की कि भारत के आर्थिक विषयों के सम्बन्ध में आँकड़े कहाँ तक पर्याप्त हैं तथा जिन विषयों में उनका प्रभाव है उसको पूर्ति कैसे की जा सकती है। इस समिति का प्रयासदेन सन् १९२५ में प्रकाशित हुआ। समिति निम्न परिणामों पर पहुँची :—



(१) वित्त, जनमंथ्या, व्यापार, सरकारी आय-व्यय शिक्षा, यातायात, संचार, जन्म-मरण और विदेश जाने वालों की सरया के सम्बन्ध में प्राप्त आंकड़े पर्याप्त सन्तोषजनक हैं।

(२) कृषि उत्पादन, खनिज पदार्थ, बड़े-बड़े उद्योग, मछलियों की उत्पत्ति, जंगलों की उपज, कुटीर-उद्योग, दूध और घी की उत्पत्ति आदि से सम्बन्धित आंकड़े अपूर्ण और असन्तोषजनक हैं।

(३) आय, धन, ऋण, व्यय, मजदूरी, मूल्य आदि से सम्बन्धित विषयों के बारे में बहुत कम धंक सामग्री उपलब्ध है। उन्हें प्राप्त करने का व्यवस्थित प्रयत्न न तो सरकार द्वारा किया गया है और न जनता द्वारा।

भारत के सांख्यिकीय संगठन के मुद्धार के विषय में अनेक सुझाव इस समिति ने दिये। उनमें से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) जो भी अंग सामग्री प्राप्त है वह पूर्ण रूप से विश्वसनीय नहीं। इन समंको को अन्य उन्नतिशील देशों की आधुनिक वैज्ञानिक सांख्यिकीय रीतियों के अनुरूप बनाने का प्रयत्न होना चाहिये।

(२) उपज व उत्पादन से सम्बन्धित समंको का संग्रहण होना चाहिये।

(३) कुटीर उद्योगों में प्रयोग किये जाने वाले कच्चे माल तथा उनसे उत्पादित पदार्थों के मूल और गुण के विषय में विस्तृत आंकड़े संकलित किये जाने चाहिये।

(४) बड़े-बड़े उद्योगों में वर्षीय मजदूरी गणना होनी चाहिये।

(५) सरकार को चाहिये कि देश के विभिन्न सांख्यिकीय संगठनों को वैधानिक रूप दे ताकि आवश्यक समंका एकत्रित किये जा सकें।

(६) उद्योगों में काम करने वाले मजदूरों से सम्बन्धित समंका संग्रहित किया जाना चाहिये।

(७) एक केन्द्रीय सांख्यिकीय-विभाग खोला जाना चाहिये जो विभिन्न सरकारी विभागों द्वारा एकत्रित समंको में समन्वय स्थापित कर सके।

इन सुझावों में से अधिकांश सरकार द्वारा स्वीकृत नहीं किये गये। परन्तु जो स्वीकृत किये गये उन्हें तुरन्त कार्यान्वित किया गया।

सन् १९३० में श्रम शाही आयोग (Royal Commission on Labour) ने यह सुझाव दिया कि (क) श्रम सम्बन्धी आंकड़ों का संग्रहण अनिवार्य रूप से किया जाय। (ख) एक ऐसी संस्था बनाई जाय जो कृषि सम्बन्धी अनुसंधान करे तथा कृषि सम्बन्धी समंको के भंडन व प्रकाशन का कार्य करे। फलस्वरूप कृषि अनुसंधान कांसिल (Indian Council of Agricultural Research) की स्थापना हुई और उसमें एक सांख्यिकी विभाग खोला गया।

बाउले राबर्टसन कमेटी (The Bowley Robertson Committee)—

अगस्त सन् १९३३ में भारत सरकार ने डा० ए० एल० बाउले (Dr. A. L. Bowley)

प्रो० थो डी० एच० राबर्टसन (D. H. Robertson) को आमंत्रित किया। डा० वाउले के सभापतित्व में यह समिति भारत की आर्थिक-गणना (Economic Census) करने के उद्देश्य से बनाई गई। समिति इस परिणाम पर पहुँची कि भारतीय आँकड़े विशेषतः शासन-संचालन के लिये जैसे भूमिकर एकत्रित करने, अथवा अकाल आदि के विशेष अवसरों पर एकत्रित हो गये हैं। जन-गणना विदेशी व्यापार में सम्बन्धित समक एकत्रित करने में सरकार ने अवश्य कुछ सचिदियाई है। परिणाम यह हुआ है कि समीक्षा एवं साम-ग्रस्य किये बिना ही कई रूपों में विभिन्न विभागों द्वारा आँकड़े प्रकाशित होते हैं। यद्यपि कुछ विषयों में सावधानी के साथ कार्य किया जा रहा है तथा समको के क्षेत्रों में उनकी विश्वसनीयता की वृद्धि के लिये प्रयत्न किये जा रहे हैं तथापि अन्य क्षेत्रों में समक अपूर्ण, अथवा उत्पन्न करने वाले एवं दोषपूर्ण हैं। समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये :—

(१) एक स्थायी आर्थिक सलाहकारों का कार्यालय (Permanent Economic Advisers Office) स्थापित किया जाय जिसमें एक समक संचालक (Director of Statistics) हो।

(२) केन्द्र व प्रान्तों के लिये वर्तमान सरकारी समको की एकत्र करने की समुचित व्यवस्था होनी चाहिये।

(३) प्रत्येक प्रान्त में एक समक अधिकारी की नियुक्ति की जाय जो प्रांतीय समको में समन्वय स्थापित कर सके।

(४) जन-गणना के साथ-साथ उत्पादन गणना भी की जाय।

अनेक कारणों जिनमें आर्थिक कारण प्रमुख था, इन सुझावों की कार्यान्वित नहीं किया जा सका। मुम्बई के फलस्वरूप १९३८ में भारत के आर्थिक सलाहकार के कार्यालय (Office of the Economic Adviser to the Government of India) की स्थापना हुई।

सन् १९४२ में औद्योगिक समक अधिनियम (The Industrial Statistics Act, 1942) बना। फलस्वरूप औद्योगिक समक संचालक विभाग (Directorate of Industrial Statistics) की स्थापना हुई जो सन् १९४६ से प्रतिवर्ष उत्पादित वस्तुओं की गणना करता है। इसी समय श्रम विभाग (Labour Bureau) ने जो वृद्ध-निर्वाह अध्य निदेशकों की रचना में प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया। इस समय से भारत सरकार के लगभग सभी विभागों ने अपने-से सम्बन्धित समको के संग्रहण, विश्लेषण एवं प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया।

स्वतंत्रता के उपरान्त समको के संग्रहण, विश्लेषण एवं प्रकाशन का कार्य बड़ी तेजी से प्रारम्भ किया गया। कारण यह था कि आर्थिक नियोजन के लिये पर्याप्त मात्रा में विश्वसनीय आँकड़ों की आवश्यकता थी।

सन् १९४८ में सात एवं दृष्टि मन्त्रालय ने अ-उन्नत अर्थशास्त्र एवं आँकड़ों का एक विभाग स्थापित हुआ। वित्त मन्त्रालय की इकाई के रूप में सन् १९४९ में

एक राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) की स्थापना हुई जिसके अध्यक्ष श्री पी० सी० महालनोबिस और सदस्य डा० बी० के० धार० बी० राव एव प्रो० डी० आर० गाडगिल थे। इसका उद्देश्य यह था कि यह देश की राष्ट्रीय आय का अनुमान प्रतिवर्ष लगावे। सन् १९४६ में केन्द्र में एक सांख्यिकीय इकाई की स्थापना इस उद्देश्य से हुई कि वह देश के सांख्यिकीय कार्यवाहियों में समन्वय स्थापित कर सके। कालान्तर में इस संगठन ने केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) का रूप धारण कर लिया। सन् १९४६ में ही जन-गणना और ज-म-मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics) के विभागों की स्थायी विभाग का रूप दे दिया गया। भारत की ग्रन्थ व्यवस्था का सूच्चा रूप जानने के लिये १९५० में राष्ट्रीय न्यादर्श पर्यवेक्षण (National Sample Survey) की स्थापना वित्त मंत्रालय के आधीन की गई। यह विभाग बहुत महत्वपूर्ण कार्य कर रहा है। १९५१ में कलकत्ता में एक अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलन इस उद्देश्य से किया गया कि विभिन्न राष्ट्रों की सामान्य सांख्यिकीय समस्याओं पर विचार विमर्ष किया जाय और उनके समाधान के उपाय ढूँढ़े जाय। १९५१-५२ में प्रखिल भारतीय ग्रामीण सार्वजनिक ऋण सर्वेक्षण (All India Rural Credit Survey) इस उद्देश्य से किया गया कि ग्रामीण ऋण तथा अन्य ग्रामीण वित्त सम्बन्धी समस्याओं का अध्ययन हो।

१९५३ में समक संकलन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना जिसने केन्द्रीय व राज्य सरकारों को यह अधिकार दिया कि वे देश में आर्थिक व वाणिज्य सम्बन्धी समक संकलित करें। १९५६ में प्रखिल भारतीय कृषि-श्रम जाँच (All India Agriculture Labour Enquiry) इस उद्देश्य से की गई कि मजदूरी तथा अन्य समस्याओं के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण सूचनाएँ प्राप्त की जा सकें।

इस समय बहुत सी सरकारी व गैरसरकारी संस्थायें व विभाग समक संकलन के क्षेत्र में महत्वपूर्ण कार्य कर रहे हैं। विभिन्न मंत्रालयों द्वारा सम्बन्धित समक संकलित एवं प्रकाशित किये जाते हैं। राज्य के स्तर पर भी प्रत्येक मन्त्रालय अपने क्षेत्र से सम्बन्धित समक एकत्रित करते हैं। प्रत्येक मन्त्रालय में एक सांख्यिकीय विभाग है। कलकत्ता की सांख्यिकीय संस्था (Statistical Institute) तथा दिल्ली के भारतीय कृषि-अनुसन्धान परिषद (Indian Council of Agricultural Research) सांख्यिकी में अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण की सुविधायें प्रदान करते हैं। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि समकों का संकलन स्वतन्त्र भारत में एक महत्वपूर्ण स्थान प्राप्त कर गया है। समकों के मासिक, वार्षिक एवं प्रकाशन कार्य के क्षेत्र में केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन सहायनीय कार्य कर रहा है। इस संगठन के प्रमुख कार्य निम्न हैं :—

(१) यह केन्द्रीय तथा राज्य की सांख्यिकीय क्रियाओं में समन्वय स्थापित करता है।

(२) यह सरकार को तथा सरकारी विभाग एवं संस्थाओं को आवश्यक परामर्श देता है।

(३) यह साहित्यिकीय कार्यक्रमों को प्रवर्धन की व्यवस्था करता है।

(४) यह विभिन्न साहित्यिकीय इकाईयों की प्रभाव, नाप व परिभाषा निश्चित करता है ताकि अनुसंधान में एकरूपता रहे।

(५) व्यापक नियोजन से सम्बन्धित साहित्यिकीय कार्यों को करता है।

(६) यह घनेष महत्वपूर्ण प्रकाशन करता है।

(७) यह साहित्यिकीय चिन्ता तथा वि-दुर्गतों की रचना एवं प्रदर्शन करता है।

(८) यह अन्तराष्ट्रीय संस्थाओं को भारतीय समक प्रदान करता है।

(९) यह अन्तराष्ट्रीय साहित्यिकीय सम्मेलन से सम्बन्धित कार्य करता है।

### साहित्यिकीय सामग्री और राज्य

साहित्यिकीय सामग्री के संकलन में राज्य महत्वपूर्ण कार्य करता है। इससे निम्न कारण हैं :—

(१) अपार साधन—राज्य के साधन अपार होते हैं। उसे धन, धम आदि सभी उपलब्धता से मिल सकता है।

(२) असीमित शक्ति—राज्य विधान का साधन लेकर समर्थों का संकलन वसुधैव कुटुम्बक भी करा सकता है और उसे वैधानिक रूप दे सकता है।

(३) विश्वव्यापी—राज्य द्वारा संकलित समर्थ प्रायः विश्वव्यापी होते हैं क्योंकि उनका राष्ट्रीय महत्व होने के कारण संकलन में निष्पक्षता की मांग होती है।

(४) विरोधों की सेवाएँ—राज्य अन्य राज्यों से सम्पर्क स्थापित करके विरोधों की सेवाएँ प्राप्त कर सकता है।

(५) जनता का सहयोग—यदि राज्य जन-सन्ध्या का उद्देश्य रतकर चलता है तो यह समस्त संकलन में जनता का पूर्ण सहयोग प्राप्त कर सकता है जो बहुत ही आवश्यक है।

(६) प्रवर्धन की व्यवस्था—राज्य कर्मचारियों के प्रवर्धन की पूर्ण व्यवस्था कर सकता है। वह विदेशों में भी कर्मचारियों को प्रवर्धन के सिधे भेज सकता है।

### समर्थों में सम्बन्धित राज्य के कार्य

समर्थों के संवर्धन व विरोध में राज्य निम्न प्रकार से सहायता कर सकता है :—

(१) विधान द्वारा साम्यता—राज्य विधान बनाकर समर्थों के संकलन को वैधानिक रूप दे सकता है।

(२) विभिन्न विभागों द्वारा सकलन—राज्य के विभिन्न विभाग होते हैं। वह इन विभागों द्वारा विभिन्न प्रकार के आंकड़े एकत्रित करवा सकता है।

(३) प्रचार—राज्य समाचार-पत्र, रिपोर्टों, रेडियो आदि कई प्रकार से आंकड़ा का प्रचार करा सकता है।

(४) समन्वय—राज्य विभिन्न प्रकार के समक का समन्वय करता है ताकि वे अधिक विद्वत्सन्धोय एवं उपयोगी हो सकें।

(५) दबाव—राज्य किसी भी व्यक्ति या संस्था पर इस बात के लिये दबाव डाल सकता है कि वे अनुकूल प्रकार की सूचनाएँ दें।

(६) आर्थिक सहायता—राज्य संस्थाओं या व्यक्तियों को आर्थिक सहायता प्रदान करके समक का सकलन, विश्लेषण या प्रकाशन करा सकता है।

(७) विशेषज्ञों की सेवाएँ—राज्य विशेषज्ञों की सेवाओं की व्यवस्था कर सकता है।

(८) प्रशिक्षण की उचित व्यवस्था—राज्य गणकों या कर्मचारियों के प्रशिक्षण की समुचित व्यवस्था करके समक सकलन के कार्य में महत्वपूर्ण योग दे सकता है।

(९) अन्तर्राष्ट्रीय सहयोग—राज्य इस दिशा में अन्य राष्ट्रों या विदेशी संस्थाओं का सहयोग प्राप्त करके समक सकलन के कार्य का प्रमापीकरण कर सकता है।

**भारत में सांख्यिकीय संगठन (Statistical Organization in India)**

शासन की मुखिया के लिये भारतीय संविधान ने विभिन्न विषयों की तीन वर्गों में बाँटा है :—

(क) केन्द्र के आधीन—ये विषय पूर्णतः केन्द्रीय सरकार के आधीन हैं और केन्द्रीय सरकार ही उनके विषय में नियम बना सकती है। ये विषय निम्न हैं :—

सुरक्षा, रेल्वे, पोस्ट व टेलीग्राफ, विदेशी व्यापार, जन-संख्या, मुद्रा एवं अधिकोपण, आयकर आदि।

(ख) राज्य के आधीन—ये विषय राज्य के आधीन होते हैं। ये विषय निम्न हैं :—

जन-स्वास्थ्य, कृषि, पशु, सिंचाई, जंगल, राज्य-कर आदि।

(ग) दोनों के आधीन—कुछ ऐसे विषय हैं जो केन्द्र व राज्य दोनों के आधीन होते हैं। ये निम्न हैं :—

जन्म-मरण सम्बन्धी समक, सामाजिक एवं आर्थिक नियोजन, प्रौद्योगिक एवं श्रम संघर्ष, सामाजिक बीमा, उद्योग, थम कल्याण, मूल्य-नियंत्रण, आदि।

**केन्द्र में सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization at the Centre)**

राज्य केन्द्र में बहुत सी सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जो समक सकलन एवं विश्लेषण का कार्य करती हैं। प्रत्येक मन्त्रालय में कम से कम एक सांख्यिकीय इकाई

तो प्रयत्न है। कहीं-कहीं पर अधिक इकाइयाँ भी हैं। इन सांख्यिकीय इकाइयों के द्वारा ये मन्त्रालय समको के सग्रहण एवं विश्लेषण का कार्य करते हैं। इस प्रकार केन्द्र में अनुमानतः ८७ सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें कुल लगभग ५८०० कर्मचारी हैं और जिनका वार्षिक आय-व्यय लगभग १६८ लाख रुपया होता है। साथ एवं कृषि मन्त्रालय के अन्तर्गत सबसे अधिक सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनकी संख्या १६ है। रेलवे मन्त्रालय में १४, गुरुदा में ८ और उद्योग एवं वाणिज्य में ७ हैं। इनमें से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) साथ एवं कृषि मन्त्रालय—इसमें निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) अर्थ एवं समाज विभाग (Directorate of Economics & Statistics)

(ख) विपणन एवं निरीक्षण विभाग (Directorate of Marketing & Inspection)

(ग) शक्कर एवं वनस्पति विभाग (Directorate of Sugar & Vanaspathi)

(घ) भारतीय कृषि अनुसंधान संस्था (Indian Council of Agricultural Research)

(ङ) वन अनुसंधान संस्था, देहरादून (Forest Research Institute, Dehra Dun)

(च) केन्द्रीय ट्रैक्टर संगठन (Central Tractor Organization)

(छ) केन्द्रीय समुद्री मत्स्य अनुसंधान केन्द्र मन्दापाम (Central Marine Fisheries Research Station, Mandapam)

(ज) केन्द्रीय चावल अनुसंधान संस्था, कटक (Central Rice Research Institute, Cuttack)

(२) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय (Ministry of Commerce & Industry)—इस मन्त्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) व्यावसायिक ज्ञान एवं समंक विभाग कलकत्ता (The Department of Commercial Intelligence & Statistics, Calcutta)

(ख) भारतीय सरकार के आर्थिक सलाहकार का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Economic Adviser to the Govt of India, New Delhi)

(ग) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय का विकास विभाग, नई दिल्ली (Development Wing of Ministry of Commerce & Industry, New Delhi)

(घ) सानु उद्योगों का सांख्यिकीय विभाग, नई दिल्ली (Statistical Section, Small Scale Industries, New Delhi)

(ङ) औद्योगिक समंक विभाग, नई दिल्ली (Directorate of Industrial Statistics, New Delhi)

(च) लोह एवं इस्पात नियन्त्रण का सांख्यिकीय विभाग, कलकत्ता (Statistical Section of the Iron & Steel Control, Calcutta)

(छ) आयात-निर्यात नियन्त्रणकर्ता का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Controller of Imports & Export, New Delhi)

(३) वित्त मन्त्रालय (Ministry of Finance)—इस मन्त्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) राष्ट्रीय आय इकाई (National Income Unit)

(ख) राष्ट्रीय न्यायन अनुसंधान (Directorate of National Sample Survey)

(ग) प्रमंडल अपिनियम प्रशासन विभाग, नई दिल्ली (Department of Company Law Administration, New Delhi)

(घ) समंक एवं ज्ञान शाखा (Statistics & Intelligence Branch)

(ङ) रिजर्व बैंक का अनुसंधान विभाग (Research Section of the Reserve Bank of India)

(च) आर्थिक सलाहकार का कार्यालय (Office of Economic Adviser)

(४) श्रम, रोजगार एवं निधोजन मंत्रालय (The Ministry of Labour, Employment & Planning)—इस मंत्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) श्रम कार्यालय, शिमला (Labour Bureau, Simla)

(ख) पुनर्वास एवं रोजगार के संवातक का कार्यालय (Office of the Director-General of the Resettlement & Employment)

(ग) खान विभाग की सांख्यिकीय इकाई (Statistical Unit, Department of Mines)

(घ) कृषि-श्रम अनुसंधान शाखा (Agricultural Labour Enquiry Branch)

(५) गृह-मंत्रालय (Ministry of Home Affairs)—इस मंत्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाई हैं :—

जनगणना आयुक्त तथा रजिस्ट्रार जनरल का कार्यालय (Office of the Census Commissioner and Registrar General of India)

(६) केन्द्रीय सचिवालय (Central Secretariat)—इसका प्रमुख सांख्यिकीय विभाग केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) है।

## राज्यों में सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization in States)

स्वतंत्रता के उपरान्त राज्यों में भी सांख्यिकीय संगठनों का विकास हुआ है। राज्यों में विशेषतः उन विषयों से सम्बन्धित सांख्यिकीय संगठनों की इकाइयाँ मिलती हैं जो राज्य प्रशासन के अंतर्गत आते हैं। वेते राज्यों में सांख्यिकीय संगठनों का विकास अव्यवस्थित रूप में बिना किसी योजना के हुआ है। सन् १९४६ में प्रेसीडेंसी समिति के सुझाव के फलस्वरूप अधिराज्य राज्यों में सांख्यिकीय ब्यूरो (Statistical Bureaus) की स्थापना हुई। वे संगठन राज्यों के विभिन्न विभागों द्वारा तैयार की गई सूचनाओं को संकलित करते हैं तथा राज्य के लिए समक प्रकाशित करते हैं। अनुमानित राज्यों में कुल संलग्न ११० सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें लगभग २८०० व्यक्ति कार्य करते हैं।

## भारत में सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण (Classification of Statistical data in India)

भारत में वर्गीकृत सांख्यिकीय सामग्री का हम निम्न वर्गीकरण करेंगे —

- (१) जन संख्या सम्बन्धी समक (Population Statistics)
- (२) कृषि सम्बन्धी समक (Agricultural Statistics)
- (३) व्यापार सम्बन्धी समक (Trade Statistics)
- (४) राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समक (National Income Statistics)
- (५) औद्योगिक समक (Industrial Statistics)
- (६) श्रम समक (Labour Statistics)
- (७) मूल्य समक (Price Statistics)
- (८) भारतीय निर्देशांक (Indian Index Numbers)
- (९) वित्त सम्बन्धी समक (Financial Statistics)

इसमें कुछ प्रमुख का विस्तृत विवेचन आगे यथा स्थान किया जायेगा।

## जन-सांख्यिकीय सम्बन्धी समक (Population Statistics)

भारत में बहुत प्राचीन काल से जन संख्या सम्बन्धी सांख्यिकी एकत्रित किये जाते रहे हैं। बौद्धिक के अर्थशास्त्र में इसका पर्याप्त उल्लेख मिलता है। परन्तु उन दिनों जन गणना का उद्देश्य आर्थिक या सामाजिक न होकर शैव शक्ति व श्रम शक्ति का अनुमान लगाना था। पहले जन गणना में व्यक्तियों की आयु, लिंग, पेशा आदि सम्बन्धी सूचनाएँ ही एकत्रित की जाती थीं। परन्तु जैसे जैसे राज्य का क्षेत्र व्यापक होता गया जैसे जैसे जन गणना का क्षेत्र भी विस्तृत होता गया। साम्राज्यवादी सरकारों व जन रक्षक राज्यों की स्थापना के साथ साथ जन गणना के साथ एकत्रित की जाने वाली सूचनाओं की प्रकृति में भी परिवर्तन हुआ तथा व्यापकता का समावेश हुआ। प्राचिनक समय में भारत की जन गणना राष्ट्रीय स्तर का सबसे बड़ा और महत्वपूर्ण सांख्यिकीय सङ्कलन है।



जनसंख्या सम्बन्धी आंकड़ों की उपयोगिता—जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों की प्रमुख उपयोगिताये निम्न हैं :—

(१) आर्थिक दृष्टिकोण से—जनसंख्या सम्बन्धी आंकड़ों की आर्थिक दृष्टिकोण से बड़ी उपयोगिता है। जन-संख्या की वृद्धि की दर द्वारा वह अनुमान किया जा सकता है कि कब जन-संख्या लगभग कितनी होगी तथा उसके लिए कितना धन या वस्त्र की आवश्यकता होगी। इसी प्रकार मृत्यु दर, प्रति मील जन-संख्या की घनता, जेरोजगारों का प्रतिशत आदि के आधार पर हमारी राष्ट्रीय नीतियों का निर्धारण होता है जैसे कितना कर लगाया जाय, शिक्षा व स्वास्थ्य पर कितना खर्च किया जाय, निवास-स्थान की क्या व्यवस्था किस प्रकार की जाय ? जन-संख्या सम्बन्धी सूचनाओं व विभिन्न उद्योगों पर निर्भर करने वाले लोगों की संख्या आदि की सहायता से अनेक आर्थिक समस्याओं का समाधान किया जाता है। व्यापारिक उन्नति, विज्ञापन सम्बन्धी नीति, उद्योगों का विस्तार, राष्ट्रीय धन का वितरण आदि जन-संख्या के घनत्व पर ही निर्भर करते हैं। शिक्षा, उद्योग, गृह-निर्माण आदि के सम्बन्ध में राष्ट्रीय नीति प्रदान के लिये जन्म व मृत्यु सम्बन्धी आंकड़ों का होना अनिवार्य है। अर्थशास्त्री जन-संख्या सम्बन्धी प्रवृत्ति का सूक्ष्म अध्ययन करके पता लगाता है कि जन-संख्या व खाद्य पदार्थों की उत्पत्ति में क्या सम्बन्ध है तथा नगरों की बढ़ती हुई जन-संख्या तथा गाँवों की हस्तकारी की प्रवृत्ति किस दशा में तथा कितने अंशों में सह-सम्बन्धित है ? शिक्षा की उन्नति का सामोला पेशों मुख्यतः कृषि पर क्या प्रभाव पड़ा है ? व्यापारियों के लिये भी जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों का व्यावहारिक महत्व है। इससे उन्हें यह पता चलता है कि कहीं धनी आबादी है और कहीं कम। धनी आबादी के स्थानों पर वह अपनी वस्तुओं की अधिक बिक्री की आशा कर सकता है। शिक्षा एवं पेशों के द्वारा व्यापारियों को पता चलता है कि किस भू-भाग में धनी लोग बसते हैं तथा किस भू-भाग में मध्यम श्रेणी के और किस भू-भाग में गरीब ? इसी के अनुसार वह अपनी वस्तुओं को बेचने की व्यवस्था करता है अर्थात् धनी व्यक्तियों की बस्ती में अधिक आराम व विलास की वस्तुयें तथा मध्यम व गरीब लोगों की बस्ती में कम आराम की तथा आवश्यकता की वस्तुयें बेचने का प्रबन्ध करता है। इसी प्रकार से जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों का महत्व उद्योगपतियों व यातायात के साधनों अर्थात् रेलवे व मोटर कम्पनियों के लिये भी बहुत है। जन-संख्या के अधिक घनत्व वाले स्थानों पर ही यातायात के साधन सफलतापूर्वक चल सकते हैं। बीमा कम्पनियाँ इनही आंकड़ों के आधार पर अपनी मृत्यु सारणियों (Mortality Tables) का निर्माण करती हैं तथा प्रव्याज दर (Rate of Premium) निर्दिष्ट करती हैं।

सामाजिक दृष्टिकोण से—जन-संख्या सम्बन्धी आंकड़ों की उपयोगिता केवल आर्थिक दृष्टिकोण से ही नहीं बल्कि सामाजिक दृष्टिकोण से भी है। बाल-बिवाह,

सती प्रथा, विधवाग्नि की वृद्धि या कमी, प्रत्यक्ष करने वालों की समस्या, भिकारियों की सहायता आदि का अनुमान सगता है और इन सामाजिक गुरीतियों के दूर करने में ये मांकड़े बड़े सहायक होने हैं। ज म मरण सम्बन्धी मांकड़ों के द्वारा णिगु मृत्यु का अनुमान लगाया जा सकता है। परिवार भयुक्त है या व्यक्तिगत उस विषय में सूचनाएँ मिलती हैं जिसके आधार पर सामाजिक ढाँच का अनुमान होता है। इसी प्रकार भाषा, धर्म, निग आदि से सम्बन्धित सूचनाओं के आधार पर समाज का सच्चा चित्र प्रस्तुत होता है जिसकी सहायता से अनेक महत्वपूर्ण निष्पन्न निकाले जाते हैं और अनुसंधान किये जाते हैं।

(३) राजनैतिक दृष्टिकोण से—जन सख्या सम्बन्धी मांकड़ों का राजनैतिक दृष्टि से भी बहुत महत्व है। इसी के आधार पर ससद या विधान सभाओं के निर्वाचन के क्षेत्र निर्दिष्ट किये जाते हैं। भाषा के आधार पर ही भाषावार प्रांत बनाये गये थे। इसी प्रकार इन मांकड़ों की सहायता से ही अनुसूचित जातियों आदि की सहायता सम्बन्धी सूचनाएँ मिलती हैं और सरकार उनसे सम्बन्धित नीति का निर्धारण करती है। इन सूचनाओं के आधार पर अनुसूचित जातियों की प्रतिनिधित्व दिया जाता है। जन सख्या के आधार पर ही नगरों में नगरपालिकाएँ या नगर निगम आदि बनाये जाते हैं। नगरों से सम्बन्धित सरकार की बहुत सी नीतियाँ जन सख्या पर ही आधारित होती हैं क्योंकि जन सख्या के ही आधार पर नगरों को 'अ' या 'ब' आदि के दर्जे दिये जाते हैं।

### जनसंख्या सम्बन्धी समक

भारत में जनसंख्या सम्बन्धी समक निम्न दो वर्गों में बाँटे जा सकते हैं —

(१) जन गणना (Population Census)

(२) ज म मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics)

भारत में १८७२ ई० में सबसे प्रथम जनगणना का प्रयास हुआ परन्तु सारे देश में कार्य पद्धति की एकपत्ता के अभाव में यह प्रयास विफल रहा। देशव्यापी सबसे पहली जन गणना सन् १८८१ में हुई। उसके बाद प्रति दस दस वर्षों पर यह जन गणना होने लगी। १८८१ व १८८८ ई० की जन गणनाओं में निम्न विषयों से सम्बन्धित महत्वपूर्ण षण्य एकत्रित किये गये —

(१) घनत्व, नागरिक व ग्रामीण जनता एवं नियास स्थान की रण के अनुसार जनसंख्या का वितरण

(२) एक स्थान से दूसरे स्थान की प्रस्था (Migration)

(३) रण

(४) जनसंख्या का जातीय वितरण (Racial Distribution)

(५) निराश एवं धर्म

(६) सारम्य सम्बन्धी दोष (Physical deformities)

(७) स्त्री या पुष्प

(८) सामाजिक दशा ।

१९०१ में पेशे व जीविका पर अधिक ध्यान दिया गया । १९०१ में ऊपर के विषयो के प्रतिरिक्त उद्योग सम्बन्धी गणना भी की गयी । एक नया वर्गीकरण किया गया जिसमें शहरी व ग्रामीण पेशे, वच्ची वस्तुधो का उत्पादन आदि सूचनावर्गों की बढ़ा दिया गया । १९२१ में पेशे, जाति और राष्ट्रीयता के सम्बन्ध में अधिक सूचनावर्ग प्राप्त की गयी । १९३१ में अनुसन्धान का क्षेत्र कुछ और भी बढ़ा और पेशे, जाति, धर्म, वर्ण, शिक्षा, भाषा आदि पर अधिक ध्यान दिया गया । यह सातवीं जन-गणना थी ।

सन् १९४१ की जन-गणना में कुछ महत्वपूर्ण परिवर्तन हुये । इनमें से विशेषरूप से निम्न हैं :—

(१) कालिक सिद्धान्त का प्रयोग—पहले जन-गणना एक प्राची रात में होती थी परन्तु इस बार इस नियम का परिहारा करके कालिक सिद्धान्त (Period System) का प्रयोग किया गया । १९३१ तक एक चाँदनी रात में जन-गणना होती थी । फलस्वरूप सुदृढता की जाँच न हो पाती थी तथा बहुत से गणकी की आवश्यकता पड़ती थी । १९४१ में इस कार्य के लिये ६ दिन का समय दिया गया ।

(२) निम्न स्थान पर गणना—१९३१ की जन-गणना तक एक व्यक्ति जहाँ पाया जाता था नहीं गिना जाता था । इस बार प्रत्येक व्यक्ति अपने सामान्यतः सदा रहने वाले स्थान पर गिना गया ।

(३) पर्वी विधि का प्रयोग—पहले प्रश्नावलियों पर सूचनावर्ग भरकर फिर पश्चिमी पर उत्तरते थे और सब सारणी बनाने थे । इस वर्ष प्रश्नावलियों को समाप्त करके सूचनावर्ग सीधे पश्चिमी पर भरी गई ।

(४) दैव निदर्शन सर्वेक्षण (Random Sample Survey)—१९४१ में एक नया कार्य यह किया गया कि सम्पूर्ण पश्चिमी का  $\frac{1}{10}$  भाग न्यादर्श के रूप में लिया गया । इसका यह उद्देश्य था कि जन-गणना के लेखों (Record) और जन-गणना की दशा में न्यादर्श के पत्तों के बीच सह-सम्बन्ध स्थापित किया जाय । पर इससे कोई संतोषजनक फल न निकला क्योंकि सारे देश में दैव-निदर्शन में एकरूपता न थी ।

(५) गृह सूची में वृद्धि—मकानों की सूची को बढ़ाया गया । परिवार के सदस्यों की भीसत संख्या, स्त्री पुरुषों की संख्या का अनुपात, सदस्यों का आयु वर्गों में वितरण आदि सूचनावर्गों एकीकृत की गई ।

(६) चिन्हों का प्रयोग—इस बार कई प्रकार के चिन्हों का प्रयोग हुआ । कितने प्रकार की सूचनावर्ग संकेतों में एकीकृत की गई ।

(७) यांत्रिक सारणीयन—जनगणना कार्य में सर्वप्रथम (Mechanical Tabulation) का प्रयोग हुआ ।

(द) अन्य सूचनायें—सूचनाओं से सम्बन्धित एक उत्प्रेरणीय परिवर्तन यह हुआ कि प्रथम दृष्टि के जन्म पर माँ की आसु और नून बच्चों की सहायता लिखी गई।

(६) छपाई का केन्द्रीयकरण—छपाई का काम एक स्थान पर केन्द्रित किया गया।

सन् १९५१ की जनगणना

इस जनगणना की परिस्थितियाँ पहले की अपेक्षा कुछ भौतिक रूप से परिवर्तित थीं। परिस्थितियों में मुख्यतः निम्न विशेष परिवर्तन हुये थे :—

(१) देश स्वतन्त्र हो चुका था।

(२) देश का विभाजन हो चुका था। पत्र-स्वल्प दूर के बहुत व्यक्ति उपर चले गये और उपर के दूर भा गये थे।

वास्तव में यह स्वतन्त्र भारत की पहली जनगणना थी और देश के पुन-निर्माण के लिये इसका भारी महत्व था। अनेक प्रकार की आर्थिक व सामाजिक समस्याओं के समाधान के लिये इन आँकड़ों की बहुत आवश्यकता थी। इस जनगणना में राष्ट्रीय सरकार ने विशेष उरसाह दिया था और यह उद्देश्य सम्मुख रखा कि राष्ट्रीय नियोजन के लिये आवश्यक सामग्री और बहुमुख्य सूचनायें एकत्रित की जायें। इस गणना की अवधि ६ फरवरी, १९५१ के मध्योदय से प्रारम्भ हो कर १ मार्च १९५१ के मध्योदय तक थी। गणकों (Enumerators) ने घर-घर जाकर गणना की।

१९५१ की जनगणना में निम्न सूचनायें संग्रहीत की गई थीं :—

(१) व्यक्ति का नाम व कुटुम्ब के वर्त्ता से उगका सम्बन्ध।

(२) (म) राष्ट्रीयता (घ) धर्म (स) वर्ग।

(३) नागरिक अवस्था—विवाहित, अविवाहित, विधवा।

(४) आयु।

(५) जन्म स्थान।

(६) विस्थापित होने के सम्बन्ध में सूचनायें :—

(म) पाकिस्तान से आने की तिथि (घ) पाकिस्तान से आने वाले जिले का नाम।

(७) मातृभाषा।

(८) दूसरी भाषा।

(९) आर्थिक स्थिति :—

(म) आरथ निर्भर (घ) न बसाने वाले आर्थिक (न) बसाने वाले आर्थिक (द) धन्य का मालिक या कर्मचारी या स्वतन्त्र कार्य करने वाला।

(१०) जीविका के मुख्य साधन निम्न वर्गों में :—

(घ) जो अपनी भूमि पर मेनी करते हैं।

(घ) जो दूसरों की भूमि पर खेती करते हैं।

(न) जो दूसरों की भूमि पर नगहरी करते हैं।

(द) जो दूसरों से अपनी भूमि जीतने के लिये निराशा पाते हैं।

(११) जोधिका के गौड साधन।

(१२) शिवा।

(१३) बेवारी।

(१४) लिंग।

उपरोक्त निदररा में स्पष्ट है कि जनसंख्या से साधन के कम जनसंख्या से ही नहीं है बल्कि अनेक प्रकार की ऐसी आवश्यक सूचनाओं की संग्रह करने से है जिनका आर्थिक, सामाजिक तथा राजनैतिक दृष्टिकोणों से दृढ़ महत्व है। देश में आर्थिक नियोजन इन्हीं सूचनाओं के आधार पर सम्भव है। इन आँकड़ों की सहायता से अनेक प्रकार की सामाजिक गुरीतियों, उदाहरणार्थ—बालविवाह, विरवा-उपस्था आदि के निदररा के लिये बहाने उठाया जा सकता है। बेरोजगारी के आँकड़ों की सहायता से बेरोजगारी की समस्या की गम्भीरता का अनुमान लगाया जा सकता है तथा उसे दूर करने के यथोचित उपाय कार्यान्वित किये जा सकते हैं। विदेश वर्गों—मुख्यतः न्यून एवं पिछड़ी जातियों की संस्था के अनुपात में उनके लिये पारिवारिक, व्यवस्थापिका-सभाओं तथा नौकरियों में सीटें सुरक्षित की जा सकती हैं। जापानों सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से जापान सम्बन्धी प्रान्तों की भाँति पर विचार किया जा सकता है तथा आर्थिक जापानों निश्चित की जा सकती हैं। शिक्षा सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से शिक्षा पद्धति के सुधार के लिये योजनाएँ बनायी जा सकती हैं तथा उन्हें कार्य रूप में परिणित किया जा सकता है कि किस देश में अधिक व्यक्तियों के होने से देश की आर्थिक उत्पत्ति सम्भव है तथा किस देश में लोगों के रहने की आवश्यकता है।

११५१ की जनसंख्या की निम्न विशेषताएँ थीं :—

(१) ११५१ की जनसंख्या में जाति व जनजाति के अनुपात करना की गयी थी। इस दार इसे समाप्त कर दिया गया और जनसंख्या की आर्थिक विशेषताओं की ओर ध्यान दिया गया।

(२) पूरी जनसंख्या की जीविकोपार्जन के दो मुख्य भागों—कृषि करने वाले वर्ग तथा कृषि न करने वाले वर्ग में बाँट दिया गया। जीविकोपार्जन के मुख्य और गौड साधनों का भी लेखा किया गया। कृषि करने वाले और कृषि न करने वाले वर्गों के भी निम्न ८ भाग किये गये :—

कृषि करने वाले वर्ग—(१) पूर्ण रूप से अपना अधिकांश रूप से अपनी ही भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(२) पूर्ण रूप से अपना अधिकांश रूप से अन्य की भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(३) कृषि अधिक तथा उन पर आश्रित व्यक्ति ।

(४) कृषि न करने वाले भूमि के मालिक, कृषि सम्बन्धी लगान पाने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति ।

कृषि न करने वाला वर्ग—ऐसे व्यक्ति तथा उनके आश्रित जो निम्न साधनों से जीविकोपार्जन करते हैं :—

(१) कृषि के अतिरिक्त किसी अन्य उत्पादन द्वारा ।

(२) व्यापार ।

(३) यातायात ।

(४) अन्य सेवायें तथा विभिन्न साधन ।

(३) इससे पहले प्रतिशत परिवर्तन (Percentage Variation) निकाला जाता था परन्तु इस बार माध्य दश-वर्षीय विकास दर (The Mean Decennial Growth rate) निकाला गया ।

(४) जनगणना की सरवा की छुट्टा दैन-निदर्शन (Random Sampling) रीति के द्वारा जांच की गयी और इससे पता चला कि प्रति १००० व्यक्तियों की गणना में लगभग ११ व्यक्ति छूट गये ।

(५) घर (House) और परिवार (Household) में प्रथम बार अंतर स्थापित किया गया । परिवार (Household) का तात्पर्य ऐसे व्यक्तियों के समूह से था जो एक साथ रहते हों, एक साथ भोजन करते हों । इस प्रकार एक घर में बहुत सी गृहस्थियाँ (Household) हो सकती हैं ।

(६) सारणीयन की एक अन्य पद्धति प्रयोग में लाई गयी । प्रत्येक व्यक्ति के मुख्य और गौड़ जीविकोपार्जन के साधन के आधार पर समूह की हुई संख्याओं को बाँटा गया । इससे जनसंख्या प्रत्येक गाँव या नगर के लिये जीविकोपार्जन के आधार पर ८ भागों में विभक्त हो गयी ।

(७) उत्तर-प्रदेश में बेरोजगारी के विषय में भी सूचनाएँ एकत्रित की गयीं ।

(८) गणना वास्तविक (De facto) तथा वैध (De jure) निवास स्थान के आधार पर की गयी तथा पहले की तरह प्रथम बच्चे के जन्म के समय माँ की आयु का सेला नहीं किया गया ।

१९५१ की जनगणना से निम्न प्रमुख तथ्यों का पता चला :—

(१) देश में ८४.८८% हिन्दू, १८.८३% मुसलमान, २.३% ईसाई, १.७४% सिक्ख, ४.५% जैन, ०.६% बौद्ध, ०.५३% अन्य हैं ।

(२) १९४१-५१ में प्रति सहस्र जन्म दर ४० और मृत्यु दर २३ थी ।

(३) भारत में ४२.८% मानाएँ ऐसी हैं जिनकी तीन या तीन से अधिक मन्तानें हैं जबकि संयुक्त-राष्ट्र अमेरिका में ये १६.२%, इंग्लैण्ड में १४.३% हैं ।

(४) इस जनगणना से पता चला कि देश में जन्म-दर को रोकने की बड़ी आवश्यकता है।

(५) देश में मिश्रित परिवार की व्यवस्था (Joint Family System) धीरे-धीरे समाप्त होती चली जा रही है और परिवार का आकार प्रतिदिन छोटा होता चला जा रहा है। गाँव में प्रति तीसरे परिवार में तीन या तीन से कम व्यक्ति मिलते हैं।

(६) जहाँ तक देश में विवाह का प्रश्न है दो पुरुषों में से लगभग एक अविवाहित और पाँच स्त्रियों में से लगभग दो अविवाहित हैं।

(७) भारतीय संघ (सिक्किम और जम्मू व काश्मीर के अनुमानों को सम्मिलित करते हुये) की कुल जनसंख्या ३६.१२ करोड़ थी। सन् १९०१ में देश की कुल जनसंख्या २३.८४ करोड़ थी। स्पष्ट विदित है कि गत ५० वर्षों में हमारे देश की जनसंख्या डेढ़ गुनी हो गई है।

(८) १९५१ में संसार की अनुमानित जनसंख्या २४० करोड़ थी। इस प्रकार संसार की आबादी का लगभग १/७ भाग भारत में है।

(९) भारतीय संघ के २८ राज्यों में उत्तर प्रदेश की जनसंख्या सबसे अधिक अर्थात् ६.३२ करोड़ है। आन्ध्र को सम्मिलित करते हुये मद्रास दूसरे नम्बर पर है अर्थात् ५.७ करोड़ और बिहार तीसरे पर अर्थात् ४ करोड़।

(१०) मोटे तौर पर लगभग ७०% जनसंख्या कृषक और ८३% ग्रामीण थी।

(११) देश की जनसंख्या का घनत्व ३०३ व्यक्ति प्रति वर्ग मील था। राज्यों में यह सबसे अधिक देहली में था अर्थात् ३०२७ व्यक्ति प्रति वर्ग मील और ट्रावन्कोर कोचीन में १०१५, पश्चिमी बंगाल में ८०६, बिहार में ५७२ और उत्तर प्रदेश में ५५७।

(१२) १९४१ की अपेक्षा १९५१ में प्रतिशत वृद्धि सबसे अधिक देहली में अर्थात् ६०% थी, कर्ग में ३५.५% और त्रिपुरा में २३.७% थी।

(१३) पुरुषों की कुल संख्या स्त्रियों की कुल संख्या से लगभग १ करोड़ अधिक थी।

(१४) शहरों में सबसे अधिक आबादी बम्बई की २८.४ लाख, कलकत्ता २५.५ लाख तथा मद्रास १४.२ लाख थी।

(१५) ऐसे नगरों की संख्या जिनकी आबादी १ लाख या ऊपर थी १९४१ में ४८ थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार ७५ हो गई।

(१६) उत्तर प्रदेश में सब राज्यों से अधिक शहर अर्थात् १६ हैं। मासाम, पेप्पू, कर्ग, हिमाचल प्रदेश, अंडमान निकोबार आदि में कोई शहर नहीं है।

(१७) लगभग ७४.७ लाख व्यक्ति पाकिस्तान से भारत में आये।

(१८) जनगणना के कार्यक्रमों की सत्या लगभग ६ लाख थी। भारत सरकार द्वारा पूरा खर्च डेढ़ करोड़ का अनुमान किया जाता है अर्थात् यह लगभग ४१ व० १२ आ० प्रति हजार व्यक्ति होता है।

सन् १९६१ की जनगणना

सन् १९६१ की जनगणना भारत की दसवीं जनगणना थी। यह जनगणना लगभग तीन सप्ताह (१९६१ की १० फरवरी से ३ मार्च तक) में पूरा हुई। इस जनगणना में जम्मू और काश्मीर तथा अन्य हिमाच्छादित भाग शामिल किए गये। यह जनगणना अधिनियम सन् १९४८ द्वारा संचालित व नियन्त्रित की गयी।

१९६१ की जनगणना करने की प्रमुखी का सूचना

श्रीवकीय

सन् १९६१

(पानोड कीड न०—)

१—(क) नाम—

१—(ख) जन्म तिथि— २—दिने कम दिन 

३—वैवाहिक स्थिति— ४—(ग) जन्मस्थान—

५—(घ) जन्म नो/न०  ६—(घ) पालन पोषण स्थिति 

७—(क) राष्ट्रीयता— ८—(ख) धर्म—


९—(ग) पेशा/उद्योग ज० आ०— १०—सामान्य उद्योग—

११—(क) प्रमुख भाषा— १२—(ख) अन्य भाषा (यदि)—

१३—परिचयपत्र— १४—परिचयपत्र नमूना—

१५—परिचयपत्र का उपयोग—

(क) नाम का स्थान— (ख) यदि मौजूद—

(क) वैवाहिक स्थिति का स्थान— 

(क) नाम का स्थान— (ख) जन्म का स्थान— (ग) नाम का स्थान का स्थान—

१६—१८ से १९ की आयु का स्थान—

(क) पालन पोषण का स्थान— 

१७—१९ से २० की आयु का स्थान—

(क) पालन पोषण का स्थान— 

१८—१९



स्थानीय तथा राज्य अधिकारियों के सहयोग से तथा अन्य सरकारी व गैर सरकारी संस्थाओं के अवैतनिक सेवाओं से यह जनगणना बड़ी सफलतापूर्वक नियत समय के भीतर समाप्त हुई।

लगभग १० लाख गणक तथा निरीक्षक जिनमें बहुत सी स्त्रियाँ भी थीं, ८-५ करोड़ परिवारों में विभिन्न प्रकार की सूचनाएँ एकत्रित करने गये। १० फरवरी से लेकर ३ मार्च तक की इस अवधि में दो प्रकार के कार्य हुये :—

(अ) १० फरवरी से १ मार्च सुप्रीम तक—इस अवधि में गणक प्रत्येक परिवार में जाकर सम्बन्धित सूचनाएँ पंचियों पर भरते रहे।

(ब) १ मार्च सुप्रीम के बाद से ३ मार्च तक—इस अवधि में एकत्रित की गई सूचनाओं की जाँच हुई। इनमें नवजात शिशुओं की संख्या जोड़ी गई तथा मृतकों की सहाय घटाई गई।

४ मार्च को सभी गणक अपने क्षेत्र में एक निश्चित स्थान पर एकत्रित हुये और उन्होंने अपने सभी कामज अधिकारी को सौंप दिया। जनगणना की प्रत्येक पंचों लगभग ६० व्यक्तियों की दृष्टि से गुजरी।

गणकों, अधिकारियों व प्रमुख नागरिकों को जनगणना की कार्य-प्रणाली समझाई गई और गणकों को प्रशिक्षित किया गया गया।

इन प्रकार १९६१ की जनगणना सम्बन्धी प्रपत्र अनेक क्षेत्रीय भाषाओं में छपा था। सूचनाएँ गोपनीय रखी गई थीं और उनका प्रयोग अन्य सरकारी कार्यों के लिये नहीं किया जा सकता था।

गणना की सुविधा के विचार से सारे देश को ग्राम्य तथा नागरिक क्षेत्रों में विभाजित कर दिया गया था। ग्रामीण क्षेत्रों को ६०० से ६५० व्यक्तियों के तथा नागरिक क्षेत्रों को ५०० से ८०० व्यक्तियों के मंडलों में बाँटा गया था। एक निरीक्षक ५-६ मंडलों का कार्य देखता था।

### १९६१ की जनगणना के महत्वपूर्ण निष्कर्ष

(१) इस जनगणना के अनुसार १ मार्च सन् १९६२ को भारत की कुल जनसंख्या ४३ करोड़ ८० लाख थी। यह संख्या सन् ५१ की तुलना में ७ करोड़ ६० लाख अधिक है।

(२) सन् ५१ से ६१ तक के दस वर्षों में जनसंख्या की वृद्धि दर २१.४६% रही है। १९४१-५१ के बीच यह दर १३.३०% थी।

(३) जनसंख्या में वृद्धि की दर एक राज्य व दूसरे राज्य में तथा एक ही राज्य के एक भाग व दूसरे भाग में भिन्न रहा। जैसे जम्मू और काश्मीर में वृद्धि १.७२% रही और आसाम में ३४.३०%।

(४) देश में जनसंख्या का औसत घनत्व प्रतिवर्ग मीटर ३७८ व्यक्ति है। दिल्ली में ४६१४ और लक्षद्वीप में २९६२ थी।

(५) सन् १९५१ में साक्षरों की संख्या १६-६ प्रतिशत थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार २३.७% हो गई। इस प्रकार साक्षरता प्रतिवर्ष ७.१% बढ़ी।

सन् १९५१ में साक्षर पुरुषों की संख्या २४.८% थी; ६१ में बढ़कर यह ३३.६% हो गई अर्थात् वृद्धि प्रतिवर्ष ०.६ प्रतिशत रही। स्त्रियों में साक्षरता सन् १९५१ में ७.२ प्रतिशत थी। यह ६१ में बढ़कर १२.८ प्रतिशत हो गई अर्थात् वृद्धि प्रतिवर्ष ५.६ प्रतिशत रही।

(६) १९५१ की जनगणना के अनुसार पुरुषों व स्त्रियों की संख्या में १००० : ९४६ का सम्बन्ध था। सन् ६१ की जनगणना में यह सम्बन्ध इस प्रकार रहा १००० : ९४०। परिणाम यह निकला कि पुरुषों की तुलना में स्त्रियों की संख्या घट रही है।

(७) इस जनगणना के अनुसार जन्म-दर ४० है। मृत्यु-दर २७.६ में घटकर १६ हो गई।

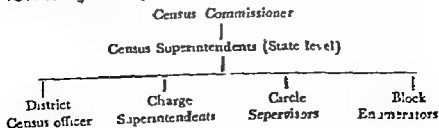
(८) पञ्जाब राज्य में पुरुष व स्त्रियों का अनुपात १००० : ८६८ तथा बंगाल में १००० : १०२२ था।

(९) नगर व देहात की जनसंख्या में सन् १९५१ की तुलना में कोई महत्वपूर्ण परिवर्तन नहीं हुआ। सन् १९५१ में नगरों की जनगणना सम्पूर्ण जनसंख्या की १७.३८% थी। १९६१ में यह १७.८४% रही।

(१०) १९५१ की जनगणना में वास्तविक जनसंख्या के १.१% कम लोग गिने गये। लगभग यही दसा १९६१ की जनगणना में भी रही।

### जनगणना की व्यवस्था

भारत में जनगणना प्रति दसवें वर्ष होती है। इस कार्य के लिये कोई स्थायी संगठन नहीं है। जनगणना से लगभग एक वर्ष पूर्व जनगणना अधिनियम (Census Act) बनवाया जाता है। इस अधिनियम के अनुसार देश का प्रत्येक व्यक्ति जनगणना सम्बन्धी सूचना देने के लिये बाध्य होता है। लगभग १ वर्ष पूर्व केन्द्रिय सरकार जनगणना कमिशनर व रजिस्ट्रार की नियुक्ति करती है। प्रत्येक राज्य में जनगणना अधीक्षक (Census Superintendent) की नियुक्ति होती है। ये जनगणना अधिकारियाँ (Census officer) की नियुक्त करते हैं या निरीक्षण (Supervisors) तथा गणकी की नियुक्ति करते हैं।



जनगणना के लगभग १ वर्ष पूर्व से जनगणना सम्बन्धी कार्य प्रारम्भ हो जाता है। सर्वप्रथम मकानों की सूचियाँ (House lists) तैयार की जाती हैं। जनगणना सम्बन्धी आँकड़े उस वर्ष लगभग अप्रैल में प्रकाशित होते हैं।

गणक प्रायः स्कूलों के अध्यापक, नगरपालिकाओं व सरकारी दफ्तरों के क्लर्क, पटवारी, पंचायत मंत्री आदि होते हैं।

वास्तविक जनगणना से पूर्व इसका अभ्यास करा लिया जाता है। कर्मचारियों को तालसंबंधी प्रशिक्षण तथा पुस्तकें दी जाती है।

### जन्म-मरण सम्बन्धी आँकड़े

वर्तमान काल में जन्म-मरण सम्बन्धी आँकड़ों का बहुत महत्त्व है। इन आँकड़ों के माध्यम पर ही जन्म-दर, मृत्यु-दर आदि अनेक प्रकार की स्वास्थ्य सम्बन्धी सूचनार्थें प्राप्त की जाती हैं और इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार स्वास्थ्य सम्बन्धी कार्य करती है।

परन्तु दुःख का विषय है कि जन्म-मरण सम्बन्धी विद्वत्सनीय आँकड़े अपने देश में उपलब्ध नहीं। आजकल इन आँकड़ों को एकत्रित करने का कोई अखिल भारतीय संगठन नहीं। इन्हें एकत्रित करने के विभिन्न राज्यों में विभिन्न ढंग हैं। कुछ राज्यों में इस विषय में अधिनियम बने हैं और कुछ में नहीं। जहाँ अधिनियम बने हैं वहाँ उस अधिनियम के अनुसार और जहाँ नहीं बने हैं वहाँ नगरपालिकाओं के नियमों या पुलिस अधिनियम के अनुसार जन्म व मृत्यु सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित किये जाते हैं। ग्रामीण क्षेत्रों में यह कार्य चौकीदार, पटवारी या मुखिया के जिम्मे होता है। इनके द्वारा सूचना देने में अपेक्षित तत्परता नहीं मिलती। विवाहों के रजिस्ट्रेशन की कोई व्यवस्था नहीं। अधिकांश विवाह बिना रजिस्ट्रेशन के होते हैं।

नगरों में जन्म-मरण सम्बन्धी सूचनाएँ पत्र-पत्रिकाओं में प्रकाशित होती रहती हैं। हमारे देश में जन्म व मरण सम्बन्धी आँकड़े स्वास्थ्य सेवाओं के संचालक (Director General of Health Services) के द्वारा वार्षिक विवरण के रूप में सम्पूर्ण देश के लिये प्रकाशित होते रहते हैं। पर इनमें पूर्ण शुद्धता नहीं रहती। यह कार्य अब गृह मन्त्रालय के अन्तर्गत रजिस्ट्रार जनरल व जनगणना कमिश्नर को दे दिया गया है। भाशा है इस विषय में अथर्व विद्वत्सनीय आँकड़े प्राप्त हो सकेंगे।

भारत में जन्म-मरण सम्बन्धी समंको के दोषों को दूर करने के निम्न सुझाव हैं :—

(१) सूचनाओं की शीघ्र पाने के प्रयास—यह प्रयत्न होना चाहिये कि सूचना देने वालों में ढिलाई न रहे। वे शीघ्रता से सूचनाएँ दें।

(२) सूचना देने वाले सुशिक्षित—यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाले सुशिक्षित हों। तभी वे शुद्धतापूर्वक सूचनाएँ दे सकेंगे।

(३) सभी भागों में संकलन—ये सूचनायें देश के सभी भागों में समान आधार पर एकत्रित की जानी चाहिये ताकि उनमें एकरूपता रहे ।

**भारत की जनगणना के कुछ प्रमुख दोष**

भारतीय जनगणना में निम्न दोष या कमियाँ हैं :—

(१) पेशों में वर्गीकरण का अभाव—एक जनगणना से दूसरी जनगणना में पेशों के वर्गीकरण में कोई समता नहीं । फलस्वरूप पेशों से सम्बन्धित माँकडों का व्यवस्थित अध्ययन कठिन है ।

(२) सूचकों की अज्ञानता—आयु के सम्बन्ध में भारतीय माँकडे प्रायः असुद्ध होते हैं । इसका मुख्य कारण सूचना देने वालों की अज्ञानता है । बहुत से लोग माँकडों के महत्व को न समझते हुये अपने रीति-रिवाजों से प्रभावित होकर गलत सूचनायें देते हैं । उदाहरणार्थ हिन्दू साधारणः अपनी प्रविवाहित लड़कियों की आयु कम बताते हैं क्योंकि हिन्दू धर्म के अनुसार लड़कियों का विवाह कम आयु में ही हो जाना चाहिये । इसी प्रकार कुँबारे या बिधुर अपनी आयु कम बताते हैं तथा बूढ़े अपनी आयु बढ़ाकर बताते हैं ।

(३) पर्दा प्रथा का कुप्रभाव—पर्दा-प्रथा तथा कठोर रीति-रिवाजों के कारण स्त्रियों से सम्बन्धित सूचनायें प्रायः असुद्ध मिलती हैं । कारण यह है कि ये सूचनायें पुरुष गणको की स्त्रियों स्वयं नहीं देती बल्कि कोई अन्य पुरुष अनुमानतः दे देता है ।

(४) गणकों की अवैतनिक सेवा—गणको को इस कार्य के लिये कोई वेतन नहीं मिलता इसलिए वे सापरवाही से कार्य करते हैं । साधारणतः इनमें कार्य करने की योग्यता की भी कमी होती है ।

(५) स्थायी जनगणना विभाग का अभाव—देश में इस कार्य के लिये स्थायी विभाग नहीं है । इस कारण इस कार्य का उचित नियोजन व प्रारम्भ करने में अनेक बाधाएँ आती हैं ।

(६) मकानों की संख्या में असमरूपता की कमी—साधारणतः देश के बड़े-बड़े सहरों में मकानों की संख्या में असमरूपता नहीं मिलती फलस्वरूप गणना करते समय अनेक अनुद्धियाँ उपस्थित हो जाती हैं ।

(७) बहुउद्देश्यीय—एक ही साथ कई विभिन्न उद्देश्यों की पूर्ति के लिये जनगणना की जाती है इसलिये व्यय अधिक होने पर भी सुदृढता का अभाव रहता है ।

## कृषि सम्बन्धी समंक

(Agricultural Statistics)

भारत एक कृषि प्रधान देश है । कृषि सम्बन्धी माँकडों का देश में प्राचीन काल से ही महत्व रहा है तथा उनका संग्रहण भी होता रहा है । भारतीय सरकार की भाष का एक बहुत बड़ा खंड भूमि के लगान के रूप में प्राप्त होता है । साधारणतः कृषि सम्बन्धी माँकडों में क्षेत्रों के क्षेत्रफल उपज की मात्रा, बोई हुई

वस्तु का व्योरा, बोने व जोतने वाले व्यक्ति का नाम व पूरा पता, प्रत्येक खेत का भूमि-कर आदि आते हैं। कृषि सम्बन्धी आँकड़ों के संग्रहण का कार्य १८६६ से प्रांतीय सरकारों ने करना प्रारम्भ किया है। तब से दिन प्रतिदिन इन आँकड़ों के संग्रहण के क्षेत्र का विस्तार होता गया और इनका महत्व भी बढ़ता गया। परन्तु उपलब्ध आँकड़ा म एकरूपता, शुद्धता एवं विश्वसनीयता का महान अभाव रहा है। इसका मुख्य कारण विभिन्न राज्यों में आँकड़े संग्रह करने की विभिन्न रीति है। आँकड़ों के संग्रह करने का कार्य-भार रेव्यू विभाग और मुख्यतः पटवारियों पर रहता है जो प्रशासन तथा लगान एग्न करन के कार्य में व्यस्त रहने के कारण इस और विशेष ध्यान नहीं दे पाते।

कांग्रेस एग्रेरियन रिफार्मस कमेटी (The Congress Agrarian Reforms Committee 1949) १९४९ में बिठाई गई जिसने लिखा है कि यद्यपि "भूमि कर के उद्देश्य से संग्रहित किए हुए आँकड़े पूर्ण हैं पर कृषि सम्बन्धी नीतियों के निर्माण के उपयोगी नहीं।" यह समिति श्री डब्ल्यू० भार० माथू की अध्यक्षता में बनाई गई थी और इसने अपनी रिपोर्ट में लिखा है कि देश के लिये शुद्ध आँकड़ों की बहुत आवश्यकता है। उपलब्ध आँकड़ों के सम्बन्ध में समिति ने निम्न दोषों की ओर इंगित किया :—

(१) अपूर्णता—भारत के कृषि सम्बन्धी आँकड़े अपूर्ण हैं। भूमि के कुछ भाग की पैमाइश ही नहीं हुई है और कुछ ऐसी हैं जिनकी पैमाइश तो हुई है पर उनके सम्बन्ध में कोई रिपोर्ट नहीं प्राप्त होती है। फल व सरकारियों के उत्पादन सम्बन्धी आँकड़ों को संग्रह करने की ओर कम ध्यान दिया गया है।

(२) एकरूपता का अभाव—खेता के विभिन्न प्रकारों, क्षेत्रफल, एवं उत्पादन तथा पूर्वानुमान में एकरूपता की कमी है। फलस्वरूप किसी स्थायी व शुद्ध निर्माण पर पहुँचना कठिन हो जाता है।

(३) सारणीयन में दोष—संग्रह किये हुए आँकड़े तभी उपयोगी हो सकते हैं जब उनका उचित रीति से सारणीयन हो। कई राज्यों में ये आँकड़े तहसील तक ही इकट्ठे किये जाते हैं। फलस्वरूप पूरे राज्य के लिये इकट्ठे किये हुए आँकड़े नहीं प्राप्त होते।

(४) प्रारम्भिक संग्रहण में दोष—साधारणतः रंग्रन्ण कार्य पटवारियों द्वारा किया जाता है। क्षेत्रफल व फसलों के विचार से उनके सेखे बहुत दोषपूर्ण होते हैं। उनकी उचित जाँच भी नहीं हो पाती। कारण यह है कि पटवारी व कानूनगो, तहसीलदार आदि कर्मचारी भूमिदार वसूलने तथा प्रशासन कार्य-भार से अधिक दबे होते हैं और इस कार्य की ओर कम ध्यान देते हैं।

(५) नियोजन व समन्वय में दोष—इस सम्बन्ध में नियोजन का अभाव है तथा साथ ही कृषि सम्बन्धी आँकड़ा में समन्वय नहीं है।

(६) प्रकाशन में देर—साधारणतः कृषि सम्बन्धी माँकड़ों के प्रकाशन में देर होती है। इसका कारण यह है कि पहले यह तहसील में जाते हैं फिर जिले में तथा फिर प्रान्त में और फिर पूरे प्रान्त के एक साथ जोड़ कर केन्द्र में भेजे जाते हैं जहाँ वे छपते हैं। इस कार्य में देर हो जाती है और देर के कारण इनकी मद्दत कम हो जाती है।

(७) निरीक्षण में शोध—इन माँकड़ों के निरीक्षण की जिम्मेदारी कानूनगो, सहस्रीलदार आदि पर है। वे मध्य कार्य-भार से दबे रहते हैं। उनका अधिक महत्वपूर्ण कार्य लगान बसूल करना तथा प्रशासन सम्बन्धी प्रबंध करना है। इन कार्यों में व्यस्त रहने के कारण वे माँकड़ों के संकलन की ओर नहीं ध्यान देते।

इस समिति ने निम्न सूचनाओं के अभाव में कृषि सम्बन्धी किसी निश्चित नीति की सिफारिश नहीं की—(१) कृषि सम्बन्धी सर्वे और माप (२) कृषि करने वाली जनता की बेरोजगारी (३) ग्रामीण श्रम की मात्रा (४) कृषि करने वाले विभिन्न वर्गों की आर्थिक आवश्यकताएँ तथा उन्हें प्राप्त करने के साधन (५) ग्रामीण बचत और विनियोग (६) कृषि सम्बन्धी मजदूरी (७) कृषि सम्बन्धी कर आदि।

संयुक्त-राष्ट्र संघ की ओर से भी इस बात के प्रचलन हुए कि कृषि सम्बन्धी माँकड़ों का सुधार हो। सरकार द्वारा भी कई प्रयत्न इस दिशा में किये गये। २५ सितम्बर १९५३ को केन्द्रीय कृषि मंत्री श्री पञ्चबाराव दत्तगुप्त की अध्यक्षता में राज्यो के कृषि एवं सहकारी मंत्रियों का अधिवेशन हुआ। भारत में कृषि सम्बन्धी माँकड़ों के सुधार के लिये निम्न सुझाव रखे गये :—

(१) पटवारी के कार्यों में कमी होनी चाहिये तथा अत्येक जिले में माँकड़ा के विषय में जिलाधीश की सहायता के लिये एक सांख्यिकीय अधिकारी (Statistical officer) की नियुक्ति होनी चाहिये।

(२) माँकड़ों के संग्रह करने वाला तथा रिपोर्ट देने वालों को इस विषय की दास्ता का उचित प्रशिक्षण होना चाहिए तथा उनके कार्यों की जाँच होनी चाहिये।

(३) क्षेत्रकृत सम्बन्धी माँकड़ों की विश्वव्यापकता में विकास का प्रबन्ध होना चाहिये।

(४) राज्यों की चाहिये कि वे सरकारी पूर्वानुमानों का आधार देव निदर्शन बनायें और उसमें अधिक से अधिक शुद्धता लाने का प्रयत्न करें।

(५) भूमि सुधार कानूनों के साथ साथ ऐसा प्रयत्न होना चाहिये कि माँकड़ों में अधिक से अधिक सुधार हो।

(६) राज्य सरकारों की चाहिये कि समय-समय पर विशेष समिति या द्वारा माँकड़ों संग्रह करने वाले सगठनों को कार्य-उत्पत्ति का जाँच करे और अधिक से अधिक निश्चित नीति का निर्धारण करे।

नीचे हम अपने देश के विभिन्न कृषि समूहों की दशा पर विचार करेंगे :—

(१) क्षेत्रफल सम्बन्धी आंकड़े (Data Regarding Area)—क्षेत्रफल

सम्बन्धी आंकड़ों पर विचार करने से पूर्व हम देश को दो भागों में बाँट देते हैं—

(१) एक वह भाग जहाँ रयतवारी तथा अस्थाई बन्दोबस्त है। २० वर्ष बाद इन क्षेत्रों में सब गाँवों का पूर्णतः निरीक्षण किया जाता है और खेतों के नक्शे बनाये जाते हैं। इन क्षेत्रों में पटवारी, लेखपाल या ग्राम लेखक (Village Accountant) खेतों के लेखे तैयार करता है। उसके पास इन खेतों के विषय में कई प्रकार के रजिस्टर रहते हैं। उदाहरणार्थ खसरा जिनमें यह लेखा होता है कि किन खेतों में कितने क्षेत्रफल में तथा किसके द्वारा कौन सी फसल बोई गई है। खतीनी एक ऐसा रजिस्टर है जिसमें लगान, क्षेत्रफल आदि का पूरा व्यौरा होता है। यद्यपि यह आंकड़े काफी हद तक सही होते हैं फिर भी निम्न कारणों से पूर्ण शुद्ध नहीं होते :—

- (१) साधारणतः पटवारी परिवर्तन नहीं दिखाना चाहते और प्रतिवर्ष एक ही से आंकड़े दिखाते हैं।
- (२) पटवारी आंकड़ों के संग्रहण में सावधानी करते हैं। प्रायः वे एक ही स्थान पर बैठकर लोगों से पूछ पूछ कर सूचनार्थें भर लेते हैं।
- (३) अधिक कार्य-भार एवं कम वेतन के कारण प्रायः पटवारी इस काम में दिलचस्पी नहीं लेते।
- (४) निरीक्षक एवं उच्च अधिकारी भी शुद्धता के लिये प्रयत्न नहीं करते।
- (५) मेड़ों एवं नालियों की भी खेतों के क्षेत्रफल में शामिल कर लिया जाता है।
- (६) खेत जिस के अधिकार में है—इस विषय में भी बहुत गड़बड़ी रहती है। लोगों के दबाव में पटवारी गतल सूचनाएँ भर देते हैं।
- (७) जिन खेतों में बीज बोया गया पर नहीं जमा उन्हें भी बोई गई फसल के क्षेत्रफल में सम्मिलित कर लिया जाता है।
- (८) कभी-कभी ठीक समय पर सूचना न मिलने के कारण अनुमानतः सूचनार्थें भर ली जाती हैं।
- (९) मिश्रित फसलों के क्षेत्रफल की अलग-अलग दिखाने में बहुत असुविधा होती है।

देश में कुछ ऐसे भी भाग हैं जहाँ स्थायी बन्दोबस्त (Permanent Settlement) है। ऐसे भाग बिहार, बंगाल व उड़ीसा में मिलते हैं। यहाँ ग्राम लेखक व अन्य कर्मचारी नहीं होते। न तो गाँवों का निरीक्षण होता है और न नक्शे तैयार किये जाते हैं। इस भाग में रेवेन्यू विभाग के अधिकारियों को सूचनाओं के लिये पुलिस अधिकारियों का सहारा लेना पड़ता है। पुलिस के अधिकारी गाँव के मुखिया का सहारा लेते हैं। इसलिये ये आंकड़े पूर्णतः शुद्ध नहीं होते।

इन क्षेत्रों में जाँचों के संग्रहण का कार्य ग्राम पंचायतों के सुदूर कर दिया गया है। सरकार इनकी सुझाव और विवरणनीयता की ओर विशेष ध्यान दे रही है। बिहार तथा उड़ीसा में यह कार्य विशेष अनुसन्धानकर्त्ताओं (Investigators) द्वारा किया जा रहा है। आशा है भविष्य में अधिक सुदूर और विवरणनीय माँटे प्राप्त हो सकेंगे।

## (२) सामान्य उत्पत्ति (Normal Yield)

**परम्परागत नीति (Traditional Method)**—हमारे देश में प्रत्येक राज्य के कृषि विभाग के संचालक द्वारा प्रत्येक जिले में लिये बहुत सी फसल की सामान्य उत्पत्ति निर्धारित की जाती है। इस कार्य के लिये कृषि तथा रेवेन्यू विभाग के अधिकारियों द्वारा एक औसत प्रकारकी भूमि चुनी जाती है। औसत प्रकारकी परिस्थितियों के बीच उसमें बीज लगाया जाता है और एक जाने पर फसल को काट कर उपज की रिपोर्ट कृषि विभाग के संचालक के पास भेज दी जाती है जो अन्य प्रकार की परिस्थितियों पर विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है। इस प्रकार सामान्य उत्पत्ति निर्धारण की बड़ी मात्तोचनाव हुई है। कारण यह है कि ऐसे प्रयोगों की सदा अप्रत्याश होती है तथा प्रयोग के लिये सैतों का चुनाव देव निदर्शन (Random Sampling) के बजाय लक्ष्यधार प्रकरण (Purpose or Deliberate Selection) के आधार पर होता है। इस कारण चुनाव पर स्थानीय अधिकारियों की व्यक्तिगत रुचि, भावनाया एवं प्रवृत्तियाँ का बड़ा महारा प्रभाव पड़ता है। एक बात और ध्यान देने की यह है कि जो लोग यह प्रयोग करते हैं के प्रायः जायों के भार से दबे होते हैं इसलिये इस कार्य में बहुत दिलचस्पी नहीं लेते। अतः इस प्रकार प्राप्त की गई सामान्य उत्पत्ति जिले की उपज का सही प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती। इसमें अनेक प्रकार की असुविधों के आ जाने की सम्भावना होती है।

**देव निदर्शन रीति (Random Sampling Method)**—उत्पत्ति मापण की यह रीति बहुत वैज्ञानिक है और इसका प्रयोग सर्वप्रथम १९२३ में बिहार व उड़ीसा में हुआ, पर इससे कुछ विशेष लाभ न रहा। द्वितीय युद्ध के समय में अब इन जाँचों का महत्त्व बहुत बढ़ गया एवं इस रीति का सारे देश में बृहत् प्रयोग हुआ। यह कार्य इंडियन काउन्सिल ऑफ एग्रोकल्चरल रिसर्च (I. C. A. R.) के सहायधायन में हुआ। इस रीति में विभिन्न दशाओं में देव निदर्शन पर निर्भर रहना पड़ता है। सबसे पहलें प्रत्येक तहसील या ताल्लुका में कुछ गाँव चुने जाने हैं और फिर सैत और इन सैतों में फसलों को दी जाती है, फिर उन सैतों में से देव निदर्शन में दो तीन सैत चुन लिये जाते हैं और उनकी उपज की माता की रिपोर्ट कृषि संचालक के पास भेज दी जाती है, जो विदेय प्रयोगों के आधार पर अनाज में नमी माँट का विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है।



## भूमि उपयोगिता सम्बन्धी आँकड़े (Land Utilization Statistics)

इस प्रकार के आँकड़े ग्राम्यायी बन्दोबस्त वाले भागों में मिलते हैं। गाँव का पटवारी या लेखपाल इनकी रिपोर्ट तहसील में करता है और फिर यह आँकड़े तहसील से जिले में और जिले से प्रान्त में भेज दिये जाते हैं जहाँ संकलित होकर सारे प्रान्त के लिये छपते हैं। पटवारियों की ग़सावधानी के कारण ये दोषपूर्ण होते हैं। ग्राम्यायी बन्दोबस्त वाले भागों के विषय में यह आँकड़े विश्वसनीय रूप में उपलब्ध नहीं हैं क्योंकि यहाँ न तो पटवारी होते हैं और न कोई लेखे।

साधारणतः भूमि उपयोगिता सम्बन्धी निम्न आँकड़े देश में उपलब्ध हैं :—

- (१) क्षेत्रफल का वर्गीकरण
- (२) बोये हुए खेतों का क्षेत्रफल—फसल के अनुसार
- (३) सिंचित भूमि

इनमें भी प्रायः वही दोष मिलते हैं। पटवारियों की सापेक्षताही तथा उनके कार्य-भार के अधिक्य के कारण ये आँकड़े विश्वसनीय नहीं होते। तहसीलदारों तथा जिलाधीशों द्वारा निहाले गये परिणाम भी माध्य (Medium) के रूप में नहीं होते। वे प्रायः ऐसे भ्रम लेते हैं जिनकी भावृत्ति सबसे अधिक होती है।

## व्यापार सम्बन्धी समंक (Trade Statistics)

भारत में व्यापार सम्बन्धी आँकड़े पर्याप्त मात्रा में तथा संतोषजनक रूप में पाये जाते हैं। मुख्यतः ये आँकड़े वाणिज्य सूचना विभाग (Department of Commercial Intelligence) द्वारा संकलित एवं प्रकाशित किये जाते हैं। इस विभाग में १९२२ में कलकत्ता में एक सांख्यिकीय विभाग की स्थापना की जो भारत सरकार व व्यापारिक जनता के बीच एक महत्वपूर्ण कड़ी का काम करता है और भारत के देशी व विदेशी व्यापार सम्बन्धी आँकड़े व सूचनार्थ प्रकाशित करता है।

वाणिज्य सूचना विभाग के संचालक के द्वारा व्यापार सम्बन्धी बहुत सार्वजनिक प्रकाशन होता है। अन्य प्रकाशन भारत सरकार के अन्य विभागों द्वारा होते हैं। इन प्रकाशनों में से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) भारत का विदेशी (समुद्र, वायु तथा भूमि द्वारा) व्यापार और जहाज़-रानी सम्बन्धी लेखे (The Account relating to the Foreign (Sea, air and Land) Trade & Navigation of India)—यह एक मासिक प्रकाशन है जो वाणिज्य सूचना विभाग की ओर से प्रकाशित होता है। इसमें समुद्र, भूमि या वायु द्वारा किये गये विदेशी व्यापार का विवरण होता है। वस्तुओं की सुविधा के विचार से पाँच वर्गों में बाँटा गया है :—

- (१) खाद्य पदार्थ, पेय पदार्थ व तम्बाकू।
- (२) कच्चा माल
- (३) निर्मित माल

- (४) जीवित पशु
- (५) आक की वस्तुएँ ।

(२) समुद्र द्वारा किये गये विदेशी भारतीय व्यापार का वार्षिक विवरण भाग १ व २ (Annual Statement of the Foreign (Sea-borne Trade of India Vol. I & II)—यह एक महत्वपूर्ण वार्षिक प्रकाशन है जिसमें भारत के साथ प्रत्येक देश के व्यापार का विवरण होता है ।

(३) भारत के तटीय व्यापार तथा जहाजरानी सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to Coastal Trade and Navigation of India)—यह एक मासिक प्रकाशन है । इसमें भारत के विभिन्न बन्दरगाहों पर घाने और जाने वाले जहाजों की संख्या तथा भार सम्बन्धी आँकड़े छपते हैं । जहाजों की संख्या स्वामित्व व राष्ट्रोपमा सम्बन्धी विवरण भी छपता है ।

(४) भारतीय संघ का सीमा कर तथा उत्पादन कर विवरण (Customs and Excise Revenue Statement of Indian Union)—यह मासिक व निर्यात का मासिक विवरण प्रकाशित करता है । जिन देशों में भारत का व्यापार है उनके इस देश के साथ व्यापार सम्बन्धी विवरण इसमें प्रकाशित होता है ।

(५) वार्षिक विदेशी व्यापार सम्बन्धी समंक (Annual Foreign Trade Statistics)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो दो भागों में प्रकाशित होता है । इसमें भारत के विदेशी व्यापार के मुख्य, मात्रा सम्बन्धी वित्तुत विवरण होता है ।

(६) भारत के अन्तर्देशीय (रेल या नदी द्वारा) व्यापार सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to the Inland (Rail & Riverborne) Trade of India)—इसमें एक राज्य से दूसरे राज्य को किये जाने वाले व्यापार का वित्तुत विवरण होता है ।

(७) व्यापार की समीक्षा (Review of the Trade of India)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय के मासिक सलाहकार द्वारा प्रकाशित किया जाता है । इसमें देश के व्यापार की मासिक प्रवृत्तियों और विदेशी व्यापार का, विवरण रहता है ।

(८) ग्रन्थ प्रकाशन (Publications)—ग्रन्थ कम महत्वपूर्ण प्रकाशन निम्न हैं :—

(क) भारत पाकिस्तान व्यापार समंक (India Pakistan Trade Statistics)—यह एक मासिक प्रकाशन है ।

(ख) भारत की वस्तु तथा खेल सम्बन्धी भात का निर्यात (Export of Indian Artware & Sports Goods)—यह एक मासिक प्रकाशन है ।

(ग) भारतीय सीमाकर (Indian Custom Tariff)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है ।

## राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समक (National Income Statistics)

“राष्ट्रीय आय किसी देश में एक वर्ष में उत्पादित की हुई या उपभोग की हुई सभी वस्तुओं और सेवाओं का योग है।”<sup>1</sup>

वाशले रावर्टसन कमेटी (१९३४) ने राष्ट्रीय आय की परिभाषा इस प्रकार दी है— ‘राष्ट्रीय आय, वर्ष में देश के निवासियों को प्राप्त हुई वस्तुओं तथा सेवाओं के समूह (उनके व्यक्तिगत या सामूहिक धन में हुई शुद्ध वृद्धि सहित या शुद्ध घटती को निकाल कर) का द्रव्य माप है।’<sup>2</sup>

राष्ट्रीय आय के मापने के लिये वाशले रावर्टसन कमेटी ने दो रीतियाँ बताई हैं :—

(१) उत्पादन सगणना रीति (Census of Production Method)— इस रीति के अनुसार राष्ट्रीय उत्पादक व्यवसायों उदाहरणार्थ कृषि, खान आदि के विभिन्न वस्तुओं के शुद्ध वार्षिक उत्पादन (Net annual output) का उत्पादन बिन्दु मूल्यांकन करते हैं। फिर निम्नलिखित को जोड़ना चाहिए :—

(१) देश में उत्पन्न तथा आयात किये गये मालों के लिये यातायात तथा बिजय एजेंसी द्वारा की गई सेवाओं का मूल्य।

(२) आयातों (मोने व चांदी सहित) का मूल्य।

(३) सभी प्रकार की व्यक्तिगत सेवाओं का मूल्य।

(४) गृह-उत्पादित वस्तुओं पर उत्पादन कर (Excise Duty) तथा आयात पर आयात कर (Customs Duty)।

(५) भवनों के वार्षिक किराये—चाहे उनमें मालिक रहते हों या किरायेदार।

(६) देश के विदेशी पावनों (Foreign balances) में वृद्धि या व्यक्तियों की व्यक्तिगत प्रभूतियों (Securities) में वृद्धि।

इनमें से निम्न को घटाना चाहिए :—

(१) निर्यातों (मोने व चांदी सहित) का मूल्य।

(२) विदेशी पावनों में हुई घटती (Decrement in Foreign Balances) या देश में विदेशियों की प्रतिभूतियों में हुई वृद्धि।

(३) प्रचल पूँजी को बनाय रखने के लिये उपभोग की गई वस्तुओं का मूल्य तथा गृह उत्पादन में उपभोग किये गये बच्चे माल का मूल्य।

1. National Income is the sum of all goods and services produced or consumed in a country during a year.
2. The national Income is the money measure of the aggregate of goods services accruing to the inhabitants of a country during a year, inducing net increments to or excluding net decrements from their individual or collective wealth

समिति ने अनुसंधान के क्षेत्रों का निम्न दो वर्गीकरण किया है :—

(घ) ग्रामीण अनुसंधान (Rural Survey)—इन क्षेत्रों के माप के मागणन के लिये यादृच्छिक चुनाव (Random Sampling) के आधार पर कुछ गाँव चुन लिये जायें फिर उन गाँवों में गहन अनुसंधान (Intensive Survey) द्वारा सब यस्तुओं एवं सेवाओं के मूल्य का मागणन किया जाय ।

(ग) शहरी अनुसंधान (Urban Survey)—उन नगरों के परिवारों के व्यवसायों का न्यादर्श जाँच (Sample Inquiry) किया जाय, जिनके विश्वविद्यालय व विद्यालय सन्तोषप्रद ढंग से अनुसंधान करने में समर्थ हों । सत्परवात् कुशल अनुसंधान कर्त्ताओं द्वारा अन्य चुने हुए नगरों का अनुसंधान किया जाय ।

इसके दो ढंग हैं :—

(1) व्यवसायी प्रणाली (By Occupation)—इस रीति में नगर के लोगों को पेयों के अनुसार विभिन्न वर्गों में बाँट लेते हैं और फिर प्रचलित मजदूरी दर के अनुसार प्रत्येक व्यक्ति की माप का मागणन करते हैं ।

(II) पारिवारिक प्रणाली (By Family)—इस रीति में नगर को १०,००० घरों वाले वाडों में विभाजित कर देते हैं फिर दैव निदर्शन (Random Sampling) द्वारा प्रत्येक वाड में से १००० घर चुन कर प्रत्येक व्यक्ति की माप का मागणन करते हैं ।

(२) आय मागणन रीति (Census of Income Method)—इस रीति के अनुसार किसी विशेष वर्ष में देत में रहने वाले सभी व्यक्तियों की कुल आय का योग कर देते हैं । इसमें निम्न सावधानियों की आवश्यकता है :—

(1) किसी व्यक्ति की आय निश्चित करते समय उसकी कुल उत्पत्ति तथा उसके द्वारा उपभोग की गई यस्तुओं के उत्पादन स्थान पर विक्रय मूल्य की दर में मूल्यवन्त करके जोड़ देना चाहिए ।

(२) उससे द्वारा प्रयोग दिये गये भवनों का वार्षिक किराया भी जोड़ देना चाहिए ।

( ) उससे द्वारा दिया गया ब्याज घटा देना चाहिए ।

(४) सभी व्यक्तियों की आय को प्रत्यक्ष करो (Direct Taxes) को प्रदा करने से पूर्व सम्मिलित करना चाहिए ।

(५) इनमें कम्पनियों के संचितरित लाभों और सरकारी व्यवसायों के मुद्र लाभों, धायात करो (Customs), उत्पादन कर (Excise duty) टिकटों (Stamps Duty) तथा स्थायी कर आदि से होने वाले आय सरकारी लाभ को जोड़ देना चाहिए ।

(६) सरकारी ऋण पर ब्याज तथा सरकारी कर्मचारियों की वेतन - । देनी चाहिये ।

इंग्लैंड में राष्ट्रीय आय निकालने के लिये ये रीतियाँ काम में लाई जाती हैं।

साधारणतः उत्पादन संगणना रीति (Census of Production Method) अधिक प्रयोग किया जाता है। भारत के लिये समिति ने दोनों रीतियों के सम्मिश्रण को ठोक बनाया है।

राष्ट्रीय आय को मापन करने की अन्य दो रीतियाँ निम्न हैं :—

(३) सामाजिक लेखांकन विधि (Social Accounting Method)—इस रीति में विभिन्न प्रकार के लेखाओं और लेन-देनों को विभिन्न वर्गों में बाँटा जाता है। इन विभिन्न वर्गों के योग का समूहीकरण करके राष्ट्रीय आय प्राप्त किया जाता है। इस रीति को सफल बनाने के लिये यह आवश्यक है कि लेखे बड़ी शुद्धता व सावधानीपूर्वक रखे जायें। हमारे देश में, जहाँ अधिकांश लोग धर्मश्रद्धा हैं—यह रीति उपयुक्त नहीं।

(४) व्यय गणना विधि (Expenditure Method)—इस रीति में राष्ट्रीय व्यय और वचन के योग को प्राप्त करके राष्ट्रीय आय का अनुमान करते हैं। इस प्रकार राष्ट्रीय आय निकालने समय निम्न चीजों को जोड़ देने हैं :—

- (१) अंतिम उपभोग पर होने वाला व्यय
- (२) विनियोग किया हुआ धन
- (३) मध्य किया हुआ धन।

यह रीति कठिन है क्योंकि प्रत्येक व्यक्ति के वार्षिक व्यय, विनियोग या संघय का अनुमान लगाना दुष्कर कार्य है।

**भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान**

भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान विभिन्न विद्वानों ने समय-समय पर किया है। उनमें से कुछ प्रमुख विद्वानों का भागण निम्न है :—

नाम	वर्ष	प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय (रुपयों में)
१. दाश भाई नीरोजी	१८६८	२०
२. बेरिंग तथा बारबूर	१८८२	२७
३. लॉर्ड बर्जस	१८९७-९८	३०
४. डिगबी	१८९९	१७.५
५. सी० एन० शर्मा	१९११	५०
६. बकील तथा मुरन्जन	१९१०-१४	५८.५
७. वाडिया और जोशी	१९१३-१४	४४.५
८. फिट्जे गिरस	१९२१	१०७
९. शाह और खन्वाटा	१९२१	६७
१०. सी० के० भार० बी राव	{ १९२५-२९ १९३१-३२	{ ७६ ६५

अनेक विद्वानों का विचार है कि अनेक प्रकार की कठिनाइयाँ एवं बाधाओं की अपेक्षात्मकता के कारण ये आंकड़ों बहुत विश्वसनीय नहीं। प्रारम्भिक प्रयत्नों में तो अधिकांश राजनैतिक भावनाओं से प्रेरित होकर किये गये थे। परन्तु स्वयं राष्ट्र-भाषना से प्रेरित भारतीयों ने अंग्रेजी शासन-काल में बहुत निर्धनता दिखाने का प्रयास किया तथा अंग्रेजी सरकार द्वारा राष्ट्रीय आय अधिनियम दिखाने का प्रयास किया गया। देश में स्वतन्त्र होने पर समदर्शी अर्थशास्त्रियों ने इस कार्य का भार लिया। डा० राय के अनुमान सबसे अधिक विश्वास के योग्य माने जाते हैं। उन्होंने उत्पादन-संगणना तथा आय-संगणना दोनों रीतियों का प्रयोग किया।

### राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee)

स्वतंत्रता के उपरान्त राष्ट्रीय सरकार ने राष्ट्रीय आय की अविश्वसनीयता की तीव्रता के अनुभव किया और अगस्त सन् १९४६ में प्रो० पी० सी० महानोबिस की अध्यक्षता में एक समिति बनाई। प्रा० डॉ० आर० गैडगिल व डा० बी० के० आर० बी० राय उस समिति के सदस्य थे। इस समिति की निम्न कार्य भार दिया गया :—

- (१) राष्ट्रीय आय के सम्बन्धित एक प्रतिवेदन तैयार करना।
- (२) उपलब्ध आँकड़ों में सुधार एवं नए आवश्यक आँकड़ों के संग्रहण के लिये उपाय बताना।
- (३) राष्ट्रीय आय के क्षेत्र में अनुसंधान के लिये उपायों की विचारणा करना।

इस कार्य के लिये सरकार ने विदेशी विद्वानों को भी आमन्त्रित किया। प्रो० साइमन कुज़नेट्स (Prof. Simon Kuznets), श्री जे० आर० एन० स्टोन (Mr. J. R. N. Stone) तथा डा० जे० बी० बर्कसन (Dr. J. B. Berkson) सन् १९४०-४१ में भारत आये। समिति ने पहला प्रतिवेदन १५ अप्रैल सन् १९४१ को और अन्तिम परंपरी सन् १९४४ को दिया। इनके अनुसार राष्ट्रीय आय आगणन किसी देश के एक निश्चित समय की उत्पादित वस्तुओं एवं सेवाओं की मात्रा का माप करता है। राष्ट्रीय आय के आगणन का यह पहला वैज्ञानिक प्रयत्न है।

समिति द्वारा प्रकाशित राष्ट्रीय आय सम्बन्धी माँकडे निम्न हैं :—

वर्ष	प्रति व्यक्ति आय	
	चातू कीमतों के आधार पर	१९४८-४९ की कीमतों के आधार पर
१९५१-५२	२७४.०	२५०.१
१९५२-५३	२६६.४	२५६.६
१९५३-५४	२८०.७	२६८.७
१९५४-५५	२५४.२	२७१.९
१९५५-५६	२६०.६	२७३.६
१९५६-५७	२६१.५	२८३.५
१९५७-५८	२८६.८	२७७.१
१९५८-५९	३१६.५	२९२.६
१९५९-६०	३१८.४	२९१.६

### राष्ट्रीय आय के अनुमान की उपयोगितायें

राष्ट्रीय आय के अनुमान की निम्न उपयोगितायें हैं :—

(१) आर्थिक उन्नति का माप—इनके द्वारा देश की आर्थिक उन्नति का मापन होता है कि प्रत्येक समय के भीतर आर्थिक दृष्टि से देश ने कितनी उन्नति या प्रगति की है।

(२) आर्थिक नीति निर्धारित करने में सहायक—इसकी सहायता से आर्थिक नीति का निर्धारण होता है कि कितने विनियोग पर कितनी राष्ट्रीय आय बची है तथा भविष्य में क्या नीति रखी जाय।

(३) आर्थिक उन्नति का तुलनात्मक अध्ययन—इसकी सहायता से देश में विभिन्न वर्षों में हुई आर्थिक प्रगति का तुलनात्मक अध्ययन होता है। अन्य देशों से भी तुलना सम्भव हो जाती है।

(४) योजना में बहुत सहायक—इसी के आधार पर आर्थिक योजनाओं का निर्माण होता है क्योंकि राष्ट्रीय आय कितनी है? कितने समय में कितनी वृद्धि करनी है? साधन क्या हैं? यह सब निश्चित करना पड़ता है।

(५) रहन-सहन के स्तर में परिवर्तन का अनुमान—इसकी सहायता से किसी देश या भूभाग के लोगों के रहन-सहन के स्तर में होने वाले परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है।

(६) समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान—राष्ट्रीय आय के अनुमान से समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान होता है और इस प्रकार इस विषयता को दूर करने के कदम उठाये जा सकते हैं।

(७) आय व्यय व वचन का अनुमान—राष्ट्रीय आय के प्रागणन से आय, व्यय व वचन का अनुमान हो सकता है और उनमें उचित अनुपात रखने की दिशा में प्रयत्न किये जा सकते हैं।

### भारत की राष्ट्रीय आय के अनुमान में कठिनाइयाँ

भारत की राष्ट्रीय आय के अनुमान में निम्न कठिनाइयाँ हैं :—

(१) झोके झपूखें—भारत में उत्पादन सम्बन्धी झोके बहुत घपूरण हैं और इन्हीं के प्राचार पर राष्ट्रीय आय का प्रागणन होता है।

(२) उपसर्ग झोके अविवक्षणीय—जो समक मिलते हैं वे भी अविवक्षणीय है क्योंकि उनके सकलन की रीति असतोपजनक है।

(३) पेसेवार विभाजन दोषपूर्ण—सोनों का पेसेवार विभाजन भी दोषपूर्ण है इसलिये प्रागणन में गुठता की कम प्रासा रहती है।

(४) देश की विनालता—देश इतना बड़ा है कि सम्पूर्ण उत्पादन में सेवाओं का अनुमान लगाना बहुत कठिन है।

(५) देश की विविधता—हमारे देश में खान-पान व बोल-चाल आदि में इतनी विभिन्नता है कि इसके कारण समान प्राचार पर राष्ट्रीय आय का प्रागणन कठिन है।

(६) अक्षिज्ञा—देश में अपिवाग जनता प्रसिद्धित है। इसलिये लोग अपनी आय, व्यय व उत्पादन आदि सम्बन्धी लेखे नहीं रखते।

(७) निर्धनता—निर्धनता के कारण भी लोग अपनी दगा का ठीक विवरण देना लज्जा का विषय समझते हैं तथा हीन भावना में दबे रहते हैं।

(८) वस्तु विनिमय—देश में बहुत से भागा में वस्तु विनिमय के कारण उसके मूल्य का ठीक अनुमान नहीं हो पाता जो राष्ट्रीय आय के प्रागणन के लिये आवश्यक है।

(९) उत्पादित परामर्ष का बाजार में न आना—देश की बहुत से उत्पादित वस्तुमें बाजार में नहीं आती और उनका उपभोग हो जाता है। इसलिये उत्पादन सम्बन्धी ठीक अनुमान नहीं हो पाता।

(१०) आय, व्यय व विनियोग से सम्बन्धित धारकों का अभाव—देश में आय, व्यय व विनियोग तथा पूँजी से सम्बन्धित झोके का सर्वथा अभाव है।

(११) वस्तुओं और सेवाओं के मूल्यांकन में दोष—वस्तुओं तथा सेवाओं की किस आधार पर मूल्यांकित किया जाय यह एक विवट समस्या है। इस कारण भी, राष्ट्रीय आय के प्रागणन में बाधा उपस्थित होती है।

सुझाव—राष्ट्रीय आय समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये हैं :—

(१) राष्ट्रीय आय के प्रागणन के लिय आवश्यक आँकड़ों की उपलब्धि के लिये आवश्यक प्रयत्न होना चाहिये।



(२) कृषि के सम्बन्ध में जिन स्थानों के आँकड़ों के संग्रहण की रिपोर्ट सरकार को नहीं होती वहाँ की होने की व्यवस्था होनी चाहिये ।

(३) केन्द्रीय सरकार को ऐसी व्यवस्था करनी चाहिये कि वित्री कर (Sales Tax) सम्बन्धी आँकड़ा म एकरूपता रहे ।

(४) मजदूरी, बेरोजगारी व धर्म सम्बन्धी आँकड़ों के सङ्कलन का भार क्षेत्र व्यूरी पर होना चाहिये ।

(५) राष्ट्रीय आय इकाई (The National Income Unit) की यथा समय सफारतों के कार्यान्वित होने के विषय में प्रयत्नशील होने चाहिये ।

(६) विश्वविद्यालयों तथा अन्य अनुसंधान संस्थाओं द्वारा भी इस विषय में राष्ट्रीय आय समिति से परामर्श करके उसका सहयोग करना चाहिये ।

### औद्योगिक समंक (Industrial Statistics)

किसी भी देश के लिये उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें बहुत महत्वपूर्ण हैं । इसकी सहायता से उद्योगों के विषय में अनेक प्रकार की जानकारीयाँ प्राप्त होती हैं और उनके विषय में महत्वपूर्ण निर्णय किये जाते हैं । १९४२ से पूर्व उद्योगों में सम्बन्धित आँकड़े एकत्र करना विभिन्न व्यवस्थाओं की झुंझ पर निर्भर करता था । १९३६ के औद्योगिक सम्मेलन और १९४१ के धर्म मंत्रियों के सम्मेलन में यह प्रश्न उठाया गया और फरवरी १९४२ में औद्योगिक समंक अधिनियम (Industrial Statistics Act) बना । इसके अनुसार राज्य सरकारों को यह अधिकार दिया गया कि वे समंक अधिकारी की नियुक्ति करके किसी भी उद्योग से सम्बन्धित सूचनायें प्राप्त कर सकती हैं और इस विषय से सम्बन्धित नियम बना सकती हैं । इस अधिनियम के अनुसार निम्न विषयों के बारे में आँकड़े एकत्रित किये जा सकते हैं :—

- (१) वस्तुओं के मूल्य
- (२) धमिकों के जीवन-निर्वाह की दशायें
- (३) धमिकों की संख्या
- (४) किराया
- (५) बर्ज
- (६) आय
- (७) धमिकों का प्राविष्ट पंङ व अन्य पंङ
- (८) कार्य के घटे
- (९) अन्य सुविधायें
- (१०) बेरोजगारी
- (११) औद्योगिक भग्ने ।

यह अधिनियम १९४५ में लागू हुआ और केन्द्र में औद्योगिक समंक मंचालक (Director of Industrial Statistics) की नियुक्ति हुई और 'औद्योगिक निर्माण

संगणना नियम' (Census of Manufacturing Industries Rules) बनाये गये। १९४६ में उद्योगों से सम्बन्धित पर्याप्त सूचनाएँ एकत्रित की गईं तब से प्रति वर्ष एकत्रित की जा रही हैं। सन् १९५३ में इसके क्षेत्र को धीरे-धीरे व्यापक बनाने के लिये समक सक्लन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना। १९५१ को आधार मानकर औद्योगिक उत्पादन निर्देशांक उद्योगों की संख्या निम्न है :—

	निर्देशांक	विद्युत परिवारित उद्योगों की सं०
१९५५-५६	१२२	८८०६
१९५६-५७	१३३	९८७८
१९५७-५८	१३७	१११७७
१९५८-५९	१४०	१२८३७
१९५९-६०	१५२	१५०२९
१९६०-६१	१७०	१७०३७

उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ 'औद्योगिक निर्माण संयोजना' (Census of Manufacturing Industries) के नाम से प्रकाशित किया जाता है। इस सम्बन्ध में निम्न सूचनाएँ एकत्रित की जाती हैं :—

भाग क—सामान्य सूचना जैसे नाम, स्थान, मालिकों व प्रबन्धकों का नाम व पता आदि।

भाग ख—मूल्य सम्बन्धी विस्तृत सूचना।

भाग ग—श्रम सम्बन्धी सूचना जैसे उनकी संख्या, काम के घट, मजदूरी, म.य सुविधायें आदि।

भाग घ—चालक शक्ति सम्बन्धी सूचना।

भाग ङ—बच्चे माल सम्बन्धी सूचना।

भाग च—उत्पादन सम्बन्धी सूचना जैसे उत्पादन की मात्रा, उत्पादन व्यय, मूल्य आदि।

इसके प्रतिरिक्त निम्न अन्य प्रकाशनो में उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ प्राप्त होती हैं :—

(1) Monthly Statistics of the Production of Selected Industries in India—इस मासिक पत्रिका में लगभग ९० उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ प्रकाशित होती हैं। इसके अनुसार उद्योगों को तीन वर्गों में बांटा गया है :—

(क) ताद सीधे से उद्योग।

(ख) निर्माण सम्बन्धी उद्योग।

(ग) विजली तथा शक्ति सम्बन्धी उद्योग।

(2) Monthly Statistics of Cotton Spinning and Weaving in Indian Mills—इस मासिक प्रकाशन में सूता बघड़े के उद्योगों से सम्बन्धित विभिन्न सूचनाएँ प्रकाशित होती हैं।

(3) **Large Industrial Establishments in India**—इस प्रकाशन में बड़े उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ होती हैं।

(4) **Monthly Coal Bulletin**—यह मासिक प्रकाशन खानों के प्रधान निरीक्षण द्वारा प्रकाशित किया जाता है। कोयले के उत्पादन से सम्बन्धित महत्वपूर्ण सूचनाएँ इसमें होती हैं।

(5) **Statistics of Factories**—इस प्रकाशन में कारखानों के विषय में आँकड़े प्रकाशित किये जाते हैं।

(6) **Monthly Survey of Business Conditions in India**—इस मासिक प्रकाशन में भारतवर्ष में विभिन्न व्यवसायों से सम्बन्धित महत्वपूर्ण आँकड़े प्रकाशित होते हैं।

(7) **Journal of Industry & Trade**—उद्योग व व्यापार से सम्बन्धित सूचनाएँ इस प्रकाशन में दी जाती हैं।

(8) **Statistical Abstract of India**—इस प्रकाशन में भी उद्योग से सम्बन्धित बहुत सी सूचनाएँ होती हैं।

### औद्योगिक समकों का महत्व

औद्योगिक समकों का निम्नलिखित महत्व है :—

(१) उद्योगों का विकास—इन सूचनाओं के आधार पर ही उद्योगों का विकास सम्भव है।

(२) संतुलन सम्भव—इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार विभिन्न उद्योगों में संतुलन का प्रयत्न करती है।

(३) नियोजन के लिये आवश्यक—योजनाएँ इन समकों के आधार पर ही बनाई जाती हैं।

(४) तुलना सम्भव—इन समकों की सहायता से अपने ही देश के विभिन्न भू-भागों या अन्य देशों से तुलना सम्भव हो पाती है ताकि प्रगति का अनुमान लगाया जा सके।

(५) संरक्षण नीति में सहायक—इन आँकड़ों के आधार पर ही सरकार अपनी संरक्षण नीति निश्चित करती है कि किन उद्योगों की रक्षा ऐसी है जिन्हें संरक्षण देना न्यायोचित है।

(६) बेरोजगारी का अनुमान—इनकी सहायता से औद्योगिक क्षेत्र में बेरोजगारी का अनुमान लगाया जा सकता है।

(७) सरकार की औद्योगिक नीति में सहायक—सरकार की औद्योगिक नीति निश्चित करने में ये आँकड़े बहुत सहायक होते हैं।

(८) श्रम बह्याण योजनाओं के लिये आवश्यक—श्रम बह्याण योजनाओं को चलाने के लिये ये आँकड़े बहुत सहायक होते हैं। इन्हीं की सहायता से ये योजनाएँ कार्यान्वित की जाती हैं।

(६) मूल्य नियंत्रण में सहायक—उत्पादन सम्बन्धी मूल्यग्राहकों के प्राप्त होने पर ही मूल्य सम्बन्धी नाति निर्दिष्ट की जाती है तथा मूल्य का नियंत्रित किया जाता है।

### श्रम समक्ष (Labour Statistics)

किसी भी देश में श्रम समक्षों का बहुत बड़ा महत्व है। इसका आधार पर श्रम नीति का निर्माण होता है। पर्याप्त श्रमिकों के द्वारा ही श्रम की परिस्थितियाँ सुधरती हैं, मजदूरी में वृद्धि श्रम कल्याण संबंधी कार्य आदि सम्भव हैं। परन्तु दुर्भाग्यवश हमारे देश में श्रम समक्ष अव्यवस्थित और दायपूर्ण हैं। मजदूर उद्योगों के प्रतिरिक्त अन्य स्थानों जैसे कृषि में काम करने वाले घरों, नौकर, तथा छोटे उद्योगों में काम करने वाले श्रमिकों के सम्बन्ध में श्रमिकों का अध्ययन नहीं। श्रम समक्षों की निम्न वर्गों में बाँट कर अध्ययन किया जायेगा

- (क) राजगार समक्ष
- (ख) मजदूरी समक्ष
- (ग) श्रम संपन्न समक्ष
- (घ) सामान्य समक्ष जैसे पुट्टी हटाना आदि।

राजगार से संबंधित समक्ष निम्न प्रकार के हैं —

(क) The Indian Labour Gazette—इस प्रकाशन में निम्न सूचनाएँ होती हैं—प्रतिदिन कारखानों में काम करने वाले लोगों की मौजूदगी संख्या व विवरण, कारखानों में श्रमिकों के अर्जित होने वाले कारखानों में श्रमिकों की संख्या व श्रम विवरण आदि के साथ-साथ काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण।

(ख) Large Industrial Establishment in India—कारखानों में श्रमिकों के विवरण के साथ-साथ कारखानों के श्रमिकों का विवरण।

(ग) Annual Report of the chief Inspector of mines in India—इसमें खानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण मिलता है।

(घ) Tea in India—इसमें चाय बागानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में सूचनाएँ होती हैं।

(ङ) Monthly Abstract of Statistics—इसमें प्रत्येक महीने के अनुसार श्रम जनगणना के आधार पर श्रमिकों का वर्गीकरण होता है तथा उनसे सम्बंधित अन्य सूचनाएँ होती हैं।

(च) Census of India—जनगणना में भी श्रमिकों से संबंधित समक्ष होते हैं।

(छ) Indian Labour Year Book—इसमें प्रति वर्ष श्रमिकों से संबंधित अनेक प्रकार की सूचनाएँ रहती हैं।

(ज) **Census of Central Govt. Employees**—केन्द्रीय सरकार के विभिन्न विभागों में काम करने वाले लोगों की संख्या तथा अन्य ध्योरे रहते हैं।  
**मजदूरी समंक (Wage Statistics)**

हमारे देश में मजदूरी से संबंधित घाँकड़े बहुत असंतोषजनक हैं क्योंकि उनका संकलन प्रायः शासकीय दृष्टिकोण से किया जाता रहा है। मजदूरी समंकों को हम निम्न दो वर्गों में बाँटकर अध्ययन करेंगे :—

(क) कृषि मजदूरी (Agricultural wages)

(ख) औद्योगिक मजदूरी (Industrial wages)

**कृषि मजदूरी (Agricultural Wages)**—कृषि मजदूरी से संबंधित घाँकों की दशा बहुत असंतोषजनक है। कृषि प्रधान देश होते हुए भी जो घाँके उपलब्ध हैं। वे या तो अपूर्ण हैं या दोषपूर्ण। समस्या यह है कि इन घाँकों को कैसे एकत्रित किया जाय ? कृषि उद्योग असंगठित है, कृषि मजदूर प्रायः अनिश्चित हैं, देश बहुत विस्तृत है और कृषि मजदूर जैसा कोई निश्चित वर्ग देश में नहीं।

सन् १९१० में प्रथमराष्ट्र एवं सांख्यिकी के संचालक (Director of Economics & Statistics) ने एक ऐसी योजना बनाई जिसके अनुसार भारत के विभिन्न राज्यों के कृषि मजदूर संबंधी घाँके एकत्रित किये जाते हैं। ये घाँके निम्नलिखित चार वर्गों में एकत्रित किये जाते हैं :—

(१) कुशल मजदूर

(I) बर्द (II) लीटार (III) मोचो

(२) खेत पर काम करने वाले मजदूर

(३) अन्य कृषि मजदूर

(४) चरवाहे।

मजदूरी सम्बन्धी समंक प्रत्येक माह में एक जिले के लिये चुने हुये प्रतिनिधि गाँव से एकत्रित किये जाते हैं और वही समंक उस पूरे जिले के लिये प्रतिनिधि मान लिये जाते हैं। सभी जिलों के एकत्रित होकर राज्य के प्रतिनिधित्व करते हैं। इस सम्बन्ध में निम्न दो प्रकाशन होते हैं :—

(१) भारत में कृषि मजदूरी—वार्षिक (The Agricultural Wages in India—Annual)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है।

(२) भारत में कृषि की दशा (Agricultural Situation in India)—यह प्रति माह प्रकाशित होता है और इसमें कृषि से सम्बन्धित मजदूरी प्रादि विभिन्न विषयों का विवरण होता है।

कृषि मजदूर जाँच समिति द्वारा एकत्रित मजदूरी सम्बन्धी घाँके (Wage Statistics collected by the Agricultural Labour Enquiry Committee)—सन् १९४३ में हुये मजदूर सम्मेलन की सिफारिशों के फलस्वरूप

सरकार ने कृषि मजदूर जांच समिति नियुक्त की। १९४६ में राज्य सरकारों की सहायता से इस विषय में जांच प्रारम्भ की गई। इस जांच के प्रतिवेदन धीरे धीरे प्रकाशित किये जा रहे हैं।

**औद्योगिक मजदूरी (Industrial Wages)**—हमारे देश में औद्योगिक मजदूरी से सम्बंधित प्रांकडों की दशा कृषि मजदूरी से सम्बंधित प्रांकडों की दशा की अपेक्षा अच्छी है परन्तु इसे सतोषजनक नहीं कहा जा सकता। क्योंकि इन प्रांकडों को एकत्रित करने के लिये कोई अधिनियम नहीं है। शाही धर्म आयोग (Royal Commission on Labour) ने भी इनकी अपर्याप्तता व दोषों को बताया और सुधार के सुझाव दिये। परन्तु फिर भी इस विषय में कोई महत्वपूर्ण कार्य नहीं किया गया। बम्बई व बिहार राज्यों में इस दिशा में कुछ कार्य किये गये हैं। सन् १९३५ में मजदूरी शोधन अधिनियम (The Payment of Wages Act) बना। फलस्वरूप मजदूरी सम्बन्धी समस्या का सकलन आवश्यक हुआ। विभिन्न मजदूर समितियों के प्रतिवेदन के सम्बन्ध में भी कुछ प्रांकडे एकत्रित हुये। रेवे समिति (Rece Comm-  
ittee) ने भारत के कुछ औद्योगिक क्षेत्रों से सम्बंधित प्रांकडे एकत्रित व प्रकाशित किये। प्राथमिक औद्योगिक मजदूरों से सम्बंधित सामग्री निम्नलिखित प्रकाशनों में मिल सकती है —

- (क) खान के मुख्य निरीक्षक का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Chief Inspector of Mines)
- (ख) निर्माणी अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Factories Act)
- (ग) धमिक क्षतिपूर्ति अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Workmen's Compensation Act)
- (घ) धर्म संघ अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Trade Union Act)
- (ङ) राष्ट्रीय सेवानुत्त बीमा अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Employees State Insurance Act)
- (च) भारतीय धमिक गजट (Indian Labour Gazette)
- (छ) राज्य सरकारों के धमिक गजट (Labour Gazettes of State Governments)
- (ज) भारतीय चाय समक (Indian Tea Statistics)

### धर्म संघ समक

(Trade Union Statistics)

इन समकों से धर्म संघों के बारे में पूर्ण जानकारी होती है। धर्म संघों की संख्या, उनके सदस्यों की संख्या, उद्योगों व राज्यों के अनुसार उनका वर्गीकरण

उनका आय-व्यय आदि सम्बन्धी सभी प्रकार की सूचनाएँ एकत्रित की जाती हैं। हमारे देश में सभी श्रम सघों के पंजीकृत न होने के कारण वे सूचनाएँ पूर्णतः विश्वसनीय नहीं होती।

भारत में थम सघ सम्बन्धी आँकड़े निम्न प्रकाशनों में मिलते हैं :—

- (१) भारतीय श्रमिक गजट-मासिक (Indian Labour Gazette Monthly)
- (२) थम सघ अधिनियम के कार्यों का प्रतिवेदन (Reports of the Working of Trade Union Act)
- (३) Statistical Abstract of India.

### सामान्य समंक (General Statistics)

इनमें मजदूरी की छुट्टियाँ, हड़तालें, लावाबंदी, कार्य अवधि, क्षतिपूर्ति, अपघात आदि से सम्बन्धी सूचनाएँ शामिल होती हैं। ये सूचनाएँ निम्न प्रकाशनों में मिलती हैं :—

- (१) भारतीय श्रम गजट (Indian Labour Gazette)
- (२) भारत के व्यापार का वार्षिक व्योरा (Annual Review of Trade of India)
- (३) थम सम्बन्धी विभिन्न अधिनियमों सम्बन्धी वार्षिक प्रतिवेदन।

### भारतीय आँकड़ों की सामान्य आलोचना

हम भारत में प्राप्त सांख्यिकीय सामग्री का विवेचन कर चुके हैं। विभिन्न प्रकार के समकों का यथास्थान विश्लेषण किया जा चुका है। अब हम यहाँ भारतीय आँकड़ों के सामान्य मुख्य दोषों पर विचार करेंगे। वे निम्नलिखित हैं :—

(१) सामग्री की अपर्याप्तता (Inadequacy of data)—अनेक महत्वपूर्ण विषयों पर आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। यदि कुछ मिलते भी हैं तो अपर्याप्त। आय, रत, निर्वाह-व्यय मूल्य, मजदूरी, कृषि, छोटे व कुटीर उद्योग आदि के विषय में आँकड़े अपर्याप्त हैं।

(२) परस्पर विरोधी (Inconsistent)—भारत में अनेक विषयों से सम्बन्धित आँकड़े परस्पर विरोधी हैं। इसका मुख्य कारण यह है कि राष्ट्रीय स्तर पर कोई सामान्य नीति बनाकर इस विषय में कम कार्य हुआ है।

(३) सामग्री की अशुद्धता (Inaccuracy of Data)—भारत में प्राप्त आँकड़ों में उच्च स्तर की शुद्धता का भी अभाव है। कृषि सम्बन्धी आँकड़े तो बहुत शुद्ध हैं। १९६१ की जनगणना में भी यह अशुद्धि रह गई है कि लगभग ११% लोग कम गिने गये हैं।

(४) समन्वय का अभाव (Lack of Co-ordination)—प्रायः देखा गया कि एक ही प्रकार के आँकड़ों की विभिन्न सस्थाओं या व्यक्तियों द्वारा एकत्रित किया

जाता है परन्तु सामग्री प्राप्त में कोई सम्बन्ध नहीं होगा उनकी कार्य प्रणाली में बहुत मिश्रता होती है। इन प्रकार दत्ति व साधन बिना किसी परिणाम के व्यर्थ व्यर्थ होता है।

(४) समुचित विश्लेषण और विधायन का अभाव (Lack of Proper analysis and processing)—एकत्रित माहिदा का ठीक प्रकार से विश्लेषण व विधायन नहीं होता। इसका मुख्य कारण यह है कि परतंत्रता की दशा में माहिदा मुख्यतः प्रशासकीय उद्देश्यों से लिया जाना था। स्वतंत्रता के उपरान्त इन माहिदाओं का उपयोग दिया गया है परन्तु अभी परिणाम तो तोषजनक नहीं है।

(५) एकद्वयता का अभाव (Lack of Uniformity)—भारतीय समाज सामग्री में एकद्वयता का अभाव है। माहिदा एकत्रित करने की प्रणाली तथा सारणीयन माहिदा करने की रीतिमा में परिवर्तन होता रहता है। विभिन्न परिभाषाओं भी चलती रहती हैं। इन कारणों से सामग्री तुलनीय नहीं हो जाती और सामग्री के बिना तुलनीय रूप उत्पन्न कोई विषय संभव नहीं।

(६) प्रकाशन सम्बन्धी दोष (Defects of Publication)—माहिदों के प्रकाशन में प्रायः काफी देर हो जाता है वस्तुतः अतएव उनकी सामयिकता नष्ट हो जाती है और उनका वह उपयोग नहीं रह जाता। इन्हीं सम्बन्धी माहिदा में यह दोष सम्मिलित है।

(७) अपर्याप्त प्रचार (Inadequate Publicity)—भारतीय माहिदों में एक दोष यह भी है कि उनका पर्याप्त प्रचार नहीं होता। अधिकांश जनता अनिच्छित है और उनमें माहिदा का प्रचार करना कठिन कार्य है। जब तक सामान्य जनता की माहिदा की जागरूकी नहीं होगी तब तक यह उचित उपचित लाभ नहीं हो सकेगी।

(८) स्पष्टता का अभाव (Lack of Clarity)—भारतीय माहिदों में भी बहुत कमी होती है। उनकी जब तक सार्वजनिक के साथ स्पष्ट व विद्या जाय, जन सामान्य के समझे योग्य नहीं होते।

**भारतीय समाज के संरक्षण में कठिनाइयाँ**

भारतीय समाज के संरक्षण में निम्न कठिनाइयाँ हैं

(१) अज्ञानता अविज्ञान—भारत की जनता अविज्ञान है इसलिए समाज के संरक्षण की नई समझने और सत्यतः सुझावों देने हैं।

(२) गलत दृष्टिकोण—हमारे देश में सामाजिकीय सामग्री के संरक्षण में प्रायः अयोग्य दृष्टिकोण पर पड़ता है इसलिए संरक्षण ठीक प्रकार से नहीं हो पाता।

(३) श्रमक इच्छा—गणतन्त्रों की परतंत्रता के कारण लोग किसी भी प्रकार के सामान्यता का धारा या भय की दृष्टि से देखते हैं और उनका संरक्षण करते हैं।



(४) विभिन्न रीति-रिवाज—हमारे देश के रीति-रिवाज भी कुछ ऐसे हैं जिनके कारण सामग्री का शुद्धता के साथ संकलन करने में बाधा पड़ती है। जैसे हिन्दू धर्म के अनुसार अधिक आयु की कुंवारी सड़कियों का पिता के घर में रहना अधर्म है इसलिये ऐसी दशा में लोग उनकी आयु कम बताने हैं। पर्दा प्रथा भी ठीक प्रकार से आँकड़े एकत्रित करने में बाधक है।

(५) देश की विविधता एवं विविधता—हमारा देश बहुत बड़ा है। यहाँ अनेक प्रकार की भाषा, बेश-भूषा, खान-पान तथा रीति-रिवाज हैं। इसलिये सामग्री संकलन का कार्य बहुत कठिन है।

(६) संचार व यातायात के साधनों की कमी—ऊँचे पहाड़ों से लेकर विनास समुद्र तक फैले हुए इस देश में तरह-तरह के भूभाग मिलते हैं। सभी जगह संचार व यातायात के ठीक साधन नहीं मिलते। इसलिये कोई भी अनुसंधान करने में बहुत कठिनाई पड़ती है।

(७) सरकार की उदासीनता—अंग्रेजी शासन काल में इस कार्य की महत्वपूर्ण स्थान नहीं दिया गया। लगभग वही दुराग्रह भी है। आँकड़ों का संकलन शासन के उद्देश्य से उन सरकारी कर्मचारियों द्वारा किया जाता है जो अन्य प्रशासकीय कार्यों के बोझ से दबे होने हैं और इस कार्य में रुचि नहीं लेते।

### सुधार के लिये सुझाव

(१) अलग सांख्यिकीय विभाग—एक घटक से सांख्यिकीय विभाग बनाया जाय जो सांख्यिकीय संकलन आदि से सम्बन्धित सभी कार्यों को देखभाल करे।

(२) प्रमाणीकरण—संकलन, वर्गीकरण, सारणीयन आदि सभी सांख्यिकीय विधियों का प्रमाणीकरण होना भी आवश्यक है ताकि आँकड़ों में एकरूपता रह सके।

(३) गणकों के प्रशिक्षण की व्यवस्था—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न अनुसंधानों के लिये जो गणक रखे जाय वे योग्य हों तथा उन्हें उचित प्रशिक्षण दिया जा चुका हो।

(४) समन्वय की व्यवस्था—इस दिसा में प्रयत्न होना चाहिये कि केन्द्रीय सरकार राज्य सरकारों, तथा अन्य मन्त्रालयों द्वारा किये जाने वाले अनुसंधानों में उचित समन्वय हो।

(५) शुद्धता की ओर ध्यान—जिन विषयों से सम्बन्धित आँकड़े प्रसूत हैं उन्हें नयी योजना द्वारा इस दृष्टि से एकत्रित कराया जाय कि इनमें शुद्धता व विश्वसनीयता आ सके।

(६) शीघ्र प्रकाशन—यह अत्यन्त आवश्यक है कि एकत्रित किये हुए आँकड़ों को शीघ्र प्रकाशित किया जाय। प्रकाशन में देर होने से आँकड़ों की सामयिकता, महत्व नष्ट न हो जाय।

(७) समुचित प्रचार—ग्राफिक्स व दृश्यमुचित प्रचार आवश्यक है ताकि जनता उनकी समझ, उनमें रुचि ले और उनके सहकारन में सहयोग दे।

(८) परिभाषाओं में स्पष्टता—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न परिभाषाएँ पहले से निर्दिष्ट कर ली जाय और व स्पष्ट हो प्रयान् उनके विषय में किसी प्रकार के संदेह या अस्पष्टता की गुंजाइश न हो।

(९) प्रशासनिक कर्मचारियों पर शोध नहीं—जो कर्मचारी प्रशासनिक कार्य में शोक्त हैं वेक होते हैं उन पर समका के सहकारन का भार नहीं डालना चाहिये। इसके लिये कर्मचारी प्रलग से होने चाहिये।

### Standard Questions

- 1 Give a brief account of the activities of the Central Government in connection with the collection of statistical data during the last eight years  
(Agra, B Com, 1957)
- 2 Write critical note on the 1951 census of population  
(Allahabad, B Com, 1952)
- 3 Discuss the possible value of census report to producers, manufacturers and business men. How can the Indian Census reports be made more useful to these people?  
(Alid, B Com, 1949)
- 4 Discuss briefly the machinery and procedure for Census of population or Census of production in a country. What precautions are necessary in such operations  
(Agra, M Com, 1952)
- 5 What type of statistical data are available with regard to the foreign trade of India? Discuss the method of their collection and the extent of their accuracy  
(Banaras, B Com, 1957)
- 6 Write a short essay on 'Industrial Statistics in India'  
(Banaras, B. Com, 1955)
- 7 How are crop forecasts prepared in India. Discuss the need for improving accuracy of facts  
(Agra, M A, 1958)
- 8 Define Normal Yield and describe the official methods of determining it. What do you consider to be the defects of a method and how would you remove them  
(Raj, M A, 1950)
- 9 Give a brief account of the present position regarding rural statistics in India and comment upon their adequacy  
(Agra, M Com)

What is meant by Census of production ? Why is such a Census taken ? How far is the Industrial Statistics Act adequate from the point of view of holding this Census in India ?

(Alld , M Com , 1947))

Write a lucid note on nature and scope of Industrial statistics in India

(Alld , B Com , 1953)

What are difficulties in estimating India's National Income ?

(Agra, M Com , 1945)

Outline the usual methods of estimating the National Income of a country and discuss in detail a method which would be suitable Income of India

(Agra, M A , 1951)

Mention the utility of trade statistics Mention the various publications giving information about the foreign trade of India

---

# LOGARITHMS

											Mean Differences									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	00000	00437	00866	01286	01697	02100	02495	02882	03261	03632	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
11	04137	04558	04972	05380	05781	06176	06564	06945	07319	07687	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
12	07918	08329	08733	09131	09522	09906	10283	10653	11017	11375	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
13	11734	12137	12534	12925	13310	13689	14062	14429	14790	15145	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
14	15492	15884	16270	16651	17026	17395	17758	18115	18466	18812	41	42	43	44	45	46	47	48	49	
15	19164	19558	19947	20331	20710	21084	21453	21817	22176	22530	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
16	22879	23278	23673	24064	24451	24834	25213	25588	25959	26326	61	62	63	64	65	66	67	68	69	
17	26689	27096	27500	27901	28298	28692	29083	29471	29856	30238	71	72	73	74	75	76	77	78	79	
18	30617	31035	31450	31862	32271	32677	33080	33481	33879	34275	81	82	83	84	85	86	87	88	89	
19	34669	35094	35516	35935	36352	36766	37178	37587	37993	38397	91	92	93	94	95	96	97	98	99	
20	38799	39241	39680	40117	40551	40982	41411	41837	42261	42682										
21	43101	43548	43992	44433	44871	45307	45740	46171	46599	47025										
22	47449	47896	48341	48783	49223	49661	50097	50531	50962	51391										
23	51818	52273	52726	53177	53626	54073	54518	54961	55402	55841										
24	56278	56726	57172	57616	58058	58499	58938	59375	59811	60245										
25	60678	61121	61562	62002	62440	62876	63311	63744	64176	64606										
26	65035	65472	65907	66341	66773	67204	67633	68061	68487	68912										
27	69336	69763	70188	70612	71034	71455	71875	72293	72710	73125										
28	73539	73952	74363	74772	75179	75584	75988	76390	76791	77190										
29	77588	77984	78379	78772	79163	79552	79939	80324	80707	81089										
30	81469	81847	82223	82598	82971	83342	83712	84080	84446	84811										
31	85174	85536	85896	86254	86611	86966	87320	87672	88023	88372										
32	88719	89064	89407	89749	90089	90428	90765	91100	91433	91764										
33	92094	92422	92749	93074	93397	93718	94038	94356	94672	94987										
34	95299	95609	95917	96224	96529	96833	97135	97436	97735	98032										
35	98328	98624	98918	99211	99502	99792	100080	100366	100650	100932										
36	101212	101499	101784	102068	102350	102631	102910	103187	103462	103736										
37	104008	104281	104553	104824	105094	105362	105629	105894	106158	106420										
38	106681	106941	107199	107456	107711	107965	108218	108469	108719	108968										
39	109215	109461	109706	109949	110191	110432	110672	110911	111148	111384										
40	111618	111861	112102	112342	112581	112818	113054	113289	113522	113754										
41	113985	114215	114444	114671	114897	115122	115346	115568	115789	116009										
42	116227	116467	116706	116943	117179	117413	117646	117878	118109	118339										
43	118568	118796	119023	119249	119474	119697	119919	120140	120360	120579										
44	120797	121014	121230	121445	121659	121872	122084	122295	122505	122714										
45	122922	123129	123335	123540	123744	123947	124149	124350	124550	124749										
46	124947	125144	125340	125535	125729	125922	126114	126305	126495	126684										
47	126872	127059	127245	127430	127614	127797	127979	128160	128340	128519										
48	128697	128875	129052	129228	129403	129577	129750	129922	130094	130265										
49	130435	130604	130772	130939	131105	131270	131434	131597	131759	131920										
50	132081	132241	132399	132557	132714	132870	133025	133179	133332	133484										
51	133635	133786	133936	134085	134233	134380	134526	134671	134815	134958										
52	135100	135242	135383	135523	135662	135800	135937	136073	136208	136342										
53	136475	136607	136738	136868	136997	137125	137252	137378	137503	137627										
54	137750	137872	137993	138114	138234	138353	138471	138588	138703	138819										
55	138933	139046	139158	139269	139379	139488	139596	139703	139809	139914										
56	140018	140121	140223	140325	140426	140526	140625	140723	140820	140916										
57	141011	141107	141202	141296	141389	141481	141572	141663	141753	141842										
58	141930	142018	142105	142191	142276	142360	142443	142525	142607	142688										
59	142768	142847	142925	143002	143078	143153	143228	143302	143375	143447										
60	143518	143589	143659	143728	143796	143863	143929	143994	144058	144121										
61	144183	144245	144306	144366	144425	144483	144540	144597	144653	144708										
62	144762	144817	144871	144924	144977	145029	145080	145131	145181	145231										
63	145280	145329	145377	145424	145470	145516	145561	145605	145649	145692										
64	145735	145777	145819	145860	145901	145941	145981	146020	146059	146097										
65	146135	146173	146210	146247	146283	146319	146354	146389	146423	146457										
66	146490	146523	146556	146588	146620	146651	146682	146713	146743	146773										
67	146803	146832	146861	146890	146918	146946	146974	147001	147028	147055										
68	147081	147107	147133	147158	147183	147208	147232	147256	147280	147303										
69	147326	147349	147372	147394	147416	147438	147459	147480	147501	147522										
70	147543	147563	147583	147603	147623	147642	147661	147680	147698	147717										
71	147735	147753	147771	147789	147806	147823	147840	147857	147873	147889										
72	147905	147921	147937	147952	147967	147982	147996	148011	148025	148039										
73	148053	148067	148081	148095	148108	148121	148134	148147	148160	148173										
74	148186	148198	148211	148223	148235	148247	148258	148269	148280	148291										
75	148302	148313	148324	148335	148345	148355	148365	148375	148385	148395										
76	148404	148414	148424	148434	148443	148453	148462	148471	148480	148489										
77	148498	148507	148516	148525	148534	148543	148552	148560	148569	148577										
78	148586	148594	148602	148610	148618	148626	148634	148642	148649	148657										
79	148664	148672	148680	148687	148694	148701	148708	148715	148722	148729										
80	148735	148742	148749	148755	148762	148768	148774	148780	148786	148792										
81	148798	148803	14																	

# ANTILOGARITHMS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference				
											1	2	3	4	5
00	10000	10003	10006	10009	10012	10015	10018	10021	10024	10027	2	5	7	9	10
01	10031	10034	10037	10040	10043	10046	10049	10052	10055	10058	2	5	7	9	10
02	10061	10064	10067	10070	10073	10076	10079	10082	10085	10088	2	5	7	9	10
03	10091	10094	10097	10100	10103	10106	10109	10112	10115	10118	2	5	7	9	10
04	10121	10124	10127	10130	10133	10136	10139	10142	10145	10148	2	5	7	9	10
05	10151	10154	10157	10160	10163	10166	10169	10172	10175	10178	2	5	7	9	10
06	10181	10184	10187	10190	10193	10196	10199	10202	10205	10208	2	5	7	9	10
07	10211	10214	10217	10220	10223	10226	10229	10232	10235	10238	2	5	7	9	10
08	10241	10244	10247	10250	10253	10256	10259	10262	10265	10268	2	5	7	9	10
09	10271	10274	10277	10280	10283	10286	10289	10292	10295	10298	2	5	7	9	10
10	10301	10304	10307	10310	10313	10316	10319	10322	10325	10328	2	5	7	9	10
11	10331	10334	10337	10340	10343	10346	10349	10352	10355	10358	2	5	7	9	10
12	10361	10364	10367	10370	10373	10376	10379	10382	10385	10388	2	5	7	9	10
13	10391	10394	10397	10400	10403	10406	10409	10412	10415	10418	2	5	7	9	10
14	10421	10424	10427	10430	10433	10436	10439	10442	10445	10448	2	5	7	9	10
15	10451	10454	10457	10460	10463	10466	10469	10472	10475	10478	2	5	7	9	10
16	10481	10484	10487	10490	10493	10496	10499	10502	10505	10508	2	5	7	9	10
17	10511	10514	10517	10520	10523	10526	10529	10532	10535	10538	2	5	7	9	10
18	10541	10544	10547	10550	10553	10556	10559	10562	10565	10568	2	5	7	9	10
19	10571	10574	10577	10580	10583	10586	10589	10592	10595	10598	2	5	7	9	10
20	10601	10604	10607	10610	10613	10616	10619	10622	10625	10628	2	5	7	9	10
21	10631	10634	10637	10640	10643	10646	10649	10652	10655	10658	2	5	7	9	10
22	10661	10664	10667	10670	10673	10676	10679	10682	10685	10688	2	5	7	9	10
23	10691	10694	10697	10700	10703	10706	10709	10712	10715	10718	2	5	7	9	10
24	10721	10724	10727	10730	10733	10736	10739	10742	10745	10748	2	5	7	9	10
25	10751	10754	10757	10760	10763	10766	10769	10772	10775	10778	2	5	7	9	10
26	10781	10784	10787	10790	10793	10796	10799	10802	10805	10808	2	5	7	9	10
27	10811	10814	10817	10820	10823	10826	10829	10832	10835	10838	2	5	7	9	10
28	10841	10844	10847	10850	10853	10856	10859	10862	10865	10868	2	5	7	9	10
29	10871	10874	10877	10880	10883	10886	10889	10892	10895	10898	2	5	7	9	10
30	10901	10904	10907	10910	10913	10916	10919	10922	10925	10928	2	5	7	9	10
31	10931	10934	10937	10940	10943	10946	10949	10952	10955	10958	2	5	7	9	10
32	10961	10964	10967	10970	10973	10976	10979	10982	10985	10988	2	5	7	9	10
33	10991	10994	11000	11003	11006	11009	11012	11015	11018	11021	2	5	7	9	10
34	11021	11024	11027	11030	11033	11036	11039	11042	11045	11048	2	5	7	9	10
35	11051	11054	11057	11060	11063	11066	11069	11072	11075	11078	2	5	7	9	10
36	11081	11084	11087	11090	11093	11096	11099	11102	11105	11108	2	5	7	9	10
37	11111	11114	11117	11120	11123	11126	11129	11132	11135	11138	2	5	7	9	10
38	11141	11144	11147	11150	11153	11156	11159	11162	11165	11168	2	5	7	9	10
39	11171	11174	11177	11180	11183	11186	11189	11192	11195	11198	2	5	7	9	10
40	11201	11204	11207	11210	11213	11216	11219	11222	11225	11228	2	5	7	9	10
41	11231	11234	11237	11240	11243	11246	11249	11252	11255	11258	2	5	7	9	10
42	11261	11264	11267	11270	11273	11276	11279	11282	11285	11288	2	5	7	9	10
43	11291	11294	11297	11300	11303	11306	11309	11312	11315	11318	2	5	7	9	10
44	11321	11324	11327	11330	11333	11336	11339	11342	11345	11348	2	5	7	9	10
45	11351	11354	11357	11360	11363	11366	11369	11372	11375	11378	2	5	7	9	10
46	11381	11384	11387	11390	11393	11396	11399	11402	11405	11408	2	5	7	9	10
47	11411	11414	11417	11420	11423	11426	11429	11432	11435	11438	2	5	7	9	10
48	11441	11444	11447	11450	11453	11456	11459	11462	11465	11468	2	5	7	9	10
49	11471	11474	11477	11480	11483	11486	11489	11492	11495	11498	2	5	7	9	10

## ANTILOG ARITHMIS

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Main Differences									
											1	2	3	4	5	6	7	8	9	
60	31623	31696	31779	31864	31952	32043	32137	32234	32333	32434	2 15	22	31	41	51	61	71	81	91	
61	32359	32444	32531	32620	32711	32804	32899	32996	33095	33195	3 15	23	32	42	52	62	72	82	92	
62	33121	33209	33298	33389	33481	33575	33671	33768	33867	33967	4 15	24	33	43	53	63	73	83	93	
63	33784	33873	33963	34054	34147	34242	34338	34435	34534	34634	5 15	25	34	44	54	64	74	84	94	
64	34674	34754	34834	34914	34995	35075	35155	35235	35315	35400	6 15	26	35	45	55	65	75	85	95	
65	35481	35561	35641	35721	35801	35879	35959	36035	36115	36195	7 15	27	36	46	56	66	76	86	96	
66	36750	36830	36910	36990	37070	37148	37228	37308	37388	37468	8 15	28	37	47	57	67	77	87	97	
67	37754	37834	37914	37994	38074	38154	38234	38314	38394	38474	9 15	29	38	48	58	68	78	88	98	
68	38958	39038	39118	39198	39278	39358	39438	39518	39598	39678	10 15	30	39	49	59	69	79	89	99	
69	39993	40073	40153	40233	40313	40393	40473	40553	40633	40713	11 15	31	40	50	60	70	80	90	100	
70	40811	40891	40971	41051	41131	41211	41291	41371	41451	41531	12 15	32	41	51	61	71	81	91	101	
71	41653	41733	41813	41893	41973	42053	42133	42213	42293	42373	13 15	33	42	52	62	72	82	92	102	
72	42635	42715	42795	42875	42955	43035	43115	43195	43275	43355	14 15	34	43	53	63	73	83	93	103	
73	43557	43637	43717	43797	43877	43957	44037	44117	44197	44277	15 15	35	44	54	64	74	84	94	104	
74	44660	44740	44820	44900	44980	45060	45140	45220	45300	45380	16 15	36	45	55	65	75	85	95	105	
75	45764	45844	45924	46004	46084	46164	46244	46324	46404	46484	17 15	37	46	56	66	76	86	96	106	
76	46868	46948	47028	47108	47188	47268	47348	47428	47508	47588	18 15	38	47	57	67	77	87	97	107	
77	47692	47772	47852	47932	48012	48092	48172	48252	48332	48412	19 15	39	48	58	68	78	88	98	108	
78	48516	48596	48676	48756	48836	48916	48996	49076	49156	49236	20 15	40	49	59	69	79	89	99	109	
79	49360	49440	49520	49600	49680	49760	49840	49920	50000	50080	21 15	41	50	60	70	80	90	100	110	
80	50124	50204	50284	50364	50444	50524	50604	50684	50764	50844	22 15	42	51	61	71	81	91	101	111	
81	50908	50988	51068	51148	51228	51308	51388	51468	51548	51628	23 15	43	52	62	72	82	92	102	112	
82	51712	51792	51872	51952	52032	52112	52192	52272	52352	52432	24 15	44	53	63	73	83	93	103	113	
83	52536	52616	52696	52776	52856	52936	53016	53096	53176	53256	25 15	45	54	64	74	84	94	104	114	
84	53360	53440	53520	53600	53680	53760	53840	53920	54000	54080	26 15	46	55	65	75	85	95	105	115	
85	54184	54264	54344	54424	54504	54584	54664	54744	54824	54904	27 15	47	56	66	76	86	96	106	116	
86	54928	55008	55088	55168	55248	55328	55408	55488	55568	55648	28 15	48	57	67	77	87	97	107	117	
87	55792	55872	55952	56032	56112	56192	56272	56352	56432	56512	29 15	49	58	68	78	88	98	108	118	
88	56616	56696	56776	56856	56936	57016	57096	57176	57256	57336	30 15	50	59	69	79	89	99	109	119	
89	57440	57520	57600	57680	57760	57840	57920	58000	58080	58160	31 15	51	60	70	80	90	100	110	120	
90	58284	58364	58444	58524	58604	58684	58764	58844	58924	59004	32 15	52	61	71	81	91	101	111	121	
91	59048	59128	59208	59288	59368	59448	59528	59608	59688	59768	33 15	53	62	72	82	92	102	112	122	
92	59912	59992	60072	60152	60232	60312	60392	60472	60552	60632	34 15	54	63	73	83	93	103	113	123	
93	60796	60876	60956	61036	61116	61196	61276	61356	61436	61516	35 15	55	64	74	84	94	104	114	124	
94	61680	61760	61840	61920	62000	62080	62160	62240	62320	62400	36 15	56	65	75	85	95	105	115	125	
95	62564	62644	62724	62804	62884	62964	63044	63124	63204	63284	37 15	57	66	76	86	96	106	116	126	
96	63408	63488	63568	63648	63728	63808	63888	63968	64048	64128	38 15	58	67	77	87	97	107	117	127	
97	64272	64352	64432	64512	64592	64672	64752	64832	64912	65000	39 15	59	68	78	88	98	108	118	128	
98	65064	65144	65224	65304	65384	65464	65544	65624	65704	65784	40 15	60	69	79	89	99	109	119	129	
99	65872	65952	66032	66112	66192	66272	66352	66432	66512	66592	41 15	61	70	80	90	100	110	120	130	

# SQUARES From 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Main Database									
											1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	1 0000	0 0001	0 0004	0 0009	0 0016	0 0025	0 0036	0 0049	0 0064	0 0081	1 01	41	81	121	161	201	241	281	321	
11	1 2100	2 4401	3 6904	4 9609	6 2516	7 5725	8 9236	10 3049	11 7164	13 1581	12 14	54	94	134	174	214	254	294	334	
12	1 4400	2 8801	4 3604	5 8809	7 4416	9 0425	10 6836	12 3649	14 0864	15 8481	14 15	65	105	145	185	225	265	305	345	
13	1 6900	3 3801	5 1104	6 8809	8 6916	10 5425	12 4336	14 3649	16 3364	18 3481	16 16	76	116	156	196	236	276	316	356	
14	1 9600	3 9201	5 8404	7 8109	9 8216	11 8725	13 9636	16 0949	18 2664	20 4781	18 17	87	127	167	207	247	287	327	367	
15	2 2500	4 4001	6 4104	8 3809	10 3116	12 2925	14 3236	16 4049	18 5264	20 6881	20 18	98	138	178	218	258	298	338	378	
16	2 5600	5 1201	7 5604	9 9609	12 3216	14 6425	17 0236	19 4649	21 9664	23 5281	22 19	109	149	189	229	269	309	349	389	
17	2 8900	5 7801	8 6404	11 4609	14 2516	17 0025	19 7136	22 3849	25 0164	26 6081	24 20	120	160	199	239	279	319	359	399	
18	3 2400	6 4801	9 6404	12 8109	15 9016	18 9125	21 8836	24 8149	27 7064	30 5581	26 21	131	171	210	250	290	330	370	410	
19	3 6100	7 2201	10 7604	14 3309	17 8116	20 7225	23 5836	26 4049	29 1864	31 9281	28 22	142	182	221	261	301	341	381	421	
20	4 0000	8 0001	12 0004	16 0009	20 0016	24 0025	28 0036	32 0049	36 0064	40 0081	30 23	153	193	232	272	312	352	392	432	
21	4 4100	8 8201	13 2404	17 6609	22 1216	26 5925	31 0736	35 5649	40 0664	44 5781	32 24	164	204	243	283	323	363	403	443	
22	4 8400	9 6801	14 5604	19 1209	23 7016	28 2825	32 8636	37 4549	42 0564	46 6581	34 25	175	215	254	294	334	374	414	454	
23	5 2900	10 5801	15 5604	20 2409	24 8216	29 4025	33 9836	38 5649	43 1564	47 7581	36 26	186	226	265	305	345	385	425	465	
24	5 7600	11 5201	16 6404	21 4809	26 0616	30 6425	35 2236	39 8049	44 3864	48 9681	38 27	197	237	276	316	356	396	436	476	
25	6 2500	12 5001	17 7604	22 7609	27 2516	31 8325	36 4136	41 0049	45 5964	50 1881	40 28	208	248	287	327	367	407	447	487	
26	6 7600	13 5201	18 9604	24 0009	28 7016	33 2825	37 8636	42 4549	47 0464	51 6381	42 29	219	259	298	338	378	418	458	498	
27	7 2900	14 5801	20 1604	25 3309	29 8216	34 3025	38 8836	43 4649	48 0564	52 6481	44 30	230	270	309	349	389	429	469	509	
28	7 8400	15 6801	21 3604	26 6409	30 8216	35 3825	39 9636	44 5449	49 1364	53 7281	46 31	241	281	320	360	399	439	479	519	
29	8 4100	16 8201	22 6404	27 9609	31 8216	36 4025	40 9836	45 5649	50 1564	54 8281	48 32	252	292	331	371	410	450	490	530	
30	9 0000	18 0001	24 0004	29 2009	32 8016	37 4025	42 0036	46 6049	51 2064	56 0081	50 33	263	303	342	382	421	461	501	541	
31	9 6100	19 2201	25 3604	30 6609	33 8016	38 4025	43 0036	47 6049	52 2064	57 2081	52 34	274	314	353	393	432	472	512	552	
32	10 2400	20 4801	26 7204	31 9209	34 8016	39 4025	44 0036	48 6049	53 2064	58 2081	54 35	285	325	364	404	443	483	523	563	
33	10 8900	21 7801	28 0604	33 2409	35 7016	40 4025	45 0036	49 6049	54 2064	59 2081	56 36	296	336	375	415	454	494	534	574	
34	11 5600	23 1201	29 4404	34 6409	36 6016	41 8025	46 0036	50 6049	55 2064	60 2081	58 37	307	347	386	426	465	505	545	585	
35	12 2500	24 5001	30 8404	36 0809	37 6016	42 8025	47 0036	51 6049	56 2064	61 2081	60 38	318	358	397	437	476	516	556	596	
36	12 9600	25 9201	32 2404	37 5609	38 6016	43 8025	48 0036	52 6049	57 2064	62 2081	62 39	329	369	408	448	487	527	567	607	
37	13 6900	27 3801	33 6804	38 9609	39 6016	44 8025	49 0036	53 6049	58 2064	63 2081	64 40	340	380	419	459	498	538	578	618	
38	14 4400	28 8801	35 1604	40 3209	40 6016	45 8025	50 0036	54 6049	59 2064	64 2081	66 41	351	391	430	470	509	549	589	629	
39	15 2100	30 4001	36 6804	41 7609	41 6016	46 8025	51 0036	55 6049	60 2064	65 2081	68 42	362	402	441	481	520	560	600	640	
40	16 0000	32 0001	38 4004	43 2009	42 6016	47 8025	52 0036	56 6049	61 2064	66 2081	70 43	373	413	452	492	531	571	611	651	
41	16 8100	33 6401	39 8404	44 6409	43 6016	48 8025	53 0036	57 6049	62 2064	67 2081	72 44	384	424	463	503	542	582	622	662	
42	17 6400	35 2801	41 3604	46 0809	44 6016	49 8025	54 0036	58 6049	63 2064	68 2081	74 45	395	435	474	514	553	593	633	673	
43	18 4900	36 9601	42 9604	47 5609	45 6016	50 8025	55 0036	59 6049	64 2064	69 2081	76 46	406	446	485	525	564	604	644	684	
44	19 3600	38 6801	44 5604	49 0009	46 6016	51 8025	56 0036	60 6049	65 2064	70 2081	78 47	417	457	496	536	575	615	655	695	
45	20 2500	40 4401	46 2404	50 4809	47 6016	52 8025	57 0036	61 6049	66 2064	71 2081	80 48	428	468	507	547	586	626	666	706	
46	21 1600	42 2801	47 9604	52 0009	48 6016	53 8025	58 0036	62 6049	67 2064	72 2081	82 49	439	479	518	558	597	637	677	717	
47	22 0900	44 1601	49 7604	53 9209	49 6016	54 8025	59 0036	63 6049	68 2064	73 2081	84 50	450	490	529	569	608	648	688	728	
48	23 0400	46 0801	51 6004	55 8409	50 6016	55 8025	60 0036	64 6049	69 2064	74 2081	86 51	461	501	540	580	619	659	699	739	
49	24 0100	48 0401	53 5604	57 7609	51 6016	56 8025	61 0036	65 6049	70 2064	75 2081	88 52	472	512	551	591	630	670	710	750	
50	25 0000	50 0001	55 6004	60 0009	52 6016	58 0025	62 0036	66 6049	71 2064	76 2081	90 53	483	523	562	602	641	681	721	761	
51	26 0100	52 0401	57 6404	62 0809	53 6016	59 0025	63 0036	67 6049	72 2064	77 2081	92 54	494	534	573	613	652	692	732	772	
52	27 0400	54 0801	59 2804	64 0009	54 6016	60 0025	64 0036	68 6049	73 2064	78 2081	94 55	505	545	584	624	663	703	743	783	
53	28 0900	56 1601	61 3604	66 0009	55 6016	61 0025	65 0036	69 6049	74 2064	79 2081	96 56	516	556	595	635	674	714	754	794	
54	29 1600	58 2801	63 6004	68 0009	56 6016	62 0025	66 0036	70 6049	75 2064	80 2081	98 57	527	567	606	646	685	725	765	805	

**SQUARE ROOTS** From 1 to 10

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean tabulations								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
65	30750	30740	30730	30720	30710	30700	30690	30680	30670	30660	30650	30640	30630	30620	30610	30600	30590	30580	30570
66	31350	31340	31330	31320	31310	31300	31290	31280	31270	31260	31250	31240	31230	31220	31210	31200	31190	31180	31170
67	31950	31940	31930	31920	31910	31900	31890	31880	31870	31860	31850	31840	31830	31820	31810	31800	31790	31780	31770
68	32550	32540	32530	32520	32510	32500	32490	32480	32470	32460	32450	32440	32430	32420	32410	32400	32390	32380	32370
69	33150	33140	33130	33120	33110	33100	33090	33080	33070	33060	33050	33040	33030	33020	33010	33000	32990	32980	32970
70	33750	33740	33730	33720	33710	33700	33690	33680	33670	33660	33650	33640	33630	33620	33610	33600	33590	33580	33570
71	34350	34340	34330	34320	34310	34300	34290	34280	34270	34260	34250	34240	34230	34220	34210	34200	34190	34180	34170
72	34950	34940	34930	34920	34910	34900	34890	34880	34870	34860	34850	34840	34830	34820	34810	34800	34790	34780	34770
73	35550	35540	35530	35520	35510	35500	35490	35480	35470	35460	35450	35440	35430	35420	35410	35400	35390	35380	35370
74	36150	36140	36130	36120	36110	36100	36090	36080	36070	36060	36050	36040	36030	36020	36010	36000	35990	35980	35970
75	36750	36740	36730	36720	36710	36700	36690	36680	36670	36660	36650	36640	36630	36620	36610	36600	36590	36580	36570
76	37350	37340	37330	37320	37310	37300	37290	37280	37270	37260	37250	37240	37230	37220	37210	37200	37190	37180	37170
77	37950	37940	37930	37920	37910	37900	37890	37880	37870	37860	37850	37840	37830	37820	37810	37800	37790	37780	37770
78	38550	38540	38530	38520	38510	38500	38490	38480	38470	38460	38450	38440	38430	38420	38410	38400	38390	38380	38370
79	39150	39140	39130	39120	39110	39100	39090	39080	39070	39060	39050	39040	39030	39020	39010	39000	38990	38980	38970
80	39750	39740	39730	39720	39710	39700	39690	39680	39670	39660	39650	39640	39630	39620	39610	39600	39590	39580	39570
81	40350	40340	40330	40320	40310	40300	40290	40280	40270	40260	40250	40240	40230	40220	40210	40200	40190	40180	40170
82	40950	40940	40930	40920	40910	40900	40890	40880	40870	40860	40850	40840	40830	40820	40810	40800	40790	40780	40770
83	41550	41540	41530	41520	41510	41500	41490	41480	41470	41460	41450	41440	41430	41420	41410	41400	41390	41380	41370
84	42150	42140	42130	42120	42110	42100	42090	42080	42070	42060	42050	42040	42030	42020	42010	42000	41990	41980	41970
85	42750	42740	42730	42720	42710	42700	42690	42680	42670	42660	42650	42640	42630	42620	42610	42600	42590	42580	42570
86	43350	43340	43330	43320	43310	43300	43290	43280	43270	43260	43250	43240	43230	43220	43210	43200	43190	43180	43170
87	43950	43940	43930	43920	43910	43900	43890	43880	43870	43860	43850	43840	43830	43820	43810	43800	43790	43780	43770
88	44550	44540	44530	44520	44510	44500	44490	44480	44470	44460	44450	44440	44430	44420	44410	44400	44390	44380	44370
89	45150	45140	45130	45120	45110	45100	45090	45080	45070	45060	45050	45040	45030	45020	45010	45000	44990	44980	44970
90	45750	45740	45730	45720	45710	45700	45690	45680	45670	45660	45650	45640	45630	45620	45610	45600	45590	45580	45570
91	46350	46340	46330	46320	46310	46300	46290	46280	46270	46260	46250	46240	46230	46220	46210	46200	46190	46180	46170
92	46950	46940	46930	46920	46910	46900	46890	46880	46870	46860	46850	46840	46830	46820	46810	46800	46790	46780	46770
93	47550	47540	47530	47520	47510	47500	47490	47480	47470	47460	47450	47440	47430	47420	47410	47400	47390	47380	47370
94	48150	48140	48130	48120	48110	48100	48090	48080	48070	48060	48050	48040	48030	48020	48010	48000	47990	47980	47970
95	48750	48740	48730	48720	48710	48700	48690	48680	48670	48660	48650	48640	48630	48620	48610	48600	48590	48580	48570
96	49350	49340	49330	49320	49310	49300	49290	49280	49270	49260	49250	49240	49230	49220	49210	49200	49190	49180	49170
97	49950	49940	49930	49920	49910	49900	49890	49880	49870	49860	49850	49840	49830	49820	49810	49800	49790	49780	49770
98	50550	50540	50530	50520	50510	50500	50490	50480	50470	50460	50450	50440	50430	50420	50410	50400	50390	50380	50370
99	51150	51140	51130	51120	51110	51100	51090	51080	51070	51060	51050	51040	51030	51020	51010	51000	50990	50980	50970



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Difference											
											1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
1	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	
2	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
3	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
4	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
5	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
6	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
7	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
8	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
9	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	
10	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
11	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	
12	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
13	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	
14	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
15	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
16	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	
17	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	
18	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	
19	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	
20	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	
21	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	
22	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	
23	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	
24	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	
25	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
26	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	
27	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	
28	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	
29	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	
30	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	
31	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	
32	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	
33	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	
34	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
35	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
36	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	
37	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	
38	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	
39	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	
40	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	
41	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	
42	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	
43	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	
44	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	
45	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
46	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	
47	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	
48	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	
49	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	
50	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	
51	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	
52	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	
53	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	
54	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	
55	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
56	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	
57	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	
58	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	
59	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	
60	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3 2557	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	
61	3 1621	3 1725	3 1829	3 1933	3 2037	3 2141	3 2245	3 2349	3 2453	3												

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences.								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7 4161	7 4229	7 4297	7 4364	7 4431	7 4498	7 4565	7 4632	7 4699	7 4766	7 43 20	27 34 40	47 54 60						
56	7 4833	7 4900	7 4967	7 5034	7 5101	7 5168	7 5235	7 5302	7 5369	7 5436	7 43 21	27 34 41	47 54 61						
57	7 5507	7 5575	7 5642	7 5709	7 5776	7 5843	7 5910	7 5977	7 6044	7 6111	7 43 22	27 34 42	47 54 62						
58	7 6283	7 6351	7 6418	7 6485	7 6552	7 6619	7 6686	7 6753	7 6820	7 6887	7 43 23	27 34 43	47 54 63						
59	7 6954	7 7022	7 7089	7 7156	7 7223	7 7290	7 7357	7 7424	7 7491	7 7558	7 43 24	27 34 44	47 54 64						
60	7 7625	7 7692	7 7759	7 7826	7 7893	7 7960	7 8027	7 8094	7 8161	7 8228	6 13 19	26 32 35	45 51 53						
61	7 8300	7 8367	7 8434	7 8501	7 8568	7 8635	7 8702	7 8769	7 8836	7 8903	6 13 20	26 32 36	45 51 54						
62	7 9039	7 9106	7 9173	7 9240	7 9307	7 9374	7 9441	7 9508	7 9575	7 9642	6 13 21	26 32 37	45 51 55						
63	7 9709	7 9776	7 9843	7 9910	7 9977	8 0044	8 0111	8 0178	8 0245	8 0312	6 13 22	26 32 38	45 51 56						
64	8 0379	8 0446	8 0513	8 0580	8 0647	8 0714	8 0781	8 0848	8 0915	8 0982	6 13 23	26 32 39	45 51 57						
65	8 1049	8 1116	8 1183	8 1250	8 1317	8 1384	8 1451	8 1518	8 1585	8 1652	6 13 24	26 32 40	45 51 58						
66	8 1719	8 1786	8 1853	8 1920	8 1987	8 2054	8 2121	8 2188	8 2255	8 2322	6 13 25	26 32 41	45 51 59						
67	8 2389	8 2456	8 2523	8 2590	8 2657	8 2724	8 2791	8 2858	8 2925	8 2992	6 13 26	26 32 42	45 52 00						
68	8 3059	8 3126	8 3193	8 3260	8 3327	8 3394	8 3461	8 3528	8 3595	8 3662	6 13 27	26 32 43	45 52 01						
69	8 3729	8 3796	8 3863	8 3930	8 3997	8 4064	8 4131	8 4198	8 4265	8 4332	6 13 28	26 32 44	45 52 02						
70	8 4399	8 4466	8 4533	8 4600	8 4667	8 4734	8 4801	8 4868	8 4935	8 5002	6 13 29	26 32 45	45 52 03						
71	8 5069	8 5136	8 5203	8 5270	8 5337	8 5404	8 5471	8 5538	8 5605	8 5672	6 13 30	26 32 46	45 52 04						
72	8 5739	8 5806	8 5873	8 5940	8 6007	8 6074	8 6141	8 6208	8 6275	8 6342	6 13 31	26 32 47	45 52 05						
73	8 6409	8 6476	8 6543	8 6610	8 6677	8 6744	8 6811	8 6878	8 6945	8 7012	6 13 32	26 32 48	45 52 06						
74	8 7079	8 7146	8 7213	8 7280	8 7347	8 7414	8 7481	8 7548	8 7615	8 7682	6 13 33	26 32 49	45 52 07						
75	8 7749	8 7816	8 7883	8 7950	8 8017	8 8084	8 8151	8 8218	8 8285	8 8352	6 13 34	26 32 50	45 52 08						
76	8 8419	8 8486	8 8553	8 8620	8 8687	8 8754	8 8821	8 8888	8 8955	8 9022	6 13 35	26 32 51	45 52 09						
77	8 9089	8 9156	8 9223	8 9290	8 9357	8 9424	8 9491	8 9558	8 9625	8 9692	6 13 36	26 32 52	45 52 10						
78	8 9759	8 9826	8 9893	8 9960	9 0027	9 0094	9 0161	9 0228	9 0295	9 0362	6 13 37	26 32 53	45 52 11						
79	9 0439	9 0506	9 0573	9 0640	9 0707	9 0774	9 0841	9 0908	9 0975	9 1042	6 13 38	26 32 54	45 52 12						
80	9 1109	9 1176	9 1243	9 1310	9 1377	9 1444	9 1511	9 1578	9 1645	9 1712	6 13 39	26 32 55	45 52 13						
81	9 1779	9 1846	9 1913	9 1980	9 2047	9 2114	9 2181	9 2248	9 2315	9 2382	6 13 40	26 32 56	45 52 14						
82	9 2449	9 2516	9 2583	9 2650	9 2717	9 2784	9 2851	9 2918	9 2985	9 3052	6 13 41	26 32 57	45 52 15						
83	9 3119	9 3186	9 3253	9 3320	9 3387	9 3454	9 3521	9 3588	9 3655	9 3722	6 13 42	26 32 58	45 52 16						
84	9 3789	9 3856	9 3923	9 3990	9 4057	9 4124	9 4191	9 4258	9 4325	9 4392	6 13 43	26 32 59	45 52 17						
85	9 4459	9 4526	9 4593	9 4660	9 4727	9 4794	9 4861	9 4928	9 4995	9 5062	6 13 44	26 33 00	45 52 18						
86	9 5129	9 5196	9 5263	9 5330	9 5397	9 5464	9 5531	9 5598	9 5665	9 5732	6 13 45	26 33 01	45 52 19						
87	9 5799	9 5866	9 5933	9 6000	9 6067	9 6134	9 6201	9 6268	9 6335	9 6402	6 13 46	26 33 02	45 52 20						
88	9 6469	9 6536	9 6603	9 6670	9 6737	9 6804	9 6871	9 6938	9 7005	9 7072	6 13 47	26 33 03	45 52 21						
89	9 7139	9 7206	9 7273	9 7340	9 7407	9 7474	9 7541	9 7608	9 7675	9 7742	6 13 48	26 33 04	45 52 22						
90	9 7809	9 7876	9 7943	9 8010	9 8077	9 8144	9 8211	9 8278	9 8345	9 8412	6 13 49	26 33 05	45 52 23						
91	9 8479	9 8546	9 8613	9 8680	9 8747	9 8814	9 8881	9 8948	9 9015	9 9082	6 13 50	26 33 06	45 52 24						
92	9 9149	9 9216	9 9283	9 9350	9 9417	9 9484	9 9551	9 9618	9 9685	9 9752	6 13 51	26 33 07	45 52 25						
93	9 9819	9 9886	9 9953	10 0020	10 0087	10 0154	10 0221	10 0288	10 0355	10 0422	6 13 52	26 33 08	45 52 26						
94	10 0489	10 0556	10 0623	10 0690	10 0757	10 0824	10 0891	10 0958	10 1025	10 1092	6 13 53	26 33 09	45 52 27						
95	10 1159	10 1226	10 1293	10 1360	10 1427	10 1494	10 1561	10 1628	10 1695	10 1762	6 13 54	26 33 10	45 52 28						
96	10 1829	10 1896	10 1963	10 2030	10 2097	10 2164	10 2231	10 2298	10 2365	10 2432	6 13 55	26 33 11	45 52 29						
97	10 2499	10 2566	10 2633	10 2700	10 2767	10 2834	10 2901	10 2968	10 3035	10 3102	6 13 56	26 33 12	45 52 30						
98	10 3169	10 3236	10 3303	10 3370	10 3437	10 3504	10 3571	10 3638	10 3705	10 3772	6 13 57	26 33 13	45 52 31						
99	10 3839	10 3906	10 3973	10 4040	10 4107	10 4174	10 4241	10 4308	10 4375	10 4442	6 13 58	26 33 14	45 52 32						

RECIPROCAL OF NUMBERS. From 1 to 10.

A number of different substances to be subtracted and added

											Mean In Degrees									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
10	10000	99910	99820	99730	99640	99550	99460	99370	99280	99190										
11	99100	99010	98920	98830	98740	98650	98560	98470	98380	98290										
12	98200	98110	98020	97930	97840	97750	97660	97570	97480	97390										
13	97400	97310	97220	97130	97040	96950	96860	96770	96680	96590										
14	96600	96510	96420	96330	96240	96150	96060	95970	95880	95790										
15	95800	95710	95620	95530	95440	95350	95260	95170	95080	94990										
16	94900	94810	94720	94630	94540	94450	94360	94270	94180	94090										
17	94000	93910	93820	93730	93640	93550	93460	93370	93280	93190										
18	93100	93010	92920	92830	92740	92650	92560	92470	92380	92290										
19	92200	92110	92020	91930	91840	91750	91660	91570	91480	91390										
20	91300	91210	91120	91030	90940	90850	90760	90670	90580	90490										
21	90400	90310	90220	90130	90040	89950	89860	89770	89680	89590										
22	89500	89410	89320	89230	89140	89050	88960	88870	88780	88690										
23	88600	88510	88420	88330	88240	88150	88060	87970	87880	87790										
24	87700	87610	87520	87430	87340	87250	87160	87070	86980	86890										
25	86800	86710	86620	86530	86440	86350	86260	86170	86080	85990										
26	85900	85810	85720	85630	85540	85450	85360	85270	85180	85090										
27	85000	84910	84820	84730	84640	84550	84460	84370	84280	84190										
28	84100	84010	83920	83830	83740	83650	83560	83470	83380	83290										
29	83200	83110	83020	82930	82840	82750	82660	82570	82480	82390										
30	82300	82210	82120	82030	81940	81850	81760	81670	81580	81490										
31	81400	81310	81220	81130	81040	80950	80860	80770	80680	80590										
32	80500	80410	80320	80230	80140	80050	79960	79870	79780	79690										
33	79600	79510	79420	79330	79240	79150	79060	78970	78880	78790										
34	78700	78610	78520	78430	78340	78250	78160	78070	77980	77890										
35	77800	77710	77620	77530	77440	77350	77260	77170	77080	76990										
36	76900	76810	76720	76630	76540	76450	76360	76270	76180	76090										
37	76000	75910	75820	75730	75640	75550	75460	75370	75280	75190										
38	75100	75010	74920	74830	74740	74650	74560	74470	74380	74290										
39	74200	74110	74020	73930	73840	73750	73660	73570	73480	73390										
40	73300	73210	73120	73030	72940	72850	72760	72670	72580	72490										
41	72400	72310	72220	72130	72040	71950	71860	71770	71680	71590										
42	71500	71410	71320	71230	71140	71050	70960	70870	70780	70690										
43	70600	70510	70420	70330	70240	70150	70060	69970	69880	69790										
44	69700	69610	69520	69430	69340	69250	69160	69070	68980	68890										
45	68800	68710	68620	68530	68440	68350	68260	68170	68080	67990										
46	67900	67810	67720	67630	67540	67450	67360	67270	67180	67090										
47	67000	66910	66820	66730	66640	66550	66460	66370	66280	66190										
48	66100	66010	65920	65830	65740	65650	65560	65470	65380	65290										
49	65200	65110	65020	64930	64840	64750	64660	64570	64480	64390										
50	64300	64210	64120	64030	63940	63850	63760	63670	63580	63490										
51	63400	63310	63220	63130	63040	62950	62860	62770	62680	62590										
52	62500	62410	62320	62230	62140	62050	61960	61870	61780	61690										
53	61600	61510	61420	61330	61240	61150	61060	60970	60880	60790										
54	60700	60610	60520	60430	60340	60250	60160	60070	59980	59890										

# RECIPROCAL OF NUMBERS From 1 to 10

Numbers in difference columns to be subtracted, not added

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Mean Differences								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	18 92	18 40	17 50	17 00	16 10	15 20	14 30	13 40	12 50	12 00	1 2	30	33	36	39	42	45	48	51
56	18 80	18 28	17 38	16 48	15 58	15 08	14 18	13 28	12 38	11 48	1 3	29	32	35	38	41	44	47	50
57	18 68	18 16	17 26	16 36	15 46	14 56	14 06	13 16	12 26	11 36	1 4	28	31	34	37	40	43	46	49
58	18 56	18 04	17 14	16 24	15 34	14 44	13 54	13 04	12 14	11 24	1 5	27	30	33	36	39	42	45	48
59	18 44	17 92	17 02	16 12	15 22	14 32	13 42	12 52	12 02	11 12	1 6	26	29	32	35	38	41	44	47
60	18 32	17 80	16 90	16 00	15 10	14 20	13 30	12 40	11 50	11 00	1 7	25	28	31	34	37	40	43	46
61	18 20	17 68	16 78	15 88	14 98	14 08	13 18	12 28	11 38	10 48	1 8	24	27	30	33	36	39	42	45
62	18 08	17 56	16 66	15 76	14 86	13 96	13 06	12 16	11 26	10 36	1 9	23	26	29	32	35	38	41	44
63	17 96	17 44	16 54	16 04	15 14	14 24	13 34	12 44	11 54	11 04	2 0	22	25	28	31	34	37	40	43
64	17 84	17 32	16 42	15 52	15 02	14 12	13 22	12 32	11 42	10 52	2 1	21	24	27	30	33	36	39	42
65	17 72	17 20	16 30	15 40	14 50	14 00	13 10	12 20	11 30	10 40	2 2	20	23	26	29	32	35	38	41
66	17 60	17 08	16 18	15 28	14 38	13 48	12 58	12 08	11 18	10 28	2 3	19	22	25	28	31	34	37	40
67	17 48	16 96	16 06	15 16	14 26	13 36	12 46	11 56	11 06	10 16	2 4	18	21	24	27	30	33	36	39
68	17 36	16 84	15 94	15 04	14 14	13 24	12 34	11 44	10 54	10 04	2 5	17	20	23	26	29	32	35	38
69	17 24	16 72	15 82	14 92	14 02	13 12	12 22	11 32	10 42	9 52	2 6	16	19	22	25	28	31	34	37
70	17 12	16 60	15 70	14 80	13 90	13 00	12 10	11 20	10 30	9 40	2 7	15	18	21	24	27	30	33	36
71	17 00	16 48	15 58	14 68	13 78	12 88	11 98	11 08	10 18	9 28	2 8	14	17	20	23	26	29	32	35
72	16 88	16 36	15 46	14 56	13 66	12 76	11 86	10 96	10 06	9 16	2 9	13	16	19	22	25	28	31	34
73	16 76	16 24	15 34	14 44	13 54	12 64	11 74	10 84	9 94	9 04	3 0	12	15	18	21	24	27	30	33
74	16 64	16 12	15 22	14 32	13 42	12 52	12 02	11 12	10 22	9 32	3 1	11	14	17	20	23	26	29	32
75	16 52	16 00	15 10	14 20	13 30	12 40	11 50	11 00	10 10	9 20	3 2	10	13	16	19	22	25	28	31
76	16 40	15 88	14 98	14 08	13 18	12 28	11 38	10 48	9 58	9 08	3 3	9	12	15	18	21	24	27	30
77	16 28	15 76	14 86	13 96	13 06	12 16	11 26	10 36	9 46	8 56	3 4	8	11	14	17	20	23	26	29
78	16 16	15 64	14 74	13 84	12 94	12 04	11 14	10 24	9 34	8 44	3 5	7	10	13	16	19	22	25	28
79	16 04	15 52	14 62	13 72	12 82	11 92	11 02	10 12	9 22	8 32	3 6	6	9	12	15	18	21	24	27
80	15 92	15 40	14 50	13 60	12 70	11 80	10 90	10 00	9 10	8 20	3 7	5	8	11	14	17	20	23	26
81	15 80	15 28	14 38	13 48	12 58	11 68	10 78	9 88	8 98	8 08	3 8	4	7	10	13	16	19	22	25
82	15 68	15 16	14 26	13 36	12 46	11 56	10 66	9 76	8 86	7 96	3 9	3	6	9	12	15	18	21	24
83	15 56	15 04	14 14	13 24	12 34	11 44	10 54	9 64	8 74	7 84	4 0	2	5	8	11	14	17	20	23
84	15 44	14 92	14 02	13 12	12 22	11 32	10 42	9 52	8 62	7 72	4 1	1	4	7	10	13	16	19	22
85	15 32	14 80	13 90	13 00	12 10	11 20	10 30	9 40	8 50	8 00	4 2	0	3	6	9	12	15	18	21
86	15 20	14 68	13 78	12 88	11 98	11 08	10 18	9 28	8 38	7 48	4 3	9	2	5	8	11	14	17	20
87	15 08	14 56	13 66	12 76	11 86	10 96	10 06	9 16	8 26	7 36	4 4	8	1	4	7	10	13	16	19
88	14 96	14 44	13 54	12 64	11 74	10 84	9 94	9 04	8 14	7 24	4 5	7	0	3	6	9	12	15	18
89	14 84	14 32	13 42	12 52	11 62	10 72	9 82	8 92	8 02	7 12	4 6	6	9	2	5	8	11	14	17
90	14 72	14 20	13 30	12 40	11 50	10 60	9 70	8 80	7 90	7 00	4 7	5	8	1	4	7	10	13	16
91	14 60	14 08	13 18	12 28	11 38	10 48	9 58	8 68	7 78	6 88	4 8	4	7	0	3	6	9	12	15
92	14 48	13 96	13 06	12 16	11 26	10 36	9 46	8 56	7 66	6 76	4 9	3	6	9	2	5	8	11	14
93	14 36	13 84	12 94	12 04	11 14	10 24	9 34	8 44	7 54	6 64	5 0	2	5	8	1	4	7	10	13
94	14 24	13 72	12 82	11 92	11 02	10 12	9 22	8 32	7 42	6 52	5 1	1	4	7	0	3	6	9	12
95	14 12	13 60	12 70	11 80	10 90	10 00	9 10	8 20	7 30	6 40	5 2	0	3	6	9	12	15	18	21
96	14 00	13 48	12 58	11 68	10 78	9 88	8 98	8 08	7 18	6 28	5 3	9	2	5	8	11	14	17	20
97	13 88	13 36	12 46	11 56	10 66	9 76	8 86	7 96	7 06	6 16	5 4	8	1	4	7	10	13	16	19
98	13 76	13 24	12 34	11 44	10 54	9 64	8 74	7 84	6 94	6 04	5 5	7	0	3	6	9	12	15	18
99	13 64	13 12	12 22	11 32	10 42	9 52	8 62	7 72	6 82	5 92	5 6	6	9	2	5	8	11	14	17

$n$	$n^2$	$n^3$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt{10n}$	$\sqrt[3]{10n}$	$\sqrt{100n}$	$\frac{1}{n}$
1	1	1	1	1	3.1623	2.1544	4.6416	1
2	4	8	1.4142	1.2599	4.4721	2.7144	6.3246	.50000
3	9	27	1.7321	1.4422	5.4772	3.1072	7.7460	.33333
4	16	64	2.0000	1.5874	6.3246	3.4300	8.9443	.25000
5	25	125	2.2361	1.7100	7.0711	3.6840	9.9499	.20000
6	36	216	2.4495	1.8171	7.7460	3.9483	11.180	.16667
7	49	343	2.6458	1.9129	8.3666	4.1213	12.371	.14286
8	64	512	2.8284	2.0000	8.9443	4.3089	13.577	.12500
9	81	729	3.0000	2.0801	9.4868	4.4814	14.815	.11111
10	100	1000	3.1623	2.1544	10.000	4.6416	16.000	.10000
11	121	1331	3.3166	2.2240	10.4881	4.7914	17.321	.090909
12	144	1728	3.4641	2.2894	10.9545	4.9344	18.708	.083333
13	169	2197	3.6056	2.3513	11.4018	5.0655	20.125	.076923
14	196	2744	3.7417	2.4101	11.8322	5.1935	21.571	.071429
15	225	3375	3.8730	2.4662	12.2474	5.3183	23.037	.066667
16	256	4096	4.0000	2.5203	12.6491	5.4408	24.520	.062500
17	289	4913	4.1231	2.5723	13.0384	5.5617	26.019	.058824
18	324	5832	4.2426	2.6227	13.4164	5.6812	27.532	.055556
19	361	6859	4.3589	2.6715	13.7840	5.7990	29.060	.052632
20	400	8000	4.4721	2.7184	14.1421	5.9150	30.619	.050000
21	441	9261	4.5826	2.7639	14.4914	6.0293	32.208	.047619
22	484	10648	4.6904	2.8080	14.8328	6.1420	33.822	.045455
23	529	12167	4.7958	2.8509	15.1668	6.2533	35.461	.043478
24	576	13824	4.8990	2.8928	15.4939	6.3633	37.125	.041667
25	625	15625	5.0000	2.9333	15.8144	6.4720	38.810	.040000
26	676	17556	5.0990	2.9725	16.1285	6.5795	40.517	.038462
27	729	19683	5.1962	3.0106	16.4367	6.6858	42.246	.037037
28	784	21952	5.2915	3.0476	16.7393	6.7909	44.000	.035714
29	841	24389	5.3854	3.0835	17.0364	6.8948	45.778	.034483
30	900	27000	5.4772	3.1182	17.3285	6.9976	47.580	.033333
31	961	29791	5.5678	3.1518	17.6158	7.0993	49.406	.032258
32	1024	32768	5.6569	3.1844	17.8983	7.1998	51.256	.031250
33	1089	35937	5.7446	3.2161	18.1761	7.2993	53.129	.030303
34	1156	39304	5.8310	3.2469	18.4494	7.3978	55.025	.029412
35	1225	42875	5.9161	3.2768	18.7184	7.4953	56.944	.028571
36	1296	46656	6.0000	3.3059	18.9831	7.5918	58.886	.027778
37	1369	50653	6.0828	3.3342	19.2436	7.6873	60.851	.027027
38	1444	54872	6.1644	3.3617	19.4999	7.7818	62.839	.026316
39	1521	59319	6.2450	3.3884	19.7521	7.8753	64.849	.025641
40	1600	64000	6.3246	3.4143	20.0000	7.9678	66.880	.025000
41	1681	68921	6.4031	3.4395	20.2441	8.0593	68.931	.024390
42	1764	74088	6.4807	3.4640	20.4843	8.1498	71.000	.023810
43	1849	79507	6.5574	3.4878	20.7207	8.2393	73.087	.023256
44	1936	85184	6.6332	3.5110	20.9533	8.3278	75.192	.022727
45	2025	91125	6.7082	3.5336	21.1821	8.4153	77.315	.022222
46	2116	97336	6.7823	3.5557	21.4071	8.5018	79.456	.021739
47	2209	103813	6.8557	3.5773	21.6284	8.5873	81.615	.021277
48	2304	110568	6.9282	3.5984	21.8460	8.6718	83.792	.020833
49	2401	117601	7.0000	3.6191	22.0600	8.7553	85.985	.020408
50	2500	125000	7.0711	3.6395	22.2712	8.8378	88.196	.020000

# POWERS, ROOTS, AND RECIPROCAL

$n$	$n^2$	$n^3$	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	$\sqrt[4]{n}$	$\sqrt[5]{n}$	$\sqrt[6]{n}$	$\frac{1}{n}$
61	3721	226681	7.8102	3.9048	2.7532	2.0496	1.7330	0.016393
62	3844	238328	7.8743	3.9463	2.7835	2.0615	1.7348	0.016129
63	3969	250027	7.9373	3.9878	2.8127	2.0737	1.7367	0.015873
64	4096	262080	8.0000	4.0293	2.8399	2.0861	1.7387	0.015625
65	4225	274485	8.0623	4.0708	2.8672	2.0986	1.7407	0.015384
66	4356	287256	8.1243	4.1123	2.8945	2.1112	1.7428	0.015151
67	4489	300391	8.1861	4.1538	2.9218	2.1239	1.7449	0.014924
68	4624	313896	8.2478	4.1953	2.9491	2.1367	1.7470	0.014703
69	4761	327765	8.3093	4.2368	2.9764	2.1496	1.7492	0.014488
70	4900	342000	8.3708	4.2783	3.0037	2.1625	1.7514	0.014278
71	5041	356601	8.4321	4.3198	3.0310	2.1755	1.7536	0.014073
72	5184	371568	8.4933	4.3613	3.0583	2.1886	1.7558	0.013873
73	5329	386901	8.5544	4.4028	3.0856	2.2018	1.7580	0.013678
74	5476	402600	8.6154	4.4443	3.1129	2.2150	1.7602	0.013488
75	5625	418675	8.6763	4.4858	3.1402	2.2283	1.7625	0.013303
76	5776	435126	8.7371	4.5273	3.1675	2.2416	1.7648	0.013123
77	5929	451953	8.7978	4.5688	3.1948	2.2550	1.7671	0.012948
78	6084	469164	8.8584	4.6103	3.2221	2.2684	1.7694	0.012778
79	6241	486759	8.9189	4.6518	3.2494	2.2819	1.7718	0.012613
80	6400	504740	8.9793	4.6933	3.2767	2.2954	1.7742	0.012453
81	6561	523101	9.0396	4.7348	3.3040	2.3090	1.7766	0.012298
82	6724	541848	9.0998	4.7763	3.3313	2.3226	1.7790	0.012148
83	6889	560985	9.1599	4.8178	3.3586	2.3363	1.7814	0.011999
84	7056	580512	9.2199	4.8593	3.3859	2.3500	1.7839	0.011855
85	7225	600435	9.2798	4.9008	3.4132	2.3637	1.7864	0.011715
86	7396	620756	9.3396	4.9423	3.4405	2.3775	1.7889	0.011579
87	7569	641477	9.3993	4.9838	3.4678	2.3913	1.7914	0.011448
88	7744	662592	9.4589	5.0253	3.4951	2.4052	1.7939	0.011321
89	7921	684105	9.5184	5.0668	3.5224	2.4191	1.7964	0.011198
90	8100	706020	9.5778	5.1083	3.5497	2.4331	1.7989	0.011079
91	8281	728341	9.6371	5.1498	3.5770	2.4471	1.8014	0.010964
92	8464	751072	9.6963	5.1913	3.6043	2.4612	1.8039	0.010853
93	8649	774213	9.7554	5.2328	3.6316	2.4753	1.8064	0.010746
94	8836	797760	9.8145	5.2743	3.6589	2.4895	1.8089	0.010643
95	9025	821715	9.8735	5.3158	3.6862	2.5037	1.8114	0.010544
96	9216	846084	9.9324	5.3573	3.7135	2.5180	1.8139	0.010449
97	9409	870861	9.9913	5.3988	3.7408	2.5323	1.8164	0.010357
98	9604	896048	10.0500	5.4403	3.7681	2.5467	1.8189	0.010268
99	9801	921645	10.1087	5.4818	3.7954	2.5611	1.8214	0.010182
100	10000	1000000	10.1674	5.5233	3.8227	2.5756	1.8239	0.010100

P = Edm	70	+ 25
<del>70</del>	80	+ 35

Importance of Statistics  
 Arithmetic of Human Welfare  
 Helpful in Administration  
 Aid to Supervision  
 Essential for Planning  
 Essential in Quantitative Study  
 It extends the scientific base  
 Beneficial in Business and Com  
 Extensive application of statistical Me  
 It preserves past knowledge  
 Universal Utility

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑥
- ⑦
- ⑧
- ⑨
- ⑩

next